

MATEMÁTICA

COMPETÊNCIAS

NUMÉRICAS,

PORCENTAGEM,

FUNÇÃO AFIM, FUNÇÃO

QUADRÁTICA, LOGARITMOS

E EXPONENCIAL.

Editora: Valley Editora Ltda.
Direção: João Vicente Strapasson Silveira Netto
Gestão: Vinícius Azambuja de Almeida
Coordenação Editorial: Camila Nunes da Rosa
Coordenação Pedagógica: Vanessa Bianchi Gatto
Autoria: Hector Giorgis (*in memoriam*)
João Vicente Strapasson Silveira Netto
Jackson Karpischin Ribas
Revisão técnica: Mateus Beltrame
Revisão Editorial: Alana Hoffman
Caroline Guerra
Pesquisa Iconográfica*: Camila Nunes da Rosa

*As imagens identificadas com a sigla BID pertencem ao Banco de Imagem e Documentação da Valley Editora.

Programação Visual: Sibebe Righi Scaramussa
Editoração Eletrônica: Camila Nunes da Rosa
Camile Pires Weber
Juliana Facco Segalla
Sibebe Righi Scaramussa
Wagner de Souza Antonio
Capa: Camile Pires Weber
Ilustrações: Fabiano da Costa Alvares
Gabriel La Rocca Coser
Sibebe Righi Scaramussa

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

G499m

Giorgis, Hector (*in memoriam*)

Matemática: competência numérica, estatística e funções / Hector Giorgis (*in memoriam*), João Vicente Strapasson Silveira Netto, Jackson Karpischin Ribas; Revisão técnica Mateus Beltrame. Santa Maria: Valley Editora, 2022.

v. 1

256 p.

ISBN 978-65-89574-70-5

1. Matemática básica 2. Estatística 3. Funções 4. Porcentagem I. Título

CDU 51

Bibliotecária responsável Trilce Morales – CRB 10/2209

Coleção 2024

Sistema de Ensino



Comercialização e distribuição: NTRV Distribuidora

SUMÁRIO

Unidade 1

- 5** Tópicos importantes da Matemática Básica

Unidade 2

- 11** Razão e Proporção

Unidade 3

- 14** Porcentagem

Unidade 4

- 17** Função Afim

Unidade 5

- 21** Função Quadrática

Unidade 6

- 26** Exponenciais e Logaritmos





» Tópicos importantes da Matemática Básica

• Potenciação e Radiciação

Leis da potenciação

Sendo a e b números reais, com m e n números inteiros, valem para as potências as seguintes propriedades:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (\text{com } a \neq 0)$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (\text{com } b \neq 0)$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (\text{com } a \neq 0)$$

Leis da radiciação

Sendo a e b números reais positivos e n um número natural não nulo, valem as seguintes propriedades:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (\text{com } b \neq 0)$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Produtos notáveis

$$1. (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2. (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3. (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$4. (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$5. (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$6. a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$7. a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

////////// APOIO AO TEXTO //////////

1. (ENEM) Em certa página de um livro foi anotada uma senha. Para se descobrir qual é a página, dispõe-se da informação de que a soma dos quadrados dos três números correspondentes à página da senha, à página anterior e à página posterior é igual a um certo número k que será informado posteriormente. Denotando por n o número da página da senha, qual é a expressão que relaciona n e k ?

a) $3n^2 - 4n = k - 2$

b) $3n^2 + 4n = k - 2$

c) $3n^2 = k + 2$

d) $3n^2 = k - 2$

e) $3n^2 = k$

2. (ENEM) Dentre outros objetos de pesquisa, a Alometria estuda a relação entre medidas de diferentes partes do corpo humano. Por exemplo, segundo a Alometria, a área A da superfície corporal de uma pessoa relaciona-se com a sua massa m pela fórmula $A = k \times m^{\frac{2}{3}}$ em que k é uma constante positiva. Se no período que vai da infância até a maioridade de um indivíduo sua massa é multiplicada por 8, por quanto será multiplicada a área da superfície corporal?

a) $\sqrt[3]{16}$

b) 4

c) $\sqrt{24}$

d) 8

e) 64

3. (UFMS) Sendo $a, b \in \mathfrak{R}$ com $a \neq 0, b \neq 0$ e $a + b \neq 0$, a expressão $\frac{a^{-2} - b^{-2}}{a^{-1} + b^{-1}}$ é equivalente a:

a) $\frac{b - a}{ab}$

b) $\frac{ab}{a + b}$

c) $(a + b)^{-1}$

d) $\frac{a^2 - b^2}{a + b}$

e) $\frac{a + b}{ab}$



• Principais conjuntos numéricos

Conjunto N dos números naturais

No estágio das civilizações primitivas (encontradas ainda hoje em alguns locais do planeta), as necessidades de contagem eram muito rudimentares, bastando a numeração que surgiu gradativa e naturalmente e que hoje representamos por 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Posteriormente, a ideia de “não existência” foi representada pelo zero.

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Entre os subconjuntos de N, merece destaque o:

$$N^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

- ▶ O sinal * significa que o zero foi excluído do conjunto.

Conjunto Z dos números inteiros

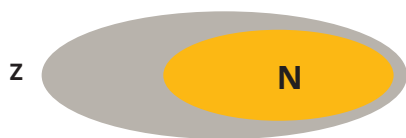
Os números naturais começaram a ser insuficientes diante de casos como o das operações inversas. Na subtração, por exemplo, não havia possibilidade de se efetuar a operação quando o minuendo era menor que o subtraendo.

$$5 - 7 = -2$$

Número negativo
(não pertence ao conjunto dos naturais)

Os números negativos foram unidos aos naturais, configurando o que chamamos modernamente de conjunto Z dos números inteiros.

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$



Conjunto Q dos números racionais

A ideia de medir está ligada à de comparar, ou seja, determinar quantas vezes uma determinada distância ou superfície é maior ou menor que determinada unidade adotada como padrão.

Se, por exemplo, tentarmos medir a altura de um prédio com uma unidade como o metro, podemos obter, eventualmente, um número não inteiro e estaríamos diante da ideia de fração de metro.

Número racional é todo número que pode ser escrito na forma de uma fração, com numerador inteiro e denominador inteiro e diferente de zero.

- Exemplos:

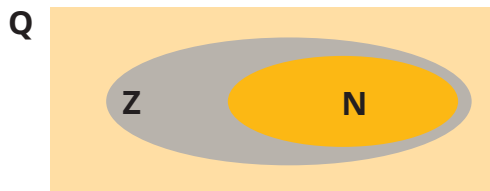
- ▶ Todo número inteiro é racional;
 $-4 \in Q$ $0 \in Q$ $274 \in Q$

- ▶ Todos os números decimais finitos são racionais;

$$\frac{1}{2} = 0,5 \in Q \quad \quad \quad \frac{-5}{4} = -1,25 \in Q$$

- ▶ Todas as dízimas periódicas são racionais.

$$0,333\dots = \frac{1}{3} \in Q \quad \quad 0,2525\dots = \frac{25}{99} \in Q$$



Conjunto I dos números irracionais

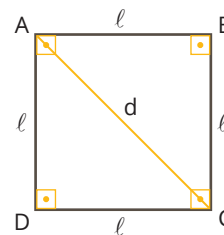
Os números racionais não solucionaram muitos problemas envolvendo a Geometria e a Aritmética. Em determinadas figuras, alguns segmentos não têm uma unidade de medida que caiba um número inteiro de vezes em cada um deles – são os chamados segmentos incomensuráveis. Os pitagóricos já haviam acusado essa dificuldade com relação à diagonal e ao lado do quadrado.

Exemplificando, para um quadrado de lado $\ell = 1$ e diagonal d , aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo ABC, obtemos:

$$d^2 = 1^2 + 1^2$$

$$d^2 = 2$$

$$d = \sqrt{2} = 1,4142\dots \notin Q$$



São as dízimas não periódicas.

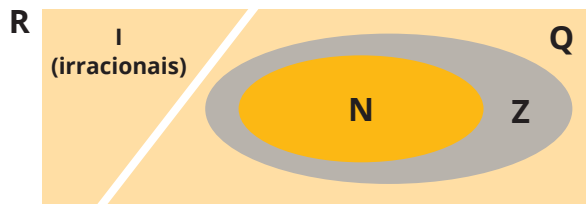
- Exemplos:

$$\sqrt{2} = 1,4142135\dots \quad e = 2,7182818\dots \quad \pi = 3,1415926\dots$$



Conjunto R dos números reais

O conjunto dos números reais é representado pela letra R e é a união do conjunto dos números racionais e do conjunto dos números irracionais.



Atividade física	Caminhar	Correr	Andar de bicicleta	Jogar futebol
Gasto calórico (cal/h)	248	764	356	492

O dia da semana em que será comemorado o aniversário é

- segunda-feira.
- terça-feira.
- quarta-feira.
- quinta-feira.
- sexta-feira.

////// APOIO AO TEXTO ////

4. (UFSM) Assinale verdadeira (V) ou falsa (F) em cada uma das afirmações a seguir.

- () A letra grega p representa o número racional que vale 3,14159265.
- () O conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais são subconjuntos dos números reais e possuem um ponto em comum.
- () Toda a dízima periódica provém da divisão de dois números inteiros, portanto é um número racional.

A sequência correta é

- F - V - V.
- V - V - F.
- V - F - V.
- F - F - V.
- F - V - F.

5. (ENEM) Uma pessoa pratica quatro atividades físicas - caminhar, correr, andar de bicicleta e jogar futebol - como parte de seu programa de emagrecimento. Essas atividades são praticadas semanalmente de acordo com o quadro, que apresenta o número de horas diárias por atividade.

Dias da semana	Caminhar	Correr	Andar de bicicleta	Jogar futebol
Segunda-feira	1,0	0,5	0,0	2,0
Terça-feira	0,5	1,0	0,5	1,0
Quarta-feira	0,0	1,5	1,0	0,5
Quinta-feira	0,0	2,0	0,0	0,0
Sexta-feira	0,0	0,5	0,0	2,5

Ela deseja comemorar seu aniversário e escolhe o dia da semana em que o gasto calórico com as atividades físicas praticadas for o maior. Para tanto, considera que os valores dos gastos calóricos das atividades por hora (cal/h) são os seguintes:

6. (ENEM) Após o Fórum Nacional Contra a Pirataria (FNCP) incluir a linha de autopeças em campanha veiculada contra a falsificação, as agências fiscalizadoras divulgaram que os cinco principais produtos de autopeças falsificados são: rolamento, pastilha de freio, caixa de direção, catalisador e amortecedor. Após uma grande apreensão, as peças falsas foram cadastradas utilizando-se a codificação:

1: rolamento, 2: pastilha de freio, 3: caixa de direção, 4: catalisador e 5: amortecedor.

Ao final obteve-se a sequência: 5,4,3,2,1,2,3,4,5,4,3,2,1,2,3,4,5,4,3,2,1,2,3,4,2,1,2,3,4,... que apresenta um padrão de formação que consiste na repetição de um bloco de números. Essa sequência descreve a ordem em que os produtos apreendidos foram cadastrados. O 2015º item cadastrado foi um(a):

- rolamento.
- catalisador.
- amortecedor.
- pastilha de freio
- caixa de direção.



Diagramas de Venn

////// APOIO AO TEXTO ////

7. (UFSM) 10000 aparelhos de TV foram examinados depois de um ano de uso, e constatou-se que 4000 deles apresentavam problemas de imagem, 2800 tinham problemas de som e 3500 não apresentavam nenhum dos tipos de problemas citados. Então o número de aparelhos que apresentavam somente problemas de imagem é

- a) 3700
- b) 3500
- c) 2800
- d) 2500
- e) 1200

8. (ENEM) Um grupo sanguíneo, ou tipo sanguíneo, baseia-se na presença ou ausência de dois antígenos, A e B, na superfície das células vermelhas do sangue. Como dois antígenos estão envolvidos, os quatro tipos sanguíneos distintos são:

- Tipo A: apenas o antígeno A está presente;
- Tipo B: apenas o antígeno B está presente;
- Tipo AB: ambos os antígenos estão presentes;
- Tipo O: nenhum dos antígenos está presente.

Foram coletadas amostras de sangue de 200 pessoas e, após análise laboratorial, foi identificado que em 100 amostras está presente o antígeno A, em 110 amostras há presença do antígeno B e em 20 amostras nenhum dos antígenos está presente. Dessas pessoas que foram submetidas à coleta de sangue, o número das que possuem o tipo sanguíneo A é igual a

- a) 30.
- b) 60.
- c) 70.
- d) 90.
- e) 100.

9. (UFSM) Um fazendeiro vacinou 1000 cabeças de gado; 600, contra o carbúnculo; 700, contra a brucelose e 800, contra a febre aftosa. Cada animal foi vacinado contra uma ou contra as três doenças. O número de animais que recebeu as três vacinas é de

- a) 350
- b) 450
- c) 450
- d) 550
- e) 600

• Desigualdade e divisibilidade

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

- ▶ **Divisibilidade por 2:** um número é divisível por 2 quando o algarismo das unidades é 0, 2, 4, 6 ou 8.
- ▶ **Divisibilidade por 3:** um número é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos é divisível por 3.
- ▶ **Divisibilidade por 5:** um número é divisível por 5 quando o algarismo das unidades é 0 ou 5.
- ▶ **Divisibilidade por 10:** um número é divisível por 10 quando o algarismo das unidades é 0.

NÚMEROS PRIMOS

Número Primo Natural é todo o número que possui apenas dois divisores naturais diferentes: a unidade e ele mesmo.

- Exemplo: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, ...

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC)

O Mínimo Múltiplo Comum de dois ou mais números inteiros é o menor múltiplo inteiro positivo comum a todos eles. Aplica-se em exercícios que nos sugerem um "REENCONTRO" entre pessoas ou coisas que acontecem periodicamente.

MÁXIMO DIVISOR COMUM (MDC)

Dois números naturais sempre têm divisores comuns.

- Exemplo: Os divisores comuns de 12 e 18 são 1, 2, 3 e 6. Entre eles, 6 é o **maior divisor comum**. Então, chamamos de máximo divisor comum de 12 e 18 e indicamos $m.d.c. (12, 18) = 6$.

Máximo Divisor Comum, no conjunto dos números naturais, é o maior dos divisores comuns de dois ou mais números.



////// APOIO AO TEXTO ////

10. A estação rodoviária de uma cidade é o ponto de partida das viagens intermunicipais. De uma plataforma da estação, a cada 15 minutos, parte um ônibus da viação Sol, com destino à cidade Paraíso. Os ônibus da viação Lua partem da plataforma vizinha, a cada 18 minutos, com destino à cidade Porta do Céu. Se, às 8 horas, os dois ônibus partirem simultaneamente, a que horas os dois ônibus partirão juntos novamente?

- a) 9h
- b) 9h e 30min
- c) 9h e 45min
- d) 10 h
- e) 10h e 30min

11. Três fios que medem respectivamente 24m, 84m e 90m foram cortados em pedaços iguais e do maior tamanho possível. Então, cada pedaço deve medir, em metros:

- a) 4
- b) 6
- c) 14
- d) 15
- e) 18

• Unidades de Medidas

Transformação de unidades

As transformações das unidades, como comprimento, área, volume, massa, capacidade e medidas agrárias, são muito comuns em exemplos do dia a dia. Abaixo, há alguns exemplos.

Comprimento (m)

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
----	----	-----	---	----	----	----

Área (m²)

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
-----------------	-----------------	------------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------

Volume (m³)

km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³
-----------------	-----------------	------------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------

Massa (g)

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
----	----	-----	---	----	----	----

Capacidade (l)

kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
----	----	-----	---	----	----	----

Importante

Medidas Agrárias

1 Hectare (ha) = 10.000 m²

Volume x Capacidade

1 litro = 1 dm³

1 ml = 1 cm³

1.000 litros = 1 m³

Medidas de tempo

1 hora = 60 minutos = 3.600 segundos

Tonelada

1 tonelada = 1.000 kg



12. (ENEM) A maior piscina do mundo, registrada no livro Guinness, está localizada no Chile, em San Alfonso del Mar, cobrindo um terreno de 8 hectares de área. Sabe-se que 1 hectare corresponde a 1 hectômetro quadrado. Qual é o valor, em metros quadrados, da área coberta pelo terreno da piscina?

- a) 8
- b) 80
- c) 800
- d) 8.000
- e) 80.000

13. (ENEM) Uma torneira não foi fechada corretamente e ficou pingando, da meia-noite às seis horas da manhã, com a frequência de uma gota a cada três segundos. Sabe-se que cada gota de água tem volume de 0,2mL. Qual foi o valor mais aproximado do total de água desperdiçada nesse período, em litros?

- a) 0,2
- b) 1,2
- c) 1,4
- d) 12,9
- e) 64,8

14. (ENEM) A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus *influenza*. Ao entrar no nosso organismo pelo nariz, esse vírus multiplica-se, disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões. O vírus *influenza* é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de 0,00011 mm. Em notação científica, o diâmetro interno do vírus *influenza*, em mm é

- a) $1,1 \times 10^{-1}$
- b) $1,1 \times 10^{-2}$
- c) $1,1 \times 10^{-3}$
- d) $1,1 \times 10^{-4}$
- e) $1,1 \times 10^{-5}$

Anotações:

////// APOIO AO TEXTO ////

15. João cria 60 animais em sua fazenda. Alguns deles eram vacas, outros eram galinhas. Sabendo que o total de patas registradas em uma inspeção foi de 220, quantas vacas João cria?

- a) 40 vacas
- b) 50 vacas
- c) 10 vacas
- d) 30 vacas
- e) 20 vacas

16. (UFSM 2023) Em 2019, 13 300 mulheres receberam o título de doutorado no Brasil. O número de mulheres tituladas nas ciências agrárias foi o dobro do número de tituladas nas ciências exatas e da terra. Além disso, o total de mulheres tituladas nessas duas grandes áreas do conhecimento corresponde a 18% do total de títulos concedidos.

Com base nesses dados, em 2019, quantas mulheres receberam o título de doutorado na área de ciências agrárias no Brasil?

- a) 399
- b) 798
- c) 1.197
- d) 1.596
- e) 2.394

17. (ENEM 2023) O metrô de um município oferece dois tipos de tíquetes com colorações diferentes, azul e vermelha, sendo vendidos em cartelas, cada qual com nove tíquetes da mesma cor e mesmo valor unitário. Duas cartelas de tíquetes azuis e uma cartela de tíquetes vermelhos são vendidas por R\$ 32,40. Sabe-se que o preço de um tíquete azul menos o preço de um tíquete vermelho é igual ao preço de um tíquete vermelho mais cinco centavos.

Qual o preço, em real, de uma cartela de tíquetes vermelhos?

- a) 4,68
- b) 6,30
- c) 9,30
- d) 10,50
- e) 10,65





» Razão e Proporção

• Razão

Chamamos de razão do número natural **a** pelo número natural **b** ≠ 0 ao quociente $\frac{a}{b}$ (lê-se: “**a** está para **b**”).

- ▶ a: antecedente;
- ▶ b: conseqüente.

O conceito de razão é a forma mais comum e prática de fazer a comparação entre duas grandezas.

– Exemplo 1:

Dos 1.200 inscritos em uma prova, 240 candidatos foram aprovados. A razão dos candidatos aprovados e o número de inscritos nessa prova é:

$$\frac{240}{1.200} = \frac{1}{5}$$

(De cada 5 candidatos inscritos, 1 foi aprovado na prova.)

– Exemplo 2:

Para cada 100 convidados de uma festa, 75 eram homens. A razão entre o número de homens e o número de convidados é:

$$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

(De cada 4 convidados, 3 eram homens.)

• Razões importantes

ESCALA

$$E = \frac{d}{D}$$

d: comprimento de uma linha medida no mapa;

D: comprimento da linha medida no terreno.

IMC (ÍNDICE DE MASSA CORPORAL)

$$IMC = \frac{\text{massa}}{\text{altura}^2}$$

VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA

$$V_m = \frac{\text{deslocamento}}{\text{tempo}}$$

DENSIDADE

$$d = \frac{\text{massa}}{\text{volume}}$$

• Proporção

É uma igualdade entre duas razões. Representamos uma proporção por:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Denominamos os termos **a** e **d** de extremos, e os termos **b** e **c**, de meios.

– Exemplos:

Sabemos que a razão de 8 para 4 é igual a 2. A razão de 20 para 10 também é igual a 2. Podemos, então, afirmar que essas razões são iguais e que a igualdade abaixo representa uma proporção:

$$\frac{8}{4} = \frac{20}{10}$$

Lê-se a proporção da seguinte forma:

“8 está para 4, assim como 20 está para 10.”

PROPRIEDADES DAS PROPORÇÕES

Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então podemos afirmar que:

P1) $b \cdot c = a \cdot d$ (produto dos meios é igual ao produto dos extremos).

P2) $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (a soma dos antecedentes está para a soma dos conseqüentes, assim como cada antecedente está para o seu conseqüente.)

P3) $\frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (a diferença dos antecedentes está para a diferença dos conseqüentes, assim como cada antecedente está para o seu conseqüente.)

As proporções possuem uma enorme aplicabilidade em situações-problema envolvendo informações comparativas. Na Regra de Três, a proporcionalidade é usada com o intuito de calcular o quarto valor com base nos três valores estabelecidos pelo problema. Para tal, é necessário analisar se as grandezas são **diretamente** ou **inversamente** proporcionais.



GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Duas grandezas variáveis dependentes, x e y , são diretamente proporcionais quando a razão $\frac{y}{x}$ é constante para qualquer par (x, y) pertencente à relação.

- Exemplo:

$$\frac{y}{x} = K$$

(K é a constante de proporcionalidade)

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Duas grandezas variáveis dependentes, x e y , são inversamente proporcionais quando o produto $x \cdot y$ é constante para qualquer par (x, y) pertencente à relação.

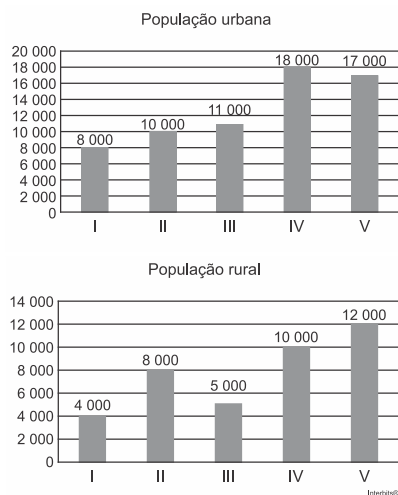
- Exemplo:

$$x \cdot y = K$$

(K é a constante de proporcionalidade)

////////// APOIO AO TEXTO //////////

1. (ENEM) A taxa de urbanização de um município é dada pela razão entre a população urbana e a população total do município (isto é, a soma das populações rural e urbana). Os gráficos apresentam, respectivamente, a população urbana e a população rural de cinco municípios (I, II, III, IV, V) de uma mesma região estadual. Em reunião entre o governo do estado e os prefeitos desses municípios, ficou acordado que o município com maior taxa de urbanização receberá um investimento extra em infraestrutura.



Segundo o acordo, qual município receberá o investimento extra?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

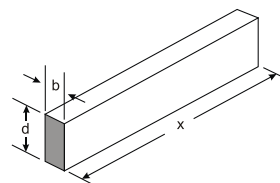
2. (ENEM) Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade B, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2.000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era 8 cm. Os dados nos indicam que o mapa observado pelo estudante está na escala de

- a) 1:250.
- b) 1:2500.
- c) 1:25000.
- d) 1:250000.
- e) 1:25000000.

3. (ENEM) Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto há informações dizendo que se trata de uma peça em escala 1:400, e que seu volume é de 25 cm³. O volume do monumento original, em metro cúbico, é de

- a) 100
- b) 400
- c) 1600
- d) 6250
- e) 10000

4. (ENEM) A resistência mecânica S de uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura (b) e ao quadrado de sua altura (d) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento (x), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade k e chamada de resistência da viga.



BUSHAW, D. et al. Aplicações da matemática escolar. São Paulo: Atual, 1997.

A expressão que traduz a resistência S dessa viga de madeira é

- a) $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$
- b) $S = \frac{k \cdot b \cdot d}{x^2}$
- c) $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x}$
- d) $S = \frac{k \cdot b^2 \cdot d}{x}$
- e) $S = \frac{k \cdot b \cdot 2d}{2x}$



5. (ENEM) Para contratar três máquinas que farão o reparo de vias rurais de um município, a prefeitura elaborou um edital que, entre outras cláusulas, previa:

- Cada empresa interessada só pode cadastrar uma única máquina para concorrer ao edital;
- O total de recursos destinados para contratar o conjunto das três máquinas é de R\$ 31.000,00;
- O valor a ser pago a cada empresa será inversamente proporcional à idade de uso da máquina cadastrada pela empresa para o presente edital.

As três empresas vencedoras do edital cadastraram máquinas com 2, 3 e 5 anos de idade de uso. Quanto receberá a empresa que cadastrou a máquina com maior idade de uso?

- a) R\$3000,00
- b) R\$6000,00
- c) R\$6200,00
- d) R\$15000,00
- e) R\$15500,00

REGRAS DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA

Anotações:

APOIO AO TEXTO

6. (ENEM) Um dos grandes problemas da poluição dos mananciais (rios, córregos e outros) ocorre pelo hábito de jogar óleo utilizado em frituras nos encanamentos que estão interligados com o sistema de esgoto. Se isso ocorrer, cada 10 litros de óleo poderão contaminar 10 milhões de litros de água potável. Suponha que todas as famílias de uma cidade descartem os óleos de frituras através dos encanamentos e consumem 1 000 litros de óleo em frituras por semana. Qual seria, em litros, a quantidade de água potável contaminada por semana nessa cidade?

- a) 10^2
- b) 10^3
- c) 10^4
- d) 10^5
- e) 10^9

7. (ENEM) Em uma corrida automobilística, os carros podem fazer paradas nos boxes para efetuar trocas de pneus. Nessas trocas, o trabalho é feito por um grupo de três pessoas em cada pneu. Considere que os grupos iniciam o trabalho no mesmo instante, trabalham à mesma velocidade e cada grupo trabalha em um único pneu. Com os quatro grupos completos, são necessários 4 segundos para que a troca seja efetuada. O tempo gasto por um grupo para trocar um pneu é inversamente proporcional ao número de pessoas trabalhando nele. Em uma dessas paradas, um dos trabalhadores passou mal, não pôde participar da troca e nem foi substituído, de forma que um dos quatro grupos de troca ficou reduzido. Nessa parada específica, com um dos grupos reduzido, qual foi o tempo gasto, em segundo, para trocar os quatro pneus?

- a) 6,0
- b) 5,7
- c) 5,0
- d) 4,5
- e) 4,4

8. (ENEM) Uma fábrica produz peças de automóveis. Um lote de peças é feito, em 10 dias, por 18 operários, que trabalham 8 horas por dia. Se fossem disponibilizados apenas 12 operários, com uma carga diária de 6 horas, quantos dias eles levariam para produzir o mesmo lote de peças?

- a) 15 dias.
- b) 9 dias.
- c) 13 dias.
- d) 20 dias.
- e) 17 dias.





» Porcentagem

• Razão centesimal

É a razão cujo denominador é igual a 100.

– Exemplos:

a) 25% =

b) 8% =

c) 0,37 =

d) 0,05 =

PORCENTAGEM

É o valor obtido quando multiplicamos uma razão centesimal por um determinado valor.

– Exemplos:

Calcule:

a) 20% de 60 =

b) 15% de 120 =

AUMENTOS

Um produto custa x reais e sofre um aumento de 30%.

$$x + 0,3 \cdot x = 1,3x$$

DESCONTOS

Um produto custa x reais e sofre um desconto de 20%.

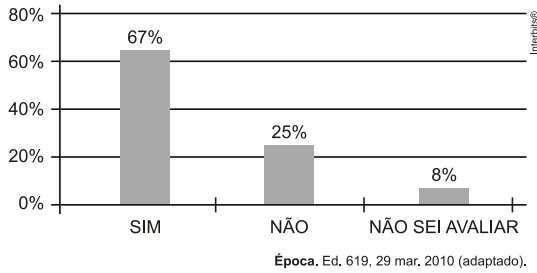
$$x - 0,2 \cdot x = 0,8x$$

AUMENTOS E DESCONTOS SUCESSIVOS

Anotações:



1. (ENEM) Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



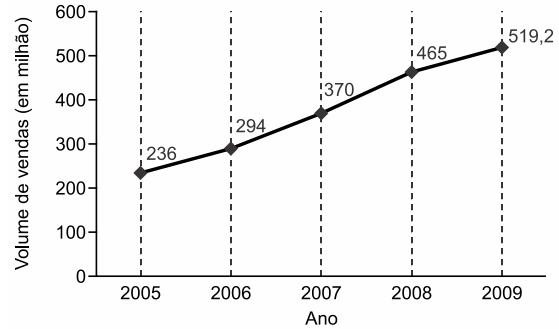
Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam "Não" à enquete?

- a) Menos de 23.
- b) Mais de 23 e menos de 25.
- c) Mais de 50 e menos de 75.
- d) Mais de 100 e menos de 190.
- e) Mais de 200

2. (UFSM) A prefeitura, responsável pela iluminação pública de uma cidade, trocou 40% das luminárias por outras mais eficientes. Decorrido um ano da troca, verificou que 2% das novas luminárias e 6% das luminárias antigas apresentaram defeito. Qual é a porcentagem das luminárias da cidade que apresentaram defeito nesse período?

- a) 3,2%.
- b) 4,4%.
- c) 5,6%.
- d) 6,8%.
- e) 8,0%.

3. (ENEM-2021) A depressão caracteriza-se por um desequilíbrio na química cerebral. Os neurônios de um deprimido não respondem bem aos estímulos dos neurotransmissores. Os remédios que combatem a depressão têm o objetivo de restabelecer a química cerebral. Com o aumento gradativo de casos de depressão, a venda desses medicamentos está em crescente evolução, conforme ilustra o gráfico.



No período de 2005 a 2009, o aumento percentual no volume de vendas foi de

- a) 45,4.
- b) 54,5.
- c) 120.
- d) 220.
- e) 283,2.

4. (UFSM) Sobre o preço de um armário incide uma alíquota de 20% em tributos, fazendo com que seu preço seja de R\$960,00. Supondo que a alíquota dos tributos seja reduzida de 20% para 15%, o novo preço do armário será, em reais, igual a

- a) 800
- b) 850
- c) 900
- d) 920
- e) 960



5. (ENEM) O colesterol total de uma pessoa é obtido pela soma da taxa do seu “colesterol bom” com a taxa do seu “colesterol ruim”. Os exames periódicos, realizados em um paciente adulto, apresentaram taxa normal de “colesterol bom”, porém, taxa do “colesterol ruim” (também chamado LDL) de **280 mg/dL**. O quadro apresenta uma classificação de acordo com as taxas de LDL em adultos.

Taxa de LDL (mg/dL)	
Ótima	Menor do que 100
Próxima de ótima	De 100 a 129
Limite	De 130 a 159
Alta	De 160 a 189
Muito alta	190 ou mais

Disponível em: www.minhavidade.com.br. Acesso em: 15 out. 2015 (adaptado).

O paciente, seguindo as recomendações médicas sobre estilo de vida e alimentação, realizou o exame logo após o primeiro mês, e a taxa de LDL reduziu 25%. No mês seguinte, realizou novo exame e constatou uma redução de mais 20% na taxa de LDL. De acordo com o resultado do segundo exame, a classificação da taxa de LDL do paciente é

- a) ótima.
- b) próxima de ótima.
- c) limite.
- d) alta.
- e) muito alta.

Anotações:

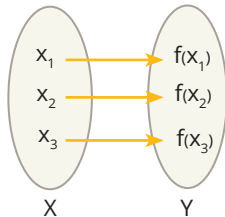




» Funções

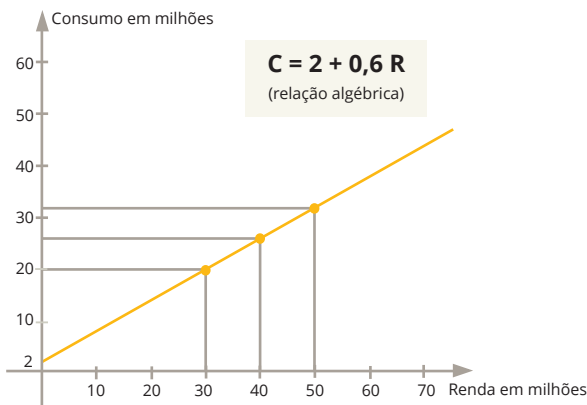
• Conceito de Função

Função matemática é uma regra que explica como associar cada elemento de um conjunto X a um **único** elemento de um conjunto Y .



– Exemplo:

Um país tem o seu consumo total anual no patamar de 20 milhões de dólares, para uma renda de 30 milhões de dólares, e costuma consumir 60% de sua renda adicional. Ou seja, cada aumento de 1 milhão de dólares na renda agregada desse país faz com que o consumo aumente em 0,6 milhões de dólares. O economista, usando a função matemática, poderá prever a relação entre consumo e renda, fazendo um gráfico ou determinando uma relação algébrica entre o consumo C e a renda R .



O economista poderá prever, analisando a relação funcional estabelecida, que o aumento na renda agregada de um país irá fazer com que o consumo agregado também aumente. Mais do que isso, pela função, o analista conseguirá prever de quanto será o aumento.

▶ Detalhes do gráfico

Observe ainda que o gráfico proposto é um gráfico reto e contínuo, ou seja, não existem “saltos” ou “lacunas” em seu traçado. Isso é decorrente das suposições de que as grandezas renda e consumo são grandezas contínuas e de que a taxa citada no enunciado desse exemplo, ou seja, a taxa de 60%, aplica-se a qualquer variação da renda, e não apenas ao 1 milhão citado no texto.

• Valor numérico

É o cálculo da imagem (valor de y) de uma função para um determinado valor de x .

APOIO AO TEXTO

1. Determinar o valor de k na função $f: R \rightarrow R$, cuja lei de correspondência é $f(x) = 5x^2 + kx + 4$ e $f(3) = 19$.

- a) -2
- b) -10
- c) 0
- d) 1
- e) 2

2. Em certa cidade, durante os dez primeiros dias do mês de julho de 2020, a temperatura, em graus Celsius, foi decrescendo de forma linear, de acordo com a função $T(t) = -2t + 18$, em que t é o tempo medido em dias. Nessas condições, pode-se afirmar que, no dia 8 de julho de 2020, a temperatura nessa cidade foi:

- a) 0°C
- b) 2°C
- c) 3°C
- d) 4°C
- e) 5°C



3. A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema, a partir do instante de seu desligamento ($t = 0$), e varia de acordo com a expressão

$$T(t) = \frac{-t^2}{4} + 400$$

com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39°C .

Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

- a) 19,0
- b) 19,8
- c) 20,0
- d) 38,0
- e) 39,0

Anotações:

• Função Afim



Manuel de Sousa/ALDO

São inúmeras as situações do nosso dia a dia em que nos deparamos com o conceito de função afim.

Suponha, por exemplo, que você utilize um táxi. O valor a pagar pela "corrida" é composto de duas partes: uma fixa, denominada bandeirada inicial, e outra que varia proporcionalmente à distância percorrida.

Para que você entenda melhor, consideremos que o táxi tenha bandeirada inicial de R\$ 3,00 e que o valor por quilômetro rodado seja igual a R\$ 1,50. Assim:

Se você andar...	Irá pagar...
1 km	$3 + 1,5 \cdot 1 = 4,50$ reais
2 km	$3 + 1,5 \cdot 2 = 6,00$ reais
3 km	$3 + 1,5 \cdot 3 = 7,50$ reais
4 km	$3 + 1,5 \cdot 4 = 9,00$ reais
...	...
x km	$3 + 1,5 \cdot x = P(x)$ reais

A regra geral que fornece o preço $P(x)$ em reais, para percorrer uma quantidade x de quilômetros, é a que segue:

$$P(x) = 3 + 1,5x \quad \text{(Regra da função)}$$

Importante

Variações iguais na quilometragem implicam variações iguais no preço. Essa propriedade é uma característica da função afim.

Anotações:



DEFINIÇÃO

Função afim é uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = ax + b \quad a \neq 0, \text{ em que } a \text{ e } b \text{ são números reais.}$$

COEFICIENTES

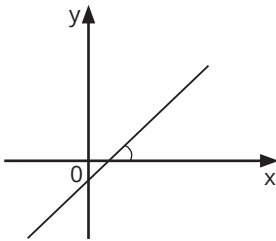
a → coeficiente angular ou taxa de crescimento

b → coeficiente linear ou termo independente

O sinal do **coeficiente angular** determina se a função é **crescente** ou **decrescente**.

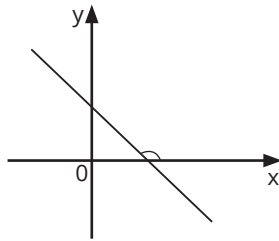
Crescente
($a > 0$)

$$f(x) = x - 2$$



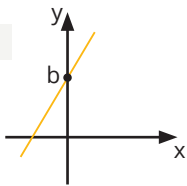
Decrescente
($a < 0$)

$$f(x) = -x + 1$$

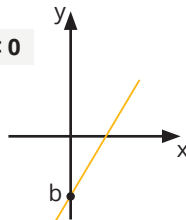


O **coeficiente linear** é a ordenada do ponto de intersecção do gráfico com o eixo y.

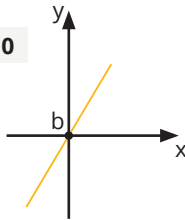
$b > 0$



$b < 0$

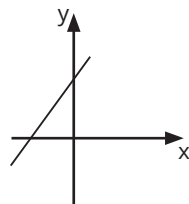
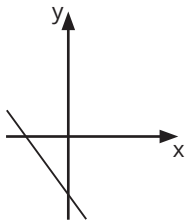


$b = 0$



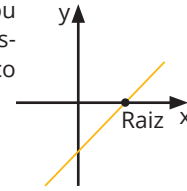
- Exemplo:

Seja a função $f(x) = ax + b$ uma função afim, determine o sinal de **a** e **b** nos seguintes gráficos:



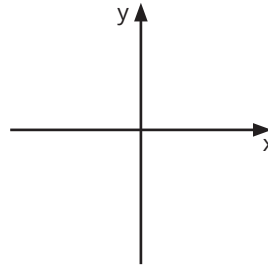
RAIZ OU ZERO DA FUNÇÃO

É o valor de x que anula a função, ou seja, $f(x) = 0$. Graficamente, a raiz é a abscissa do ponto de intersecção do gráfico com o eixo x .

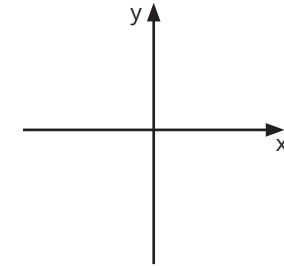


Construção do gráfico

a) $f(x) = 3x - 2$



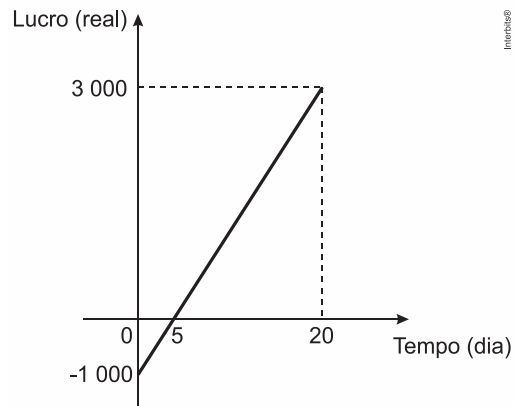
b) $f(x) = -2x + 1$



ENCONTRANDO E DESENVOLVENDO A LEI DA FUNÇÃO AFIM

APOIO AO TEXTO

4. (ENEM) Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (**L**) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.

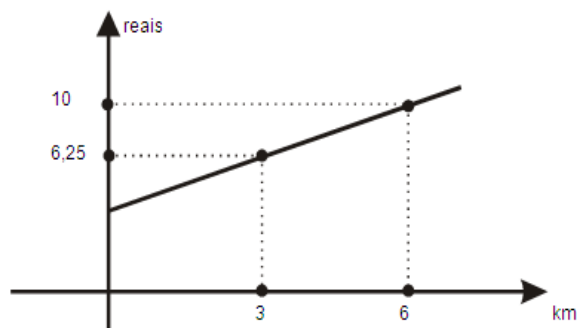


A representação algébrica do lucro (**L**) em função do tempo (**t**) é

- a) $L(t) = 20t + 3.000$
- b) $L(t) = 20t + 4.000$
- c) $L(t) = 200t$
- d) $L(t) = 200t - 1.000$
- e) $L(t) = 200t + 3.000$



5. (UFSM) Na figura abaixo, é indicado o preço pago por uma corrida de táxi, em função da distância percorrida. Nessas condições, o valor a ser pago num trajeto de 5 km é, em reais,



- a) 8,00
- b) 8,13
- c) 8,50
- d) 8,75
- e) 9,00

6. (UFSM) Uma pesquisa do Ministério da Saúde revelou um aumento significativo no número de obesos no Brasil. Esse aumento está relacionado principalmente com o sedentarismo e a mudança de hábitos alimentares dos brasileiros. A pesquisa divulgada em 2013 aponta que 17% da população está obesa. Esse número era de 11% em 2006, quando os dados começaram a ser coletados pelo Ministério da Saúde. Suponha que o percentual de obesos no Brasil pode ser expresso por uma função afim do tempo t em anos, com $t=0$ correspondente a 2006, $t=1$ correspondente a 2007 e assim por diante.

A expressão que relaciona o percentual de obesos Y e o tempo t , no período de 2006 a 2013, é

- a) $Y = \frac{4}{3}t - \frac{44}{3}t$.
- b) $Y = \frac{7}{6}t - \frac{77}{6}$.
- c) $Y = t + 11$.
- d) $Y = \frac{6}{7}t + 11$.
- e) $Y = \frac{3}{4}t + 11$.

7. Um provedor de acesso à Internet oferece dois planos para seus assinantes:

Plano A - Assinatura mensal de R\$ 8,00, mais R\$ 0,03 por cada minuto de conexão durante o mês.

Plano B - Assinatura mensal de R\$ 10,00, mais R\$ 0,02 por cada minuto de conexão durante o mês.

Acima de quantos minutos de conexão por mês é mais econômico optar pelo plano B?

- a) 160
- b) 180
- c) 200
- d) 220
- e) 240

8. (UFSM) Uma fábrica de lâmpadas tem um custo mensal em reais dado por $C(x) = 10000 + 0,25x$, onde x é o número de lâmpadas produzidas. Cada lâmpada é vendida por R\$ 1,00. Para que o lucro mensal seja o dobro do custo, o número de lâmpadas vendidas deverá ser igual a

- a) 130.000
- b) 125.000
- c) 120.000
- d) 115.000
- e) 110.000





» Função Quadrática

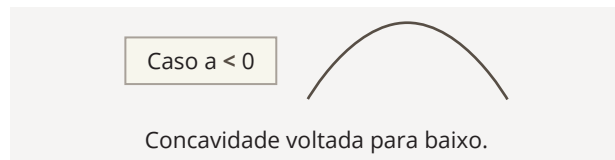
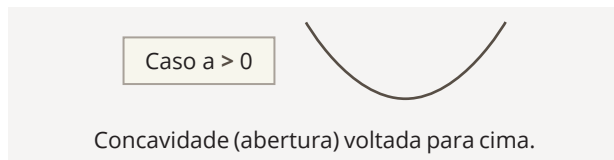
Definição

Vamos chamar de função quadrática a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que relaciona os números x e $f(x)$ por meio da regra:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

COEFICIENTES

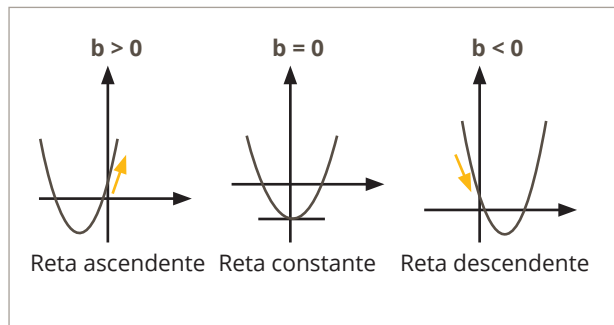
Nessa regra, **a**, **b** e **c** são números reais e **a** $\neq 0$. O gráfico dessa função é uma curva denominada parábola:



Abaixo é apresentado um resumo da relação dos sinais dos coeficientes **b** e **c** com o gráfico da função quadrática.

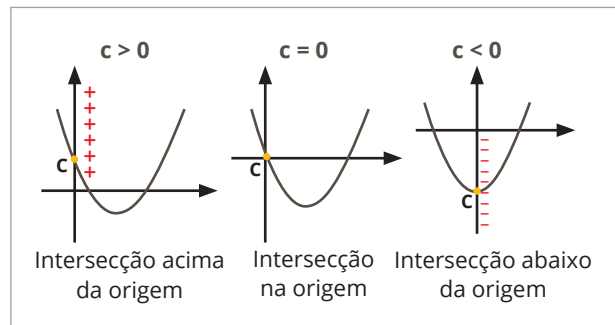
Sinal do b

O sinal do **b** está relacionado com a inclinação da reta tangente ao gráfico no ponto de intersecção deste com o eixo y .



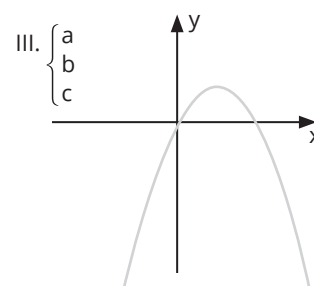
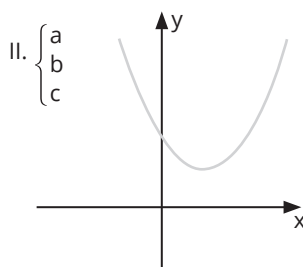
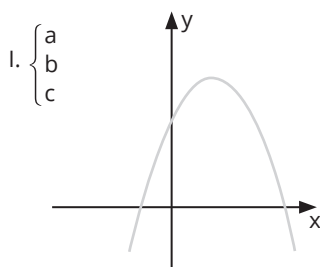
Sinal do c

O sinal do **c** está relacionado com o valor da imagem do ponto de intersecção do gráfico com o eixo vertical.



- Exemplo:

Analise os sinais dos coeficientes a , b e c nos gráficos abaixo de funções do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$.



RAÍZES OU ZEROS DA FUNÇÃO

Intersecção da parábola no eixo das abscissas

São os valores de x para os quais a função se anula, ou seja, $f(x) = 0$. Para se obterem as raízes de uma função de 2º grau, basta resolver a equação $ax^2 + bx + c = 0$, usando a fórmula de **Bhaskara**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ na qual } \Delta = b^2 - 4ac.$$

$\Delta > 0 \rightarrow$ 2 raízes reais distintas

$\Delta = 0 \rightarrow$ 2 raízes reais iguais

$\Delta < 0 \rightarrow$ não existem raízes reais

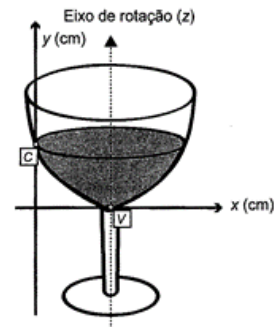
$$f(x) = -x^2 + 3x + 4$$

Quando $b = 0$, teremos raízes simétricas, ou seja, a parábola é cortada ao meio pelo eixo y .

$$f(x) = x^2 - 4$$

//// //// APOIO AO TEXTO //// ////

1. (ENEM) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z , conforme mostra a figura.



A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei

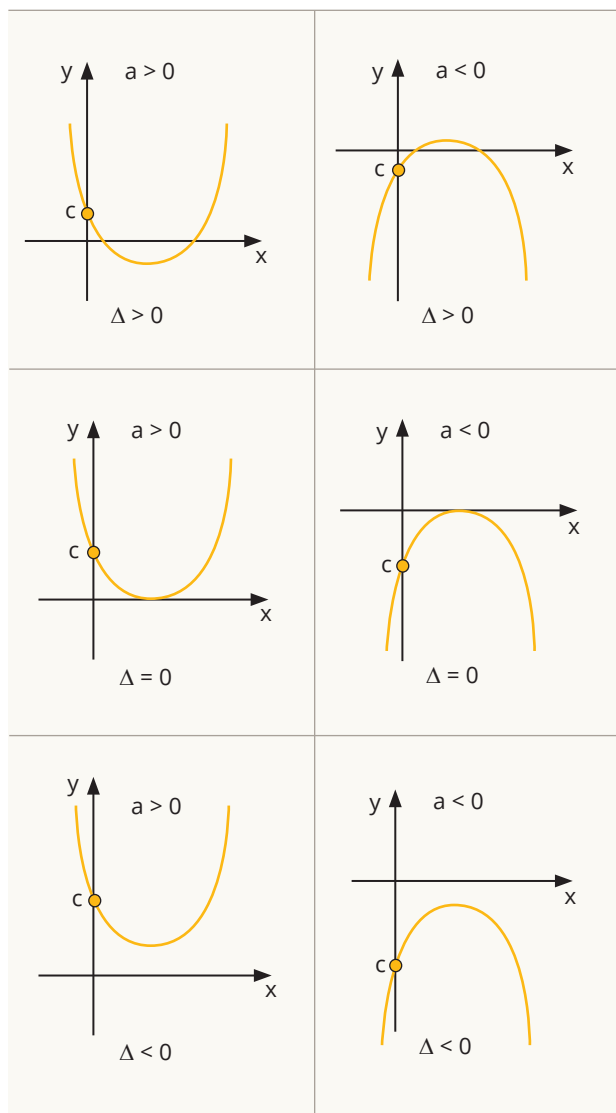
$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C,$$

onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V , na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x . Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é

- a) 6
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5



Resumo



COORDENADAS DO VÉRTICE

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

IMAGEM

Caso $a > 0$

$$Im = [y_v, +\infty)$$

Caso $a < 0$

$$Im = (-\infty, y_v]$$

////////// APOIO AO TEXTO //////////

2. Determine as coordenadas do vértice da parábola, obtida a partir da função quadrática $f(x) = -2x^2 - 4x$, e desenhe o gráfico.

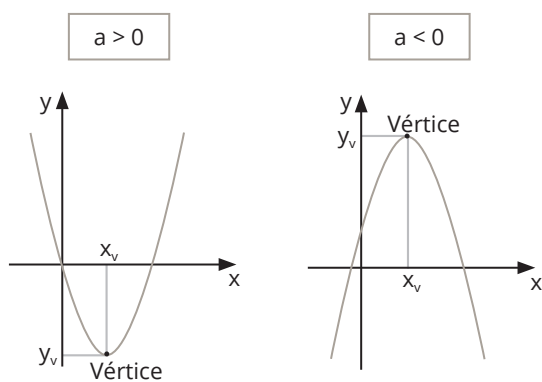
3. (UFSM) Um projétil é disparado verticalmente, para cima, com uma velocidade inicial de 40 m/s, de uma torre com 100m de altura. A altura h (em metros) atingida pelo projétil em relação ao solo, em função do tempo t (em segundos), é dada pela expressão $h(t) = -5t^2 + 40t + 100$. Assinale V nas verdadeiras e F nas falsas.

- () a altura máxima atingida é de 180 metros;
- () o projétil atinge a altura máxima em $t=4s$;
- () o projétil atingirá novamente a altura inicial decorridos 8 segundos do lançamento.

- a) F - F - V
- b) F - V - F
- c) V - V - F
- d) V - F - F
- e) V - V - V

Vértice da parábola

É o ponto "mais alto" (ou o ponto "mais baixo") da parábola.



4. (ENEM) Analisando as vendas de uma empresa, o gerente concluiu que o montante diário arrecadado, em milhar de real, poderia ser calculado pela expressão $V(x) = \frac{x^2}{4} - 10x + 105$, em que os valores de x representam os dias do mês, variando de 1 a 30.

Um dos fatores para avaliar o desempenho mensal da empresa é verificar qual é o menor montante diário V_0 arrecadado ao longo do mês e classificar o desempenho conforme as categorias apresentadas a seguir, em que as quantidades estão expressas em milhar de real.

- Ótimo: $V_0 \geq 24$
- Bom: $20 \leq V_0 < 24$
- Normal: $10 \leq V_0 < 20$
- Ruim: $4 \leq V_0 < 10$
- Péssimo: $V_0 < 4$

No caso analisado, qual seria a classificação do desempenho da empresa?

- a) Ótimo.
- b) Bom.
- c) Normal.
- d) Ruim.
- e) Péssimo.

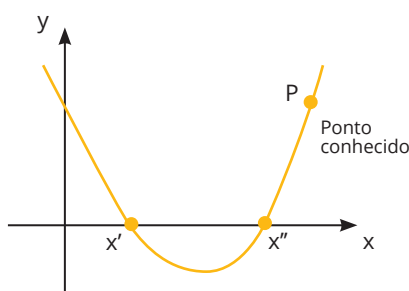
5. Uma empresa construtora dividiu um terreno em lotes retangulares de tamanhos diferentes, porém todos têm o mesmo perímetro de 200 m. A maior área, em m^2 , que um desses lotes pode ter é:

- a) 2.500
- b) 1.500
- c) 10.000
- d) 500
- e) 100

Encontrando e Desenvolvendo a Função Quadrática

É possível encontrar a regra de uma função quadrática conhecendo três pontos distintos de seu gráfico. Para tanto, vamos analisar dois casos.

QUANDO SÃO DADAS AS DUAS RAÍZES E MAIS UM PONTO



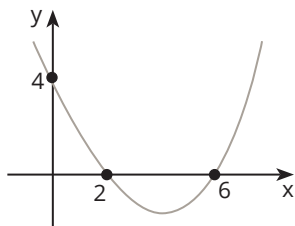
Use a forma fatorada:

$$f(x) = a \cdot (x - x') \cdot (x - x'')$$

em que x' e x'' são raízes, e o coeficiente a é encontrado por meio do uso das coordenadas do ponto conhecido P , distinto dos pontos $(x', 0)$ e $(x'', 0)$.



6. Obtenha a regra da função quadrática abaixo:

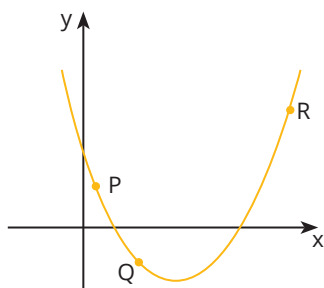


7. (UFSM) Segundo a assessoria de comunicação do FNDE, o projeto “Educando com a Horta Escolar” contou com a participação de 3 municípios brasileiros em 2007, 14 municípios em 2008 e contará com 40 municípios em 2009. A tabela abaixo apresenta o número $f(t)$ de municípios que aderiram ao projeto em função do tempo t , onde $t = 0$ representa o ano 2007, $t = 1$ representa o ano 2008, $t = 2$ representa o ano 2009, e assim por diante. Supondo que $f(t) = at^2 + bt + c$. Com $a, b, c \in \mathbb{R}$, pode-se prever que o número de municípios que participarão desse projeto em 2017 será igual a:

- a) 188
- b) 388
- c) 588
- d) 788
- e) 988

t	$f(t)$
0	3
1	14
2	40

QUANDO SÃO DADOS TRÊS PONTOS QUAISQUER



Para obter a regra da função quadrática a partir de três pontos quaisquer de seu gráfico, substitua as coordenadas de tais pontos na regra geral da função e, após, resolva o sistema linear obtido.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

(Regra geral)





» Exponenciais e Logaritmos

• Equações exponenciais

Vamos apresentar, na primeira parte desta unidade, equações em que a incógnita aparece no expoente, ou seja, as equações exponenciais. Para resolver uma equação exponencial, você deverá ter em mente as propriedades dos expoentes e, por vezes, as propriedades dos radicais.

Resolver uma equação exponencial é achar o valor da incógnita que torna verdadeira a igualdade. Para facilitar a sua compreensão, vamos dividir nosso estudo em dois casos. No primeiro, a ideia fundamental é igualar as duas bases envolvidas e, no segundo, vamos fazer uso de uma incógnita auxiliar.

Igualdade de potências de mesma base

Importante

- ▶ Igualar as bases;
- ▶ Cortar as bases;
- ▶ Trabalhar com os expoentes.

////// APOIO AO TEXTO //////////////

1. Resolva as equações exponenciais:

a) $8^{x-3} = 32$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} = 1$

c) $2^{x+3} = \frac{1}{8}$

d) $81^{x-2} = \sqrt[4]{27}$

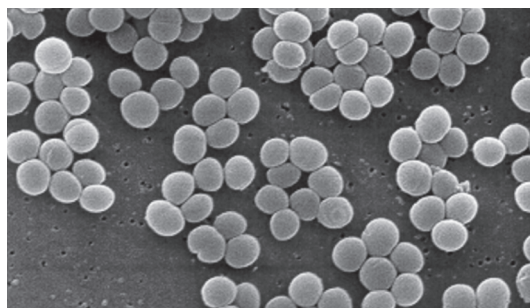
• Função exponencial

É a função definida por

$$f(x) = b \cdot a^x$$

Exemplo de aplicação

O número $B(t)$ de bactérias de uma população, em um instante t , pode ser dado pela regra $B(t) = B_0 \cdot e^{k \cdot t}$, em que B_0 é o número inicial de bactérias, e é o número neperiano, e k é a velocidade específica de crescimento dessa população.



Colônia de bactérias.

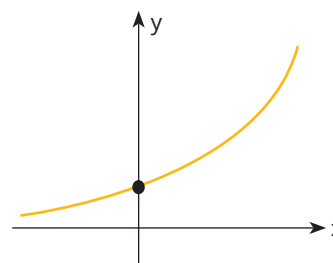
Propriedades

▶ 1. De acordo com a sua base, a função exponencial $f(x) = a^x$ tem um determinado gráfico e crescimento.

a) Se a sua base for um número real maior que 1, a função exponencial terá o gráfico a seguir e será **crecente**.

$a > 1 \Rightarrow$ Função exponencial crescente

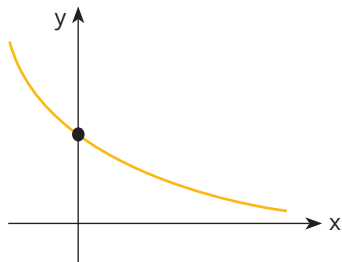
- Exemplo: $f(x) = 2^x$



b) Se a sua base for um número real positivo e menor que 1, a função exponencial terá o gráfico a seguir e será **decrecente**.

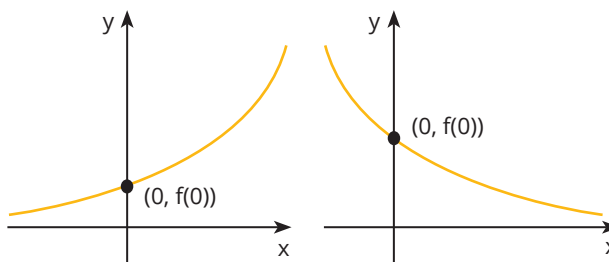
$0 < a < 1 \Rightarrow$ Função exponencial decrescente

- Exemplo: $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



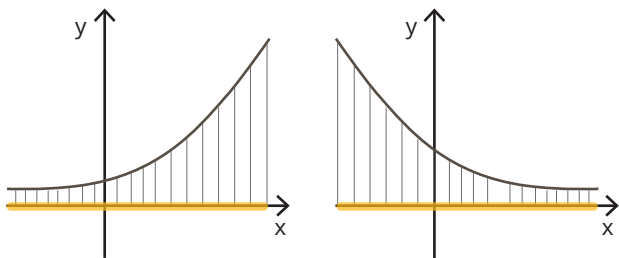
► 4. Para determinarmos o ponto em que o gráfico de uma função exponencial intersecta o eixo y, devemos calcular $f(0)$, e o ponto será $(0, f(0))$.

Intersecção com o eixo y $\Rightarrow (0, f(0))$



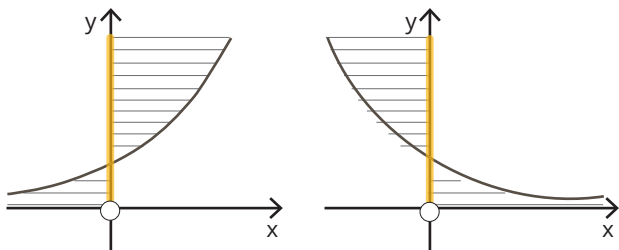
► 2. O domínio da função exponencial é o conjunto de todos os números reais.

$D = R =]-\infty, +\infty[$



► 3. A imagem da função exponencial é o conjunto de todos os números reais positivos.

$I = R^*_+ = \{y \in R \mid y > 0\} =]0, +\infty[$



APOIO AO TEXTO

2. (UFSM) Uma cultura de bactéria se inicia com uma bactéria no tempo $t = 0$. Seja $N(t) = 2^{t/6}$ o número de bactérias dessa cultura, no tempo t , medido em horas. Assim, assinale V nas afirmações verdadeiras e F nas falsas.

- () O número de bactérias dessa cultura duplica a cada 6 horas, contadas a partir da hora zero.
- () Após 2 dias, contados a partir da hora zero, o número de bactérias é 256.
- () O tempo mínimo necessário, para que a cultura atinja a quantidade de $4.096 = 2^{12}$ bactérias, é de 3 dias.

A sequência correta é

- a) F - F - V
- b) F - V - F
- c) V - V - F
- d) V - V - V
- e) V - F - F

3. (ENEM) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$$p(t) = 40 \cdot 2^{3t}$$

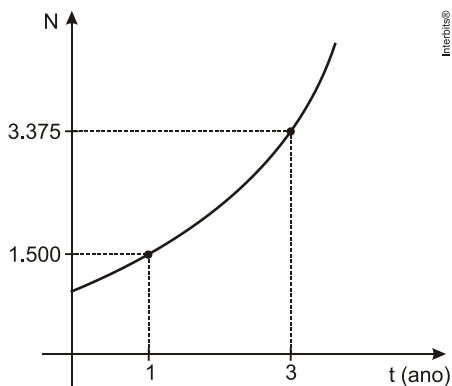
em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias. Em relação à quantidade inicial de bactérias, após 20 min, a população será

- a) reduzida a um terço.
- b) reduzida à metade.
- c) reduzida a dois terços.
- d) duplicada.
- e) triplicada.

Anotações:



4. (UFSM) As matas ciliares desempenham importante papel na manutenção das nascentes e estabilidade dos solos nas áreas marginais. Com o desenvolvimento do agronegócio e o crescimento das cidades, as matas ciliares vêm sendo destruídas. Um dos métodos usados para a sua recuperação é o plantio de mudas. O gráfico mostra o número de mudas $N(t) = ba^t$ ($0 < a \neq 1$ e $b > 0$) a serem plantadas no tempo t (em anos), numa determinada região.



De acordo com os dados, o número de mudas a serem plantadas, quando $t = 2$ anos, é igual a

- a) 2.137.
- b) 2.150.
- c) 2.250.
- d) 2.437.
- e) 2.500.

• Logaritmos

Chama-se **logaritmo de um número N** positivo, em uma base **a**, positiva e diferente de 1, ao expoente a que devemos elevar a base **a** para obtermos o número N, ou seja:

$$\log_a N = x \leftrightarrow a^x = N$$

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES

1. O logaritmo de 1, em qualquer base, sempre vale zero.

$$\log_a 1 = 0$$

2. O logaritmo da própria base sempre vale 1.

$$\log_a a = 1$$

3. Só existem logaritmos de números positivos.

4. A base de um logaritmo tem de ser um número real positivo e diferente de 1.

Propriedades operatórias dos logaritmos

São propriedades que transformam determinadas operações em outras mais simples.

1. Logaritmo de uma multiplicação = **soma de logaritmos**.

$$\log_a (A \cdot B) = \log_a A + \log_a B$$

- Exemplo: $\log_4 (2 \cdot 3) = \log_4 2 + \log_4 3$

2. Logaritmo de uma divisão = **logaritmo do numerador menos o logaritmo do denominador**.

$$\log_a \left(\frac{A}{B} \right) = \log_a A - \log_a B$$

- Exemplo: $\log \frac{C}{D} = \log C - \log D$

3. Logaritmo de uma potência = **expoente vezes o logaritmo da base da potência**.

$$\log_a A^n = n \cdot \log_a A$$

- Exemplo: $\log_3 A^8 = 8 \log_3 A$



4. Logaritmo de uma raiz = $\frac{\text{logaritmo do radicando}}{\text{índice da raiz}}$.

$$\log_a \sqrt[n]{A} = \frac{\log_a A}{n}$$

- Exemplo: $\log \sqrt[7]{y} = \frac{\log y}{7}$

7. Dados $\log 2 = 0,30$ e $\log 3 = 0,48$, calcule:

a) $\log 18$

b) $\log 1,2$

c) $\log 25$

////////// APOIO AO TEXTO //////////

5. Determine o valor real de x em cada igualdade:

a) $\log_3 \frac{1}{27} = x$

b) $\log_x \left(\frac{9}{4} \right) = \frac{1}{2}$

6. Calcule:

a) $\log_3 (1/81)$

b) $\log_8 (\sqrt[5]{4})$

Equações exponenciais e logaritmos

////////// APOIO AO TEXTO //////////

8. Considerando-se as aproximações $\log 2 = 0,3$ e $\log 3 = 0,5$, resolva a equação exponencial $4^x = 27$.

*Nota: em decorrência da utilização de valores aproximados para os logaritmos do enunciado, os resultados obtidos são inexatos.



Mudança de base

Dado o $\log_a N$, para escrevê-lo na base **b**, devemos usar a fórmula de mudança de base, que é:

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$$

APOIO AO TEXTO

9. Dado que $\log 2 = 0,30$ e $\log 3 = 0,48$, calcule $\log_4 9$

Inverso de um logaritmo

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

APOIO AO TEXTO

10. O conjunto verdade da equação

$$\frac{1}{\log_x 8} + \frac{1}{\log_{2x} 8} + \frac{1}{\log_{4x} 8} = 2 \text{ é:}$$

- a) {1}
- b) {8}
- c) {3}
- d) {2}
- e) {5}

EQUAÇÕES LOGARÍTMICAS

APOIO AO TEXTO

11. Resolva as equações logarítmicas:

a) $\log_2 (x - 5) + \log_2 (x + 2) = 3$

b) $\log_5 (x - 3) + \log_5 x = \log_5 28$

LOGARITMO NATURAL OU NEPERIANO

Chama-se logaritmo natural ou neperiano e representa-se por \ln o logaritmo na base **e**, em que **e** é o número irracional 2,718... .

Portanto:

$$\ln x = \log_e x$$

- Exemplo: $\ln 5 = \log_e 5$; $\ln 6 = \log_e 6$; $\ln e = \log_e e$

Propriedade fundamental

O logaritmo natural de uma potência de **e** é igual ao expoente de **e**. Portanto:

$$\ln e^x = x$$

- Exemplo: $\ln e^4 = 4$; $\ln e^8 = 8$; $\ln e = 1$

APOIO AO TEXTO

12. Sabendo que $\ln 2 = a$ e $\ln 3 = b$, resolva as equações exponenciais:

a) $e^x = 2$

b) $e^{2x} = 3$



13. Sabendo que $\ln 5 = 1,6$, resolva a equação $e^{2x} - 5e = 0$.

Exemplo de aplicação 2

Com o desenvolvimento da Teoria da Informação, descobriu-se que a velocidade máxima em bits por segundo com que sinais de potência S (em Watts) podem passar por um canal de comunicação sem distorção, produzindo um ruído de potência máxima de N Watts, é dada pela função logarítmica

$$V_{\text{máx}} = B \cdot \log_2 \left(\frac{S}{N} \right)$$

em que $v_{\text{máx}}$ = velocidade máxima e B = valor máximo da frequência em hertz.

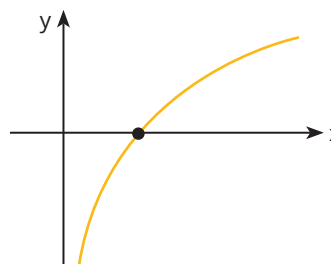
Propriedades

► 1. De acordo com sua base, a função logarítmica $f(x) = \log_a x$ tem um determinado gráfico e crescimento.

a) Se a sua base for um número real maior que 1, a função logarítmica terá o gráfico a seguir e será **creciente**.

$$a > 1 \Rightarrow \text{Função logarítmica crescente}$$

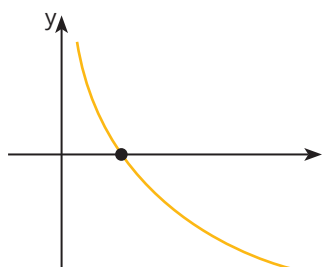
– Exemplo: $f(x) = \log_2 x$



b) Se a sua base for um número real menor que 1, a função logarítmica terá o gráfico a seguir e será **decrecente**.

$$0 < a < 1 \Rightarrow \text{Função logarítmica decrescente}$$

– Exemplo: $f(x) = \log_{0,5} x$



• Função logarítmica

É a função definida por:

$$f(x) = \log_a x$$

em que a , que é a base da função logarítmica, é um número real positivo e diferente de 1.

– Exemplos:

$$f(x) = \log_2 x \qquad g(x) = \log_{\frac{1}{3}} x \qquad h(x) = \log_{\sqrt{5}} x$$

Exemplo de aplicação 1

A intensidade de um terremoto pode ser medida por meio de uma função logarítmica. Na escala Richter, a intensidade de um terremoto é definida por:

$$I = \frac{2}{3} \log \frac{E}{E_0}$$

em que E é a energia liberada pelo terremoto em kWh (quilowatt-hora) e $E_0 = 10^3$ kWh.

Um dos mais violentos terremotos aconteceu em Lisboa no ano de 1755, liberando energia equivalente a 350 trilhões de kWh. A figura abaixo ilustra o que um terremoto pode causar.

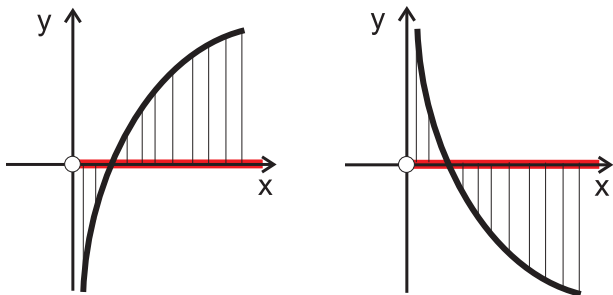


Destruição provocada por um terremoto.



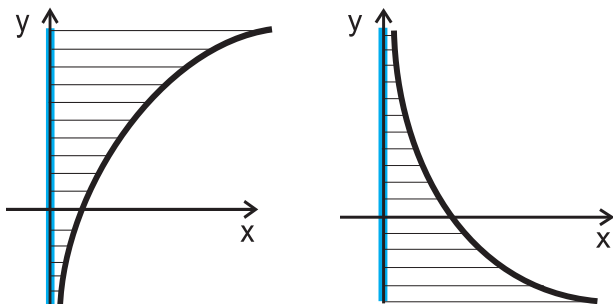
▶ 2. O domínio da função logarítmica é o conjunto de todos os números reais positivos.

$$D = \mathbb{R}_+^* = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\} =]0, +\infty[$$



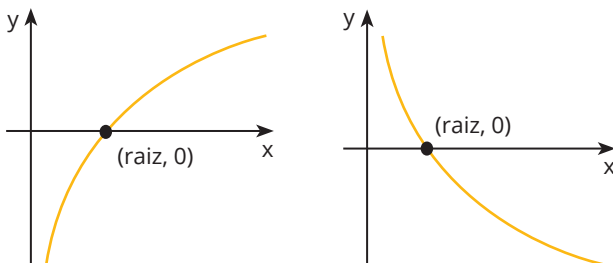
▶ 3. A imagem da função logarítmica é o conjunto de todos os números reais.

$$I = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$$



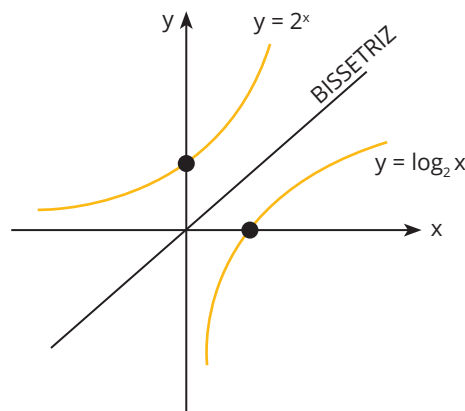
▶ 4. Para determinarmos o ponto em que o gráfico de uma função logarítmica intersecta o eixo x, devemos achar a sua raiz e o ponto será (raiz, 0).

$$\text{Intersecção com o eixo } x \Rightarrow (\text{raiz}, 0)$$



Anotações:

▶ 5. A função exponencial e a função logarítmica de mesma base são funções inversas, e seus gráficos são simétricos em relação à reta bissetriz do primeiro e do terceiro quadrantes.



////// APOIO AO TEXTO ////

14. (ENEM) A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_w), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escola de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_w e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_w = -10,7 + \frac{2}{3} \log_{10}(M_0)$$

Onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina·cm. O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude $M_w = 7,3$. Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina·cm)?

- a) $10^{-5,10}$
- b) $10^{-0,73}$
- c) $10^{12,00}$
- d) $10^{21,65}$
- e) $10^{27,00}$



15. (ENEM) Charles Richter e Beno Gutenberg desenvolveram a escala Richter, que mede a magnitude de um terremoto. Essa escala pode variar de 0 a 10 com possibilidades de valores maiores. O quadro mostra a escala de magnitude local (M_s) de um terremoto que é utilizada para descrevê-lo.

Descrição	Magnitude local (M_s) ($\mu\text{m.Hz}$)
Pequeno	$0 \leq M_s \leq 3,9$
Ligeiro	$4,0 \leq M_s \leq 4,9$
Moderado	$5,0 \leq M_s \leq 5,9$
Grande	$6,0 \leq M_s \leq 9,9$
Extremo	$M_s \geq 10,0$

Para se calcular a magnitude local, usa-se a fórmula $M_s = 3,30 + \log(A \cdot f)$ em que A representa a amplitude máxima da onda registrada por um sismógrafo em micrômetro μm e f representa a frequência da onda, em hertz (Hz). Ocorreu um terremoto com amplitude máxima de $2.000 \mu\text{m}$ e frequência de $0,2 \text{ Hz}$.

Disponível em: <http://cejarj.cecierj.edu.br>. Acesso em: 1 fev. 2015 (adaptado).

Utilize 0,3 como aproximação para $\log 2$. De acordo com os dados fornecidos, o terremoto ocorrido pode ser descrito como

- a) Pequeno.
- b) Ligeiro.
- c) Moderado.
- d) Grande.
- e) Extremo.

16. Biólogos estimam que a população P de certa espécie de aves é dada em função do tempo t em anos, de acordo com a relação $P = 250 \cdot (1,2)^{t/5}$, sendo t = 0 o momento em que o estudo foi iniciado.

Em quantos anos a população dessa espécie de aves irá triplicar? (dados: $\log 2 = 0,30$ e $\log 3 = 0,48$)

- a) 45
- b) 25
- c) 12
- d) 18
- e) 30

17. (UFMS) Quando um elemento radioativo, como o Césio 137 entra em contato com o meio ambiente, pode afetar o solo, os rios, as plantas e as pessoas. A radiação não torna o solo infértil, porém tudo que nele crescer estará contaminado. A expressão $Q(t) = Q_0 e^{-0,023t}$ representa a quantidade, em gramas, de átomos radioativos de césio 137 presentes no instante t, em dias, onde Q_0 é a quantidade inicial. O tempo, em dias, para que a quantidade de Césio 137 seja a metade da quantidade inicial é igual a. Use $\ln 2 = 0,69$

- a) 60
- b) 30
- c) 15
- d) 5
- e) 3



» Funções - aprofundamento

• Inequações

Inequações são sentenças matemáticas do tipo:

$$f(x) > g(x);$$

$$f(x) < g(x);$$

$$f(x) \geq g(x);$$

$$f(x) \leq g(x).$$

Resolver uma inequação significa determinar os valores de x que satisfazem a desigualdade apresentada.

APOIO AO TEXTO

1. Resolva as seguintes inequações:

a) $x^2 - 5x + 6 \leq 0$

2. Resolva a seguinte inequação: $(x - 2) \cdot (x^2 - 4x + 3) \geq 0$.

b) $x^2 + x + 1 > 0$

3. Resolva a seguinte inequação: $\frac{x^2 - x}{x^2 - 3x + 2} \geq 0$.



Domínio

Encontrar o domínio de uma função significa determinar os valores de x para os quais o cálculo de $f(x)$ transcurre sem problemas de existência.

Para tanto, é importante lembrar que um denominador nunca poderá se anular e que não existe raiz com índice par de um número negativo, quando se trabalha com os números reais.

Resumo

$\sqrt[n]{f(x)}$ existe para $f(x) \geq 0$

$\frac{a}{f(x)}$ existe para $f(x) \neq 0$

$\frac{a}{\sqrt[n]{f(x)}}$ existe para $f(x) > 0$

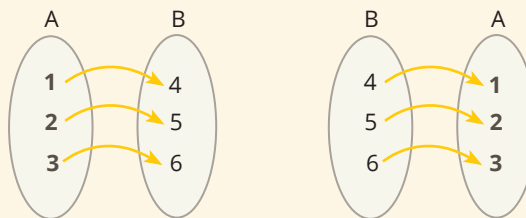
$\sqrt[n]{\frac{f(x)}{g(x)}}$ existe para $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$

$\frac{\sqrt[n]{f(x)}}{\sqrt[n]{g(x)}}$ existe para $f(x) \geq 0$ e $g(x) > 0$

Função inversa

Função inversa de uma função $f(x)$ de A em B é a função $f^{-1}(x)$ de B em A tal que, se $f(a) = b$, então $f^{-1}(b) = a$.

- Exemplos:



Regra da função inversa

Dada a regra da função f , para se obter a regra da sua inversa f^{-1} , procedemos assim:

- 1º. trocamos x por y e y por x ;
- 2º. isolamos y .

////////// APOIO AO TEXTO //////////

6. Encontre a lei da função inversa da função abaixo.

$$y = \frac{x+2}{x-2}$$

////////// APOIO AO TEXTO //////////

4. (FURG) O domínio da $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 3x - 10}{1 - x}}$ é:

- a) $(1, 2]$
- b) $(-\infty, 5]$
- c) $(-\infty, -5) \cup (1, 2)$
- d) $(-\infty, -5)$
- e) $(-\infty, -5] \cup (1, 2]$

5. (CEFET- PR) A função $f(x) = ax^2 + 5x - 10$ possui concavidade voltada para cima. O valor de $f(1)$, sabendo que "a" é um número inteiro pertencente ao domínio da

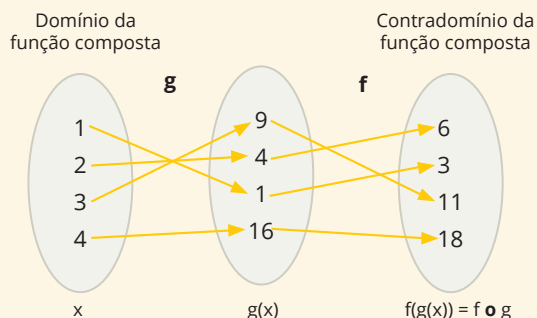
função $g(x) = \frac{1}{\sqrt{-x^2 - 2x + 8}}$, é:

- a) 10
- b) -10
- c) 4
- d) -6
- e) -4



Função composta

O símbolo $f \circ g$ (lê-se **f** composta com **g**) representa a função composta de **f** com **g**. Vejamos o esquema abaixo:



A função composta é uma composição de duas ou mais funções. No exemplo acima, temos a composição das funções **f** e **g**.

////////// APOIO AO TEXTO //////////

7. Considerando as funções reais $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = x - 7$, calcule:

a) $(f \circ g)(x)$

b) $(g \circ f)(x)$

Função modular

MÓDULO (OU VALOR ABSOLUTO) DE UM NÚMERO

O módulo (ou valor absoluto) de um número real x , que se indica por $|x|$, é definido da seguinte maneira:

▶ Se x é positivo ou zero, $|x|$ é igual ao próprio x .

- Exemplo: $|2| = 2$

▶ Se x é negativo, $|x|$ é igual a $-x$.

- Exemplo: $|-2| = -(-2) = 2$

Podemos escrever matematicamente a definição de módulo:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

O módulo de um número real é **sempre** positivo ou nulo.

EQUAÇÕES MODULARES

Toda equação que contiver a incógnita em um módulo, em pelo menos um dos membros, será chamada de **equação modular**.

- Exemplo: $|x^2 - 7x| = 10$

////////// APOIO AO TEXTO //////////

8. Resolva a equação $|x^2 - 5x| - 6 = 0$.

INEQUAÇÕES MODULARES

Para resolver uma inequação modular, considere o que segue:

Se a inequação for do tipo...	resolva assim...
$ x < a$	$-a < x < a$
$ x > a$	$x > a$ ou $x < -a$

Anotações:

////// APOIO AO TEXTO ////

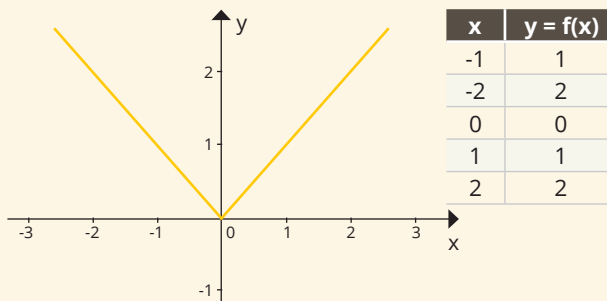
9. Resolva a inequação $|-2x + 6| < 2$.

FUNÇÃO MODULAR

Chamamos de função modular a função $f(x) = |x|$ definida por:

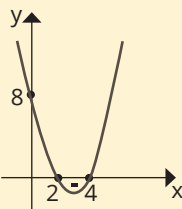
$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

A função modular é uma função definida por duas sentenças, e seu gráfico é o ilustrado abaixo:

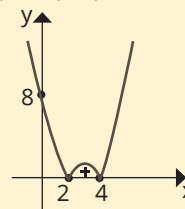


Dica do rebatimento

$$f(x) = x^2 - 6x + 8$$



$$|f(x)| = |x^2 - 6x + 8|$$



O módulo faz com que a parte do gráfico que estiver abaixo do eixo x seja rebatida para cima do eixo x.

Anotações:

GABARITO

- a) $2 \leq x \leq 3$
b) \mathbb{R}
- $1 \leq x \leq 2$ ou $x \geq 3$
- $x \leq 0$ ou $x > 2$
- E
- E
- $y = \frac{2x+2}{x-1}$
- a) $y = 2x - 13$
b) $y = 2x - 6$
- $S = \{-1, 2, 3, 6\}$
- $S = \{x \in \mathbb{R} / 2 < x < 4\}$



» Equação exponencial - caso especial

Quando, entre as potências que têm "x", aparece adição ou subtração

Passos para a resolução

- 1º. Trocar a variável.
- 2º. Resolver a equação na "nova" variável.

////// APOIO AO TEXTO ////

1. Resolva as equações exponenciais:

a) $4^x + 2^x = 72$

b) $3^{x+1} + 3^x - 3^{x-1} = 11$

Anotações:

GABARITO

1. a) {3}
b) {1}



GABARITO



Unidade 1

1. D
2. B
3. A
4. D
5. C
6. E
7. A
8. C
9. D
10. B
11. B
12. E
13. C
14. D
15. B
16. D
17. B

Unidade 2

1. C
2. E
3. C
4. A
5. B
6. E
7. A
8. D

Unidade 3

1. C
2. B
3. C
4. D
5. D

Unidade 4

1. B
2. B
3. D
4. D
5. D
6. D
7. C
8. C

Unidade 5

1. A
2. -1 E 2
3. E
4. D
5. A
6. $y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4$
7. D

Unidade 6

1. a) $\frac{14}{3}$
b) -1
c) -6
d) $\frac{35}{16}$
2. D
3. D
4. C
5. a) - 3
b) $\frac{81}{16}$
6. a) - 4
b) $\frac{2}{15}$
7. a) 1,26
b) 0,08
c) 1,4
8. a) $\frac{5}{2}$
9. a) $\frac{8}{5}$
10. D
11. a) 6
b) 7
12. a) a
b) $\frac{b}{2}$
13. 1,3
14. E
15. C
16. E
17. B

» Referências

ÁVILA, Geraldo. Introdução às Funções e à Derivada. São Paulo: Ed. Atual, 1994.

GIOVANNI, José Ruiz; BONJORNO, José Roberto. Matemática - 2º grau - Vol. 1. São Paulo: FTD, 1992.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar. São Paulo: Ed. Atual, 1983.

LIMA, Élon Lages; CARVALHO, Paulo César Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. A Matemática do Ensino Médio - Vol. 1. Rio de Janeiro: Ed. SBM, 1997.

PAIVA, Manoel. Matemática - Vol. único. São Paulo: Ed. Moderna, 2005.

_____. Matemática. São Paulo: Ed. Moderna, 2002.



HABILIDADES À PROVA 1

» Tópicos importantes da Matemática Básica

○ 1. (ENEM) O ciclo de atividade magnética do Sol tem um período de 11 anos. O início do primeiro ciclo registrado deu-se no começo de 1755 e estendeu-se até o final de 1765. Desde então, todos os ciclos de atividade magnética do Sol têm sido registrados.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 27 fev. 2013.

No ano de 2101, o Sol estará no ciclo de atividade magnética de número:

- a) 32
- b) 34
- c) 33
- d) 35
- e) 31

○ 2. (ENEM) Nos *shopping centers*, costumam existir parques com vários brinquedos e jogos. Os usuários colocam créditos em um cartão, que são descontados por cada período de tempo de uso dos jogos. Dependendo da pontuação da criança no jogo, ela recebe um certo número de tíquetes para trocar por produtos nas lojas dos parques.

Suponha que o período de uso de um brinquedo em certo *shopping* custa R\$ 3,00 e que uma bicicleta custa 9.200 tíquetes.

Para uma criança que recebe 20 tíquetes por período de tempo que joga, o valor, em reais, gasto com créditos para obter a quantidade de tíquetes para trocar pela bicicleta é:

- a) 153
- b) 460
- c) 1.218
- d) 1.380
- e) 3.066

○ 3. (ENEM) Há, em virtude da demanda crescente de economia de água, equipamentos e utensílios, por exemplo, as bacias sanitárias ecológicas, que utilizam 6 litros de água por descarga, em vez dos 15 litros utilizados por bacias sanitárias não ecológicas, conforme dados da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Qual será a economia diária de água obtida por meio da substituição de uma bacia sanitária não ecológica, que gasta cerca de 60 litros por dia com a descarga, por uma bacia sanitária ecológica?

- a) 24 litros.
- b) 36 litros.
- c) 40 litros.
- d) 42 litros.
- e) 50 litros.

○ 4. (ENEM) João decidiu contratar os serviços de uma empresa por telefone por meio do SAC (Serviço de Atendimento ao Consumidor). O atendente ditou para João o número de protocolo de atendimento da ligação e pediu que ele anotasse. Entretanto, João não entendeu um dos algarismos ditados pelo atendente e anotou o número 1 3 _ 9 8 2 0 7, sendo que o espaço vazio é o do algarismo que João não entendeu.

De acordo com essas informações, a posição ocupada pelo algarismo que falta no número de protocolo é a de:

- a) centena.
- b) dezena de milhar.
- c) centena de milhar.
- d) milhão.
- e) centena de milhão.

○ 5. (ENEM) Uma pesquisa realizada por estudantes da Faculdade de Estatística mostra, em horas por dia, como os jovens entre 12 e 18 anos gastam seu tempo, tanto durante a semana (de segunda-feira a sexta-feira), como no fim de semana (sábado e domingo). A seguinte tabela ilustra os resultados da pesquisa.

Rotina juvenil	Durante a semana	No fim de semana
Assistir à televisão	3	3
Atividades domésticas	1	1
Atividades escolares	5	1
Atividades de lazer	2	4
Descanso, higiene e alimentação	10	12
Outras atividades	3	3

De acordo com essa pesquisa, quantas horas de seu tempo gasta um jovem entre 12 e 18 anos, na semana inteira (de segunda-feira a domingo), nas atividades escolares?

- a) 20
- b) 21
- c) 24
- d) 25
- e) 27



○ **6. (ENEM)** Existe uma cartilagem entre os ossos que vai crescendo e se calcificando desde a infância até a idade adulta. No fim da puberdade, os hormônios sexuais (testosterona e estrógeno) fazem com que essas extremidades ósseas (epífises) se fechem e o crescimento seja interrompido. Assim, quanto maior a área não calcificada entre os ossos, mais a criança poderá crescer ainda. A expectativa é que, durante os quatro ou cinco anos da puberdade, um garoto ganhe de 27 a 30 centímetros.

Revista Cláudia, Abr. 2010 (adaptado).

De acordo com essas informações, um garoto que inicia a puberdade com 1,45 m de altura poderá chegar ao final dessa fase com uma altura:

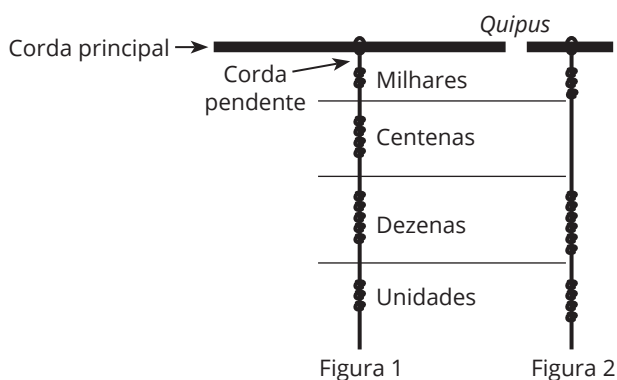
- a) mínima de 1,458 m.
- b) mínima de 1,477 m.
- c) máxima de 1,480 m.
- d) máxima de 1,720 m.
- e) máxima de 1,750 m.

○ **7. (ENEM)** Um maquinista de trem ganha R\$ 100,00 por viagem e só pode viajar a cada 4 dias. Ele ganha somente se fizer a viagem e sabe que estará de férias de 1º a 10 de junho, quando não poderá viajar. Sua primeira viagem ocorreu no dia primeiro de janeiro. Considere que o ano tem 365 dias.

Se o maquinista quiser ganhar o máximo possível, quantas viagens precisará fazer?

- a) 37
- b) 51
- c) 88
- d) 89
- e) 91

○ **8. (ENEM)** Os incas desenvolveram uma maneira de registrar quantidade e representar números utilizando um sistema de numeração decimal posicional: um conjunto de cordas com nós denominado *quipus*. O *quipus* era feito de uma corda matriz, ou principal (mais grossa que as demais), na qual eram penduradas outras cordas, mais finas, de diferentes tamanhos e cores (cordas pendentes). De acordo com a sua posição, os nós significavam unidades, dezenas, centenas e milhares. Na figura 1, o *quipus* representa o número decimal 2.453. Para representar o "zero" em qualquer posição, não se coloca nenhum nó.

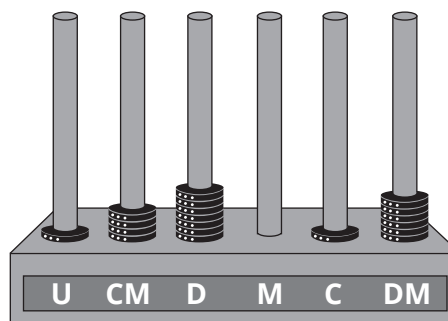


O número da representação do *quipus* da figura 2, em base decimal, é:

- a) 364
- b) 463
- c) 3.064
- d) 3.640
- e) 4.603

○ **9. (ENEM)** O ábaco é um antigo instrumento de cálculo que usa notação posicional de base dez para representar números naturais. Ele pode ser apresentado em vários modelos, um deles é formado por hastes apoiadas em uma base. Cada haste corresponde a uma posição no sistema decimal e nelas são colocadas argolas; a quantidade de argolas na haste representa o algarismo daquela posição. Em geral, colocam-se adesivos abaixo das hastes com os símbolos U, D, C, M, DM e CM, que correspondem, respectivamente, a unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar, dezenas de milhar e centenas de milhar, sempre começando com a unidade na haste da direita e as demais ordens do número no sistema decimal nas hastes subsequentes (da direita para esquerda), até a haste que se encontra mais à esquerda.

Entretanto, no ábaco da figura, os adesivos não seguiram a disposição usual.



Nessa disposição, o número que está representado na figura é:

- a) 46.171
- b) 147.016
- c) 171.064
- d) 460.171
- e) 610.741

Anotações:



○ **10. (ENEM)** Nas construções prediais, são utilizados tubos de diferentes medidas para a instalação da rede de água. Essas medidas são conhecidas pelo seu diâmetro, muitas vezes medido em polegada. Alguns desses tubos, com medidas em polegada, são os tubos de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{4}$.

Colocando os valores dessas medidas em ordem crescente, encontramos:

- a) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{4}$.
 b) $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$ e $\frac{3}{8}$.
 c) $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{5}{4}$.
 d) $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{4}$ e $\frac{1}{2}$.
 e) $\frac{5}{4}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{8}$.

○ **11. (ENEM)** Em alguns supermercados, é comum a venda de produtos em atacado com preços inferiores aos habituais. Um desses supermercados anunciou a venda de sabonetes em cinco opções de pacotes diferentes. Segue a descrição desses pacotes com as respectivas quantidades e preços.

Pacote I: 3 unidades por R\$ 2,10;

Pacote II: 4 unidades por R\$ 2,60;

Pacote III: 5 unidades por R\$ 3,00;

Pacote IV: 6 unidades por R\$ 3,90;

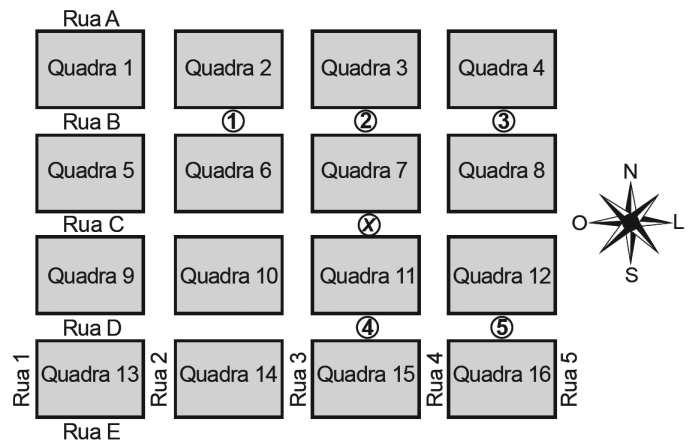
Pacote V: 12 unidades por R\$ 9,60.

Todos os sabonetes que compõem esses pacotes são idênticos.

Qual desses pacotes oferece o menor preço por sabonete?

- a) I
 b) II
 c) III
 d) IV
 e) V

○ **12. (ENEM)** Um menino acaba de se mudar para um novo bairro e deseja ir à padaria. Pediu ajuda a um amigo que lhe forneceu um mapa com pontos numerados, que representam cinco locais de interesse, entre os quais está a padaria. Além disso, o amigo passou as seguintes instruções: a partir do ponto em que você se encontra, representado pela letra X, ande para oeste, vire à direita na primeira rua que encontrar, siga em frente e vire à esquerda na próxima rua. A padaria estará logo a seguir.



A padaria está representada pelo ponto numerado com:

- a) 1
 b) 2
 c) 3
 d) 4
 e) 5

○ **13. (ENEM)** Como não são adeptos da prática de esportes, um grupo de amigos resolveu fazer um torneio de futebol utilizando *videogame*. Decidiram que cada jogador joga uma única vez com cada um dos outros jogadores. O campeão será aquele que conseguir o maior número de pontos. Observaram que o número de partidas jogadas depende do número de jogadores, como mostra o quadro:

Quantidade de jogadores	2	3	4	5	6	7
Número de partidas	1	3	6	10	15	21

Se a quantidade de jogadores for 8, quantas partidas serão realizadas?

- a) 64
 b) 56
 c) 49
 d) 36
 e) 28

○ **14. (ENEM)** Duas amigas irão fazer um curso no exterior durante 60 dias e usarão a mesma marca de xampu. Uma delas gasta um frasco desse xampu em 10 dias, enquanto a outra leva 20 dias para gastar um frasco com o mesmo volume. Elas combinam de usar, conjuntamente, cada frasco de xampu que levarem.

O número mínimo de frascos de xampu que deverão levar nessa viagem é:

- a) 2
 b) 4
 c) 6
 d) 8
 e) 9



○ **15. (ENEM)** Em um aeroporto, os passageiros devem submeter suas bagagens a uma das cinco máquinas de raio-x disponíveis ao adentrarem a sala de embarque. Num dado instante, o tempo gasto por essas máquinas para escanear a bagagem de cada passageiro e o número de pessoas presentes em cada fila estão apresentadas em um painel, conforme a figura.

Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4	Máquina 5
35 segundos	25 segundos	22 segundos	40 segundos	20 segundos
5 pessoas	6 pessoas	7 pessoas	4 pessoas	8 pessoas

Um passageiro, ao chegar à sala de embarque desse aeroporto no instante indicado, visando esperar o menor tempo possível, deverá se dirigir à máquina:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

○ **16. (ENEM)** O slogan “Se beber não dirija”, muito utilizado em campanhas publicitárias no Brasil, chama a atenção para o grave problema da ingestão de bebida alcoólica por motoristas e suas consequências para o trânsito. A gravidade desse problema pode ser percebida observando como o assunto é tratado pelo Código de Trânsito Brasileiro. Em 2013, a quantidade máxima de álcool permitida no sangue do condutor de um veículo, que já era pequena, foi reduzida, e o valor da multa para motoristas alcoolizados foi aumentado. Em consequência dessas mudanças, observou-se queda no número de acidentes registrados em uma suposta rodovia nos anos que se seguiram às mudanças implantadas em 2013, conforme dados no quadro.

Ano	2013	2014	2015
Número total de acidentes	1.050	900	850

Suponha que a tendência de redução no número de acidentes nessa rodovia para os anos subsequentes seja igual à redução absoluta observada de 2014 para 2015.

Com base na situação apresentada, o número de acidentes esperados nessa rodovia em 2018 foi de:

- a) 150.
- b) 450.
- c) 550.
- d) 700.
- e) 800.

○ **17. (ENEM)** A disparidade de volume entre os planetas é tão grande que seria possível colocá-los uns dentro dos outros. O planeta Mercúrio é o menor de todos. Marte é o segundo menor: dentro dele cabem três Mercúrios. Terra é o único com vida: dentro dela cabem sete Martes. Netuno é o quarto maior: dentro dele cabem 58 Terras. Júpiter é o maior dos planetas: dentro dele cabem 23 Netunos.

Revista Veja. Ano 41, nº 26, 25 jun. 2008 (adaptado).

Seguindo o raciocínio proposto, quantas Terras cabem dentro de Júpiter?

- a) 406
- b) 1.334
- c) 4.002
- d) 9.338
- e) 28.014

○ **18. (ENEM)** Uma escola recebeu do governo uma verba de R\$ 1.000,00 para enviar dois tipos de folhetos pelo correio. O diretor da escola pesquisou que tipos de selos deveriam ser utilizados. Concluiu que, para o primeiro tipo de folheto, bastava um selo de R\$ 0,65, enquanto, para folhetos do segundo tipo, seriam necessários três selos, um de R\$ 0,65, um de R\$ 0,60 e um de R\$ 0,20. O diretor solicitou que se comprassem selos de modo que fossem postados exatamente 500 folhetos do segundo tipo e uma quantidade restante de selos que permitisse o envio do máximo possível de folhetos do primeiro tipo.

Quantos selos de R\$ 0,65 foram comprados?

- a) 476
- b) 675
- c) 923
- d) 965
- e) 1.538

○ **19. (ENEM 2022)** Um atleta iniciou seu treinamento visando as competições de fim de ano. Seu treinamento consiste em cinco tipos diferentes de treinos: treino T_1 , treino T_2 , treino T_3 , treino T_4 e treino T_5 . A sequência dos treinamentos deve seguir esta ordem:

Dia	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°
Treino	T_1	R	R	T_2	R	R	T_3	R	T_4	R	R	T_5	R

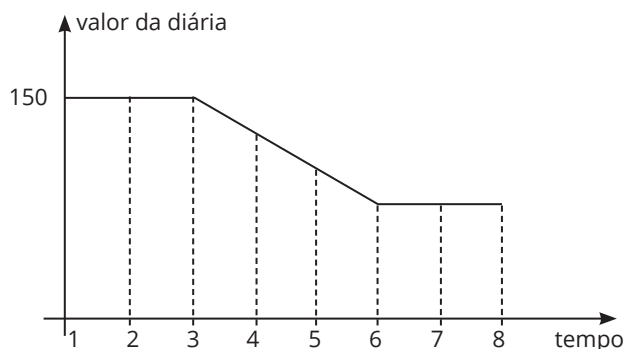
A letra R significa repouso. Após completar a sequência de treinamentos, o atleta começa novamente a sequência a partir do treino T_1 e segue a ordem descrita. Após 24 semanas completas de treinamento, se dará o início das competições.

A sequência de treinamentos que o atleta realizará na 24ª semana de treinos é:

- a) $T_3 R T_4 R R T_5 R$
- b) $R T_3 R T_4 R R T_5$
- c) $R T_4 R R T_5 R T_1$
- d) $R R T_5 R T_1 R R$
- e) $R T_5 R T_1 R R T_2$



○ 20. (ENEM) Uma pousada oferece pacotes promocionais para atrair casais a se hospedarem por até oito dias. A hospedagem seria em apartamento de luxo e, nos três primeiros dias, a diária custaria R\$ 150,00, preço da diária fora da promoção. Nos três dias seguintes, seria aplicada uma redução no valor da diária, cuja taxa média de variação, a cada dia, seria de R\$ 20,00. Nos dois dias restantes, seria mantido o preço do sexto dia. Nessas condições, um modelo para a promoção idealizada é apresentado no gráfico a seguir, no qual o valor da diária é função do tempo medido em número de dias.



De acordo com os dados e com o modelo, comparando o preço que um casal pagaria pela hospedagem por sete dias fora da promoção, um casal que adquirir o pacote promocional por oito dias fará uma economia de:

- a) R\$ 90,00
- b) R\$ 110,00
- c) R\$ 130,00
- d) R\$ 150,00
- e) R\$ 170,00

○ 21. (ENEM 2022) Cada número que identifica uma agência bancária tem quatro dígitos: N_1, N_2, N_3, N_4 mais um dígito verificador N_5 .

$$\boxed{N_1} \boxed{N_2} \boxed{N_3} \boxed{N_4} - \boxed{N_5}$$

Todos esses dígitos são números naturais pertencentes ao conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Para a determinação de N_5 , primeiramente multiplica-se ordenadamente os quatro primeiros dígitos do número da agência por 5, 4, 3 e 2, respectivamente, somam-se os resultados e obtém-se $S = 5N_1 + 4N_2 + 3N_3 + 2N_4$.

Posteriormente, encontra-se o resto da divisão de S por 11, denotando por R esse resto. Dessa forma, N_5 é a diferença $11 - R$.

Considere o número de uma agência bancária cujos quatro primeiros dígitos são 0100.

Qual é o dígito verificador N_5 dessa agência bancária?

- a) 0
- b) 6
- c) 7
- d) 8
- e) 9

○ 22. (ENEM) Um executivo sempre viaja entre as cidades A e B, que estão localizadas em fusos horários distintos. O tempo de duração da viagem de avião entre as duas cidades é de 6 horas. Ele sempre pega um voo que sai de A às 15h e chega à cidade B às 18h (respectivos horários locais).





Certo dia, ao chegar à cidade B, soube que precisava estar de volta à cidade A, no máximo, até as 13h do dia seguinte (horário local de A).

Para que o executivo chegue à cidade A no horário correto e admitindo-se que não haja atrasos, ele deve pegar um voo saindo da cidade B, em horário local de B, no máximo, à(s):

- a) 16h
- b) 10h
- c) 7h
- d) 4h
- e) 1h



○ 23. (ENEM) A música e a matemática encontram-se na apresentação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte.

Semibreve		1
Mínima		1/2
Semínima		1/4
Colcheia		1/8
Semicolcheia		1/16
Fusa		1/32
Semífusa		1/64

Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for $1/2$, poderia ter um compasso ou duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras.

Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é $3/4$, poderia ser preenchido com:

- a) 24 fusas.
- b) 3 semínimas.
- c) 8 semínimas.
- d) 24 colcheias e 12 semínimas.
- e) 16 semínimas e 8 semicolcheias.



○ 24. (ENEM) De forma geral, os pneus radiais trazem em sua lateral uma marcação do tipo $abc/deRfg$, como 185/65R15. Essa marcação identifica as medidas do pneu da seguinte forma:

- ▶ abc é a medida da largura do pneu, em milímetro;
- ▶ de é igual ao produto de 100 pela razão entre a medida da altura (em milímetro) e a medida da largura do pneu (em milímetro);
- ▶ R significa radial;
- ▶ fg é a medida do diâmetro interno do pneu, em polegada.

A figura ilustra as variáveis relacionadas com esses dados.

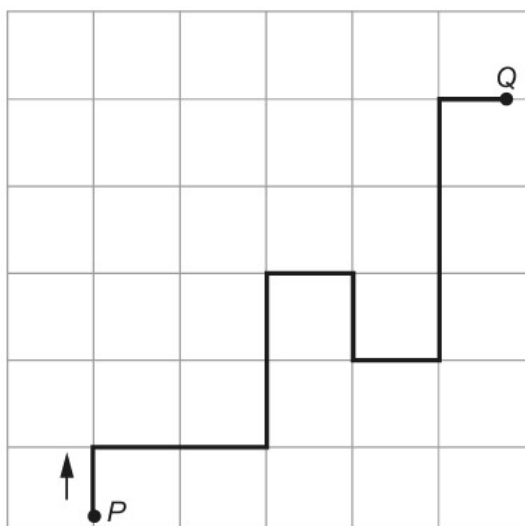


O proprietário de um veículo precisa trocar os pneus de seu carro e, ao chegar a uma loja, é informado por um vendedor de que há somente pneus com os seguintes códigos: 175/65R15, 175/75R15, 175/80R15, 185/60R15 e 205/55R15. Analisando, juntamente com o vendedor, as opções de pneus disponíveis, conclui que o pneu mais adequado para seu veículo é o que tem a menor altura.

Dessa forma, o proprietário do veículo deverá comprar o pneu com a marcação:

- a) 205/55R15.
- b) 175/65R15.
- c) 175/75R15.
- d) 175/80R15.
- e) 185/60R15.

○ 25. (ENEM 2022) Uma pessoa precisa se deslocar de automóvel do ponto P para o ponto Q, indicados na figura, na qual as linhas verticais e horizontais simbolizam ruas.



Por causa do sentido de tráfego nessas ruas, o caminho poligonal destacado é a possibilidade mais curta de efetuar esse deslocamento. Para descrevê-lo, deve-se especificar qual o sentido a ser tomado em cada cruzamento de ruas, em relação à direção de deslocamento do automóvel, que se movimentará continuamente. Para isso, empregam-se as letras E, F e D para indicar “vire à esquerda”, “siga em frente” e “vire à direita”, respectivamente.

A sequência de letras que descreve o caminho poligonal destacado é:

- a) DDEFDDEEFFD.
- b) DFEFDDDEFFD.
- c) DFEFDDEEFFD.
- d) EFDFEEDDFFE.
- e) EFDFEEDDFFE.

○ 26. (ENEM) O prédio de uma empresa tem cinco andares e, em cada andar, há dois banheiros masculinos e dois femininos. Em cada banheiro, estão instalados dois recipientes para sabonete líquido com uma capacidade de 200 ml (0,2 litro) cada um. Os recipientes dos banheiros masculinos são abastecidos duas vezes por semana, e os dos banheiros femininos, três vezes por semana, quando estão completamente vazios. O fornecedor de sabonete líquido para a empresa oferece cinco tipos de embalagens: I, II, III, IV, V, com capacidades de 2 ℓ, 3 ℓ, 4 ℓ, 5 ℓ e 6 ℓ, respectivamente.

Para abastecer completamente os recipientes de sabonete líquido dos banheiros durante a semana, a empresa planeja adquirir quatro embalagens de um mesmo tipo, de forma que não haja sobras de sabonete.

Que tipo de embalagem a empresa deve adquirir?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

○ 27. (ENEM) Em um torneio interclasses de um colégio, visando estimular o aumento do número de gols nos jogos de futebol, a comissão organizadora estabeleceu a seguinte forma de contagem de pontos para cada partida: uma vitória vale três pontos, um empate com gols vale dois pontos, um empate sem gols vale um ponto, e uma derrota vale zero ponto. Após 12 jogos, um dos times obteve como resultados cinco vitórias e sete empates, dos quais, três sem gol.

De acordo com esses dados, qual foi o número total de pontos obtidos pelo time citado?

- a) 22
- b) 25
- c) 26
- d) 29
- e) 36



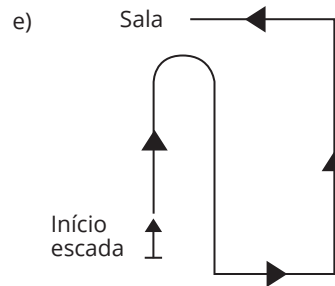
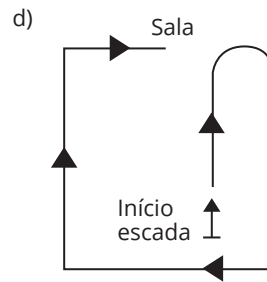
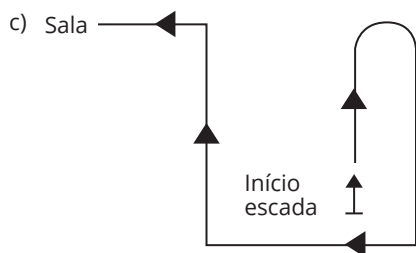
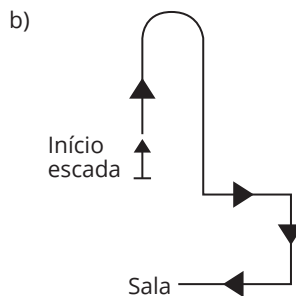
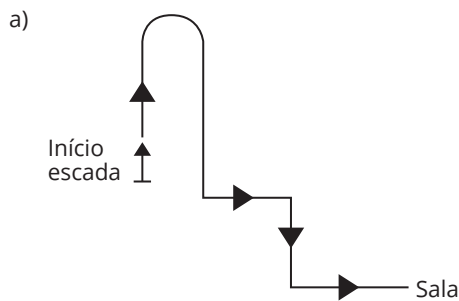
○ 28. (ENEM) Em um teleférico turístico, bondinhos saem de estações ao nível do mar e do topo de uma montanha. A travessia dura 1,5 minuto, e ambos os bondinhos deslocam-se à mesma velocidade. Quarenta segundos após o bondinho A partir da estação ao nível do mar, ele cruza com o bondinho B, que havia saído do topo da montanha.

Quantos segundos após a partida do bondinho B partiu o bondinho A?

- a) 5
- b) 10
- c) 15
- d) 20
- e) 25

○ 29. (ENEM) Uma pessoa pede informação na recepção de um prédio comercial de como chegar a uma sala e recebe as seguintes instruções: suba a escada em forma de U à frente, ao final dela, vire à esquerda, siga um pouco à frente e, em seguida, vire à direita e siga pelo corredor. Ao final do corredor, vire à direita.

Uma possível projeção vertical dessa trajetória, no plano da base do prédio, é:



○ 30. (ENEM) Alguns modelos de rádios automotivos estão protegidos por um código de segurança. Para ativar o sistema de áudio, deve-se digitar o código secreto composto por quatro algarismos. No primeiro caso de erro na digitação, a pessoa deve esperar 60 segundos para digitar o código novamente. O tempo de espera duplica, em relação ao tempo de espera anterior, a cada digitação errada. Uma pessoa conseguiu ativar o rádio somente na quarta tentativa, sendo de 30 segundos o tempo gasto para a digitação do código secreto a cada tentativa. Nos casos de digitação incorreta, ela iniciou a nova tentativa imediatamente após a liberação do sistema de espera.

O tempo total, em segundos, gasto por essa pessoa para ativar o rádio foi igual a:

- a) 300
- b) 420
- c) 540
- d) 660
- e) 1.020

○ 31. (ENEM 2022) Ao escutar a notícia de que um filme recém-lançado arrecadou, no primeiro mês de lançamento, R\$ 1,35 bilhão em bilheteria, um estudante escreveu corretamente o número que representa essa quantia, com todos os seus algarismos.

O número escrito pelo estudante foi:

- a) 135.000,00.
- b) 1.350.000,00.
- c) 13.500.000,00.
- d) 135.000.000,00.
- e) 1.350.000.000,00.



○ **32. (ENEM)** Durante uma epidemia de uma gripe viral, o secretário de saúde de um município comprou 16 galões de álcool em gel, com 4 litros de capacidade cada um, para distribuir igualmente em recipientes para 10 escolas públicas do município. O fornecedor dispõe à venda diversos tipos de recipientes, com suas respectivas capacidades listadas:

- ▶ Recipiente I: 0,125 litro
- ▶ Recipiente II: 0,250 litro
- ▶ Recipiente III: 0,320 litro
- ▶ Recipiente IV: 0,500 litro
- ▶ Recipiente V: 0,800 litro

O secretário de saúde comprará recipientes de um mesmo tipo, de modo a instalar 20 deles em cada escola, abastecidos com álcool em gel na sua capacidade máxima, de forma a utilizar todo o gel dos galões de uma só vez.

Que tipo de recipiente o secretário de saúde deve comprar?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

○ **33. (ENEM 2022)** Uma pessoa precisa contratar um operário para fazer um serviço em sua casa. Para isso, ela postou um anúncio em uma rede social. Cinco pessoas responderam informando preços por hora trabalhada, gasto diário com transporte e tempo necessário para conclusão do serviço, conforme valores apresentados no quadro.

Operário	Preço por hora (real)	Preço do transporte (real)	Tempo até conclusão (hora)
I	120	0,00	8
II	180	0,00	6
III	170	20,00	6
IV	110	10,00	9
V	110	0,00	10

Se a pessoa pretende gastar o mínimo possível com essa contratação, irá contratar o operário:

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) IV.
- e) V.

○ **34. (ENEM)** Durante a Segunda Guerra Mundial, para deciframos as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número N é dado pela expressão $2^x \cdot 5^y \cdot 7^z$, na qual x , y e z são números inteiros não negativos. Sabe-se que N é múltiplo de 10 e não é múltiplo de 7.

O número de divisores de N , diferentes de N , é:

- a) $x \cdot y \cdot z$
- b) $(x + 1) \cdot (y + 1)$
- c) $x \cdot y \cdot z - 1$
- d) $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot z$
- e) $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1) - 1$

○ **35. (ENEM)** O gerente de um cinema fornece anualmente ingressos gratuitos para escolas. Neste ano, serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos. Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

- cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;
- todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;
- não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é:

- a) 2
- b) 4
- c) 9
- d) 40
- e) 80

○ **36. (ENEM)** Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1.080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m.

Atendendo ao pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir:

- a) 105 peças.
- b) 120 peças.
- c) 210 peças.
- d) 243 peças.
- e) 420 peças.

○ **37. (ENEM)** Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos, visando a públicos distintos. Como alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira, ele resolve fazer uma contagem para diminuir os gastos com originais de impressão. Os catálogos C_1 , C_2 e C_3 terão, respectivamente, 50, 45 e 40 páginas.

Comparando os projetos de cada catálogo, ele verifica que C_1 e C_2 terão 10 páginas em comum; C_1 e C_3 terão 6 páginas em comum; C_2 e C_3 terão 5 páginas em comum, das quais 4 também estarão em C_1 .

Efetando os cálculos correspondentes, o fabricante concluiu que, para a montagem dos três catálogos, necessitará de um total de originais de impressão igual a:

- a) 135
- b) 126
- c) 118
- d) 114
- e) 110

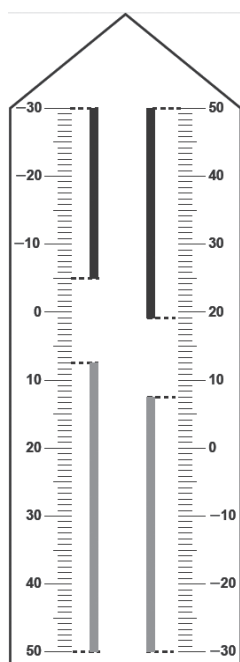


○ **38. (ENEM)** Para economizar em suas contas mensais de água, uma família de 10 pessoas deseja construir um reservatório para armazenar a água captada das chuvas, que tenha capacidade suficiente para abastecer a família por 20 dias. Cada pessoa consome, diariamente, $0,08 \text{ m}^3$ de água.

Para que os objetivos da família sejam atingidos, a capacidade mínima, em litros, do reservatório a ser construído deve ser de:

- a) 16
- b) 800
- c) 1.600
- d) 8.000
- e) 16.000

○ **39. (ENEM)** Neste modelo de termômetro, os filetes na cor preta registram as temperaturas mínima e máxima do dia anterior, e os filetes na cor cinza registram a temperatura ambiente atual, ou seja, no momento da leitura do termômetro.



Por isso, ele tem duas colunas. Na da esquerda, os números estão em ordem crescente, de cima para baixo, de -30°C até 50°C . Na coluna da direita, os números estão ordenados de forma crescente, de baixo para cima, de -30°C até 50°C .

A leitura é feita da seguinte maneira:

- ▶ a temperatura mínima é indicada pelo nível inferior do filete preto na coluna esquerda;
- ▶ a temperatura máxima é indicada pelo nível inferior do filete preto na coluna da direita;
- ▶ a temperatura atual é indicada pelo nível superior dos filetes cinzas nas duas colunas.

Disponível em: www.ifufrgs.br. Acesso em: 28 ago. 2014 (adaptado).

Qual é a temperatura máxima mais aproximada registrada nesse termômetro?

- a) 5°C
- b) 7°C
- c) 13°C
- d) 15°C
- e) 19°C



○ **40. (ENEM)** Em alguns países anglo-saxões, a unidade de volume utilizada para indicar o conteúdo de alguns recipientes é a onça fluida britânica. O volume de uma onça fluida britânica corresponde a $28,4130625 \text{ mL}$.

A título de simplificação, considere uma onça fluida britânica correspondendo a 28 mL .

Nessas condições, o volume de um recipiente com capacidade de 400 onças fluidas britânicas, em cm^3 , é igual a:

- a) 11.200
- b) 1.120
- c) 112
- d) 11,2
- e) 1,12

○ **41. (ENEM)** A bula de um antibiótico infantil, fabricado na forma de xarope, recomenda que sejam ministrados, diariamente, no máximo 500 mg desse medicamento para cada quilograma de massa do paciente. Um pediatra prescreveu a dosagem máxima desse antibiótico para ser ministrada diariamente a uma criança de 20 kg pelo período de 5 dias. Esse medicamento pode ser comprado em frascos de 10 mL , 50 mL , 100 mL , 250 mL e 500 mL . Os pais dessa criança decidiram comprar a quantidade exata de medicamento que precisará ser ministrada no tratamento, evitando a sobra de medicamento. Considere que 1 g desse medicamento ocupe um volume de 1 cm^3 .

A capacidade do frasco, em mililitro, que esses pais deverão comprar é:

- a) 10.
- b) 50.
- c) 100.
- d) 250.
- e) 500.

○ **42. (ENEM)** As abelhas domesticadas da América do Norte e da Europa estão desaparecendo, sem qualquer motivo aparente. As abelhas desempenham papel fundamental na agricultura, pois são responsáveis pela polinização (a fecundação das plantas). Anualmente, apicultores americanos alugam 2 milhões de colmeias para polinização de lavouras. O sumiço das abelhas já inflacionou o preço de locação das colmeias. No ano passado, o aluguel de cada caixa (colmeia) com 50.000 abelhas estava na faixa de 75 dólares. Depois do ocorrido, aumentou para 150 dólares. A previsão é que falem abelhas para polinização neste ano nos EUA. Somente as lavouras de amêndoa da Califórnia necessitam de 1,4 milhões de colmeias.

Disponível em: <http://veja.abril.com.br>. Acesso em: 23 fev. 2009 (adaptado).

De acordo com essas informações, o valor a ser gasto pelos agricultores das lavouras de amêndoa da Califórnia com o aluguel das colmeias será de:

- a) 4,2 mil dólares.
- b) 105 milhões de dólares.
- c) 150 milhões de dólares.
- d) 210 milhões de dólares.
- e) 300 milhões de dólares.



○ 43. (ENEM) Segundo a Associação Brasileira de Alumínio (ABAL), o Brasil foi o campeão mundial, pelo sétimo ano seguido, na reciclagem de latas de alumínio. Foi reciclado 96,5% do que foi utilizado no mercado interno em 2007, o equivalente a 11,9 bilhões de latinhas. Esse número significa, em média, um movimento de 1,8 bilhão de reais anuais em função da reutilização de latas no Brasil, sendo 523 milhões referentes à etapa da coleta, gerando, assim, “emprego” e renda para cerca de 180 mil trabalhadores. Essa renda, em muitos casos, serve como complementação do orçamento familiar e, em outros casos, como única renda da família.

Revista Conhecimento Prático Geografia, nº 22 (adaptado).

Com base nas informações apresentadas, a renda média mensal dos trabalhadores envolvidos nesse tipo de coleta gira em torno de:

- a) R\$ 173,00
- b) R\$ 242,00
- c) R\$ 343,00
- d) R\$ 504,00
- e) R\$ 841,00

○ 44. (ENEM) As exportações de soja do Brasil totalizaram 4,129 milhões de toneladas, no mês de julho de 2012, e registraram um aumento em relação ao mês de julho de 2011, embora tenha havido uma baixa em relação ao mês de maio de 2012.

Disponível em: www.noticiasagricolas.com.br. Acesso em: 2 ago. 2012.

A quantidade, em quilogramas, de soja exportada pelo Brasil no mês de julho de 2012 foi de:

- a) $4,129 \cdot 10^3$
- b) $4,129 \cdot 10^6$
- c) $4,129 \cdot 10^9$
- d) $4,129 \cdot 10^{12}$
- e) $4,129 \cdot 10^{15}$

○ 45. (ENEM) A volemia (V) de um indivíduo é a quantidade total de sangue em seu sistema circulatório (coração, artérias, veias e capilares). Ela é útil quando se pretende estimar o número total (N) de hemácias de uma pessoa, o qual é obtido multiplicando-se a volemia (V) pela concentração (C) de hemácias no sangue, isto é, $N = V \times C$. Num adulto normal, essa concentração é de 5.200.000 hemácias por $m\ell$ de sangue, conduzindo a grandes valores de N. Uma maneira adequada de informar essas grandes quantidades é utilizar a notação científica, que consiste em expressar N na forma $N = Q \times 10^n$, sendo $1 \leq Q < 10$ e N número inteiro.

Considere um adulto normal, com volemia de 5.000 $m\ell$.

Disponível em: <http://perflin.com>. Acesso em: 23 fev. 2013 (adaptado).

Qual a quantidade total de hemácias desse adulto em notação científica?

- a) $2,6 \times 10^{-10}$
- b) $2,6 \times 10^{-9}$
- c) $2,6 \times 10^9$
- d) $2,6 \times 10^{10}$
- e) $2,6 \times 10^{11}$

○ 46. (ENEM) Computadores utilizam, por padrão, dados em formato binário, em que cada dígito, denominado de *bit*, pode assumir dois valores (0 ou 1). Para representação de caracteres e outras informações, é necessário fazer uso de uma sequência de *bits*, o *byte*. No passado, um *byte* era composto de 6 *bits* em alguns computadores, mas, atualmente, tem-se a padronização que o *byte* é um octeto, ou seja, uma sequência de 8 *bits*. Esse padrão permite representar apenas 2^8 informações distintas.

Se um novo padrão for proposto, de modo que um *byte* seja capaz de representar pelo menos 2.560 informações distintas, o número de *bits* em um *byte* deve passar de 8 para:

- a) 10
- b) 12
- c) 13
- d) 18
- e) 20

○ 47. (ENEM) Os computadores operam com dados em formato binário (com dois valores possíveis apenas para cada dígito), utilizando potências de 2 para representar quantidades. Assim, tem-se, por exemplo: 1 kB = 2^{10} Bytes, 1 MB = 2^{10} kB e 1 GB = 2^{10} MB, sendo que $2^{10} = 1.024$. Nesse caso, tem-se que kB significa *quilo-byte*, MB significa *megabyte*, e GB significa *gigabyte*. Entretanto, a maioria dos fabricantes de discos rígidos, pendrives ou similares adotam preferencialmente o significado usual desses prefixos, em base 10. Assim, nos produtos desses fabricantes, 1 GB = 10^3 MB = 10^6 kB = 10^9 Bytes. Como a maioria dos programas de computadores utilizam as unidades baseadas em potências de 2, um disco informado pelo fabricante como sendo de 80 GB aparecerá aos usuários possuindo, aproximadamente, 75 GB.

Um disco rígido está sendo vendido como possuindo 500 *gigabytes*, considerando unidades em potências de 10.

Qual dos valores está mais próximo do valor informado por um programa que utilize medidas baseadas em potências de 2?

- a) 468 GB
- b) 476 GB
- c) 488 GB
- d) 500 GB
- e) 533 GB

○ 48. (ENEM) O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida usada para classificar os países pelo seu grau de desenvolvimento. Para seu cálculo, são levados em consideração a expectativa de vida ao nascer, o tempo de escolaridade e a renda per capita, entre outros. O menor valor desse índice é zero, e o maior é um. Cinco países foram avaliados e obtiveram os seguintes índices de desenvolvimento humano: o primeiro país recebeu um valor X; o segundo, \sqrt{X} ; o terceiro, $X^{\frac{1}{3}}$; o quarto, X^2 ; e o último, X^3 . Nenhum desses países zerou ou atingiu o índice máximo.

Qual desses países obteve o maior IDH?

- a) O primeiro.
- b) O segundo.
- c) O terceiro.
- d) O quarto.
- e) O quinto.



○ 49. (ENEM) O gerente de um estacionamento, próximo a um grande aeroporto, sabe que um passageiro que utiliza seu carro nos traslados casa-aeroporto-casa gasta cerca de R\$ 10,00 em combustível nesse trajeto. Ele sabe, também, que um passageiro que não utiliza seu carro nos traslados casa-aeroporto-casa gasta cerca de R\$ 80,00 com transporte.

Suponha que os passageiros que utilizam seus próprios veículos deixem seus carros nesse estacionamento por um período de dois dias.

Para tornar atrativo a esses passageiros o uso do estacionamento, o valor, em real, cobrado por dia de estacionamento deve ser, no máximo, de:

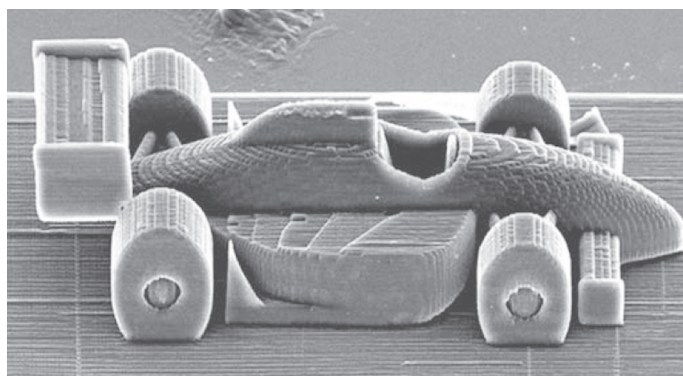
- a) 35,00
- b) 40,00
- c) 45,00
- d) 70,00
- e) 90,00

○ 50. (ENEM) Um edifício tem a numeração dos andares iniciando no térreo (T) e continuando com primeiro, segundo, terceiro, ..., até o último andar. Uma criança entrou no elevador e, tocando no painel, seguiu uma sequência de andares, parando, abrindo e fechando a porta em diversos andares. A partir de onde entrou a criança, o elevador subiu sete andares, em seguida desceu dez, desceu mais treze, subiu nove, desceu quatro e parou no quinto andar, finalizando a sequência. Considere que, no trajeto seguido pela criança, o elevador parou uma vez no último andar do edifício.

De acordo com as informações dadas, o último andar do edifício é o:

- a) 16°
- b) 22°
- c) 23°
- d) 25°
- e) 32°

○ 51. (ENEM) Pesquisadores da Universidade de Tecnologia de Viena, na Áustria, produziram miniaturas de objetos em impressoras 3D de alta precisão. Ao serem ativadas, tais impressoras lançam feixes de laser sobre um tipo de resina, esculpindo o objeto desejado. O produto final da impressão é uma escultura microscópica de três dimensões, como visto na imagem ampliada.



A escultura apresentada é uma miniatura de um carro de Fórmula 1, com 100 micrômetros de comprimento. Um micrômetro é a milionésima parte de um metro.

Usando notação científica, qual é a representação do comprimento dessa miniatura, em metro?

- a) $1,0 \times 10^{-1}$
- b) $1,0 \times 10^{-3}$
- c) $1,0 \times 10^{-4}$
- d) $1,0 \times 10^{-6}$
- e) $1,0 \times 10^{-7}$



○ 52. (ENEM) Para sua festa de 17 anos, o aniversariante convidará 132 pessoas. Ele convidará 26 mulheres a mais do que o número de homens. A empresa contratada para realizar a festa cobrará R\$ 50,00 por convidado do sexo masculino e R\$ 45,00 por convidado do sexo feminino.

Quanto esse aniversariante terá que pagar, em real, à empresa contratada, pela quantidade de homens convidados para sua festa?

- a) 2.385,00
- b) 2.650,00
- c) 3.300,00
- d) 3.950,00
- e) 5.300,00

○ 53. (ENEM) É comum as cooperativas venderem seus produtos a diversos estabelecimentos. Uma cooperativa láctea destinou 4 m^3 de leite, do total produzido, para análise em um laboratório da região, separados igualmente em 4.000 embalagens de mesma capacidade.

Qual o volume de leite, em mililitro, contido em cada embalagem?

- a) 0,1
- b) 1,0
- c) 10,0
- d) 100,0
- e) 1.000,0

○ 54. (ENEM 2022) Um parque tem dois circuitos de tamanhos diferentes para corridas. Um corredor treina nesse parque e, no primeiro dia, inicia seu treino percorrendo 3 voltas em torno do circuito maior e 2 voltas em torno do menor, perfazendo um total de 1 800 m. Em seguida, dando continuidade a seu treino, corre mais 2 voltas em torno do circuito maior e 1 volta em torno do menor, percorrendo mais 1.100 m.

No segundo dia, ele pretende percorrer 5 000 m nos circuitos do parque, fazendo um número inteiro de voltas em torno deles e de modo que o número de voltas seja o maior possível.

A soma do número de voltas em torno dos dois circuitos, no segundo dia, será:

- a) 10.
- b) 13.
- c) 14.
- d) 15.
- e) 16.



○ **55. (ENEM)** Um jogo pedagógico é formado por cartas nas quais está impressa uma fração em uma de suas faces. Cada jogador recebe quatro cartas e vence aquele que primeiro consegue ordenar crescentemente suas cartas pelas respectivas frações impressas. O vencedor foi o aluno que recebeu as cartas com as frações: $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{9}$.

A ordem que esse aluno apresentou foi:

- a) $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{3}$
- b) $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{9}$
- c) $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{9}$
- d) $\frac{5}{9}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{3}$
- e) $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{9}$

○ **56. (ENEM)** Segundo indicação de um veterinário, um cão de pequeno porte, nos dois primeiros meses de vida, deverá ser alimentado diariamente com 50 g de suplemento e tomar banho quatro vezes por mês. O dono de um cão de pequeno porte, seguindo orientações desse veterinário, utilizou no primeiro mês os produtos/serviços de um determinado pet shop, em cujos preços estão apresentados no quadro.

Produto/Serviços	Valor
Suplemento	R\$ 8,00 (pacote de 500 g)
Banho	R\$ 30,00 (preço unitário)

No mês subsequente, o fabricante reajustou o preço do suplemento, que, nesse pet shop, passou a custar R\$ 9,00 cada pacote de 500 g. Visando manter o mesmo gasto mensal para o dono do cão, o gerente do pet shop decidiu reduzir o preço unitário do banho. Para efeito de cálculos, considere o mês comercial de 30 dias.

Disponível em: <http://carodineiro.blogfolha.uol.com.br>. Acesso em: 20 jan. 2015 (adaptado).

Nessas condições, o valor unitário do banho, em real, passou a ser:

- a) 27,00.
- b) 29,00.
- c) 29,25.
- d) 29,50.
- e) 29,75.

○ **57. (ENEM)** Em um país, as infrações de trânsito são classificadas de acordo com sua gravidade. Infrações dos tipos *leves* e *médias* acrescentam, respectivamente, 3 e 4 pontos na carteira de habilitação do infrator, além de multas a serem pagas. Um motorista cometeu 5 infrações de trânsito. Em consequência teve 17 pontos acrescentados em sua carteira de habilitação.

Qual é a razão entre o número de infrações do tipo *leve* e o número de infrações do tipo *média* cometidas por esse motorista?

- a) $\frac{1}{4}$
- b) $\frac{3}{2}$
- c) $\frac{3}{4}$
- d) $\frac{5}{17}$
- e) $\frac{7}{17}$

○ **58. (ENEM)** Na última eleição para a presidência de um clube, duas chapas se inscreveram (I e II). Há dois tipos de sócio: patrimoniais e contribuintes. Votos de sócios patrimoniais têm peso 0,6 e de sócios contribuintes têm peso 0,4. A chapa I recebeu 850 votos de sócios patrimoniais e 4300 de sócios contribuintes; a chapa II recebeu 1.300 votos de sócios patrimoniais e 2.120 de sócios contribuintes. Não houve abstenções, votos em branco ou nulos, e a chapa I foi vencedora. Haverá uma nova eleição para a presidência do clube, com o mesmo número e tipos de sócios, e as mesmas chapas da eleição anterior. Uma consulta feita pela chapa II mostrou que os sócios patrimoniais não mudarão seus votos, e que pode contar com os votos dos sócios contribuintes da última eleição. Assim, para que vença, será necessária uma campanha junto aos sócios contribuintes com o objetivo de que mudem seus votos para a chapa II.

A menor quantidade de sócios contribuintes que precisam trocar seu voto da chapa I para a chapa II para que esta seja vencedora é:

- a) 449.
- b) 753.
- c) 866.
- d) 941.
- e) 1.091.



○ **59. (ENEM)** Os tempos gastos por três alunos para resolver um mesmo exercício de matemática foram: 3,25 minutos; 3,4 minutos e 191 segundos.

O tempo gasto a mais, em segundo, pelo aluno que concluiu por último a resolução do exercício, em relação ao primeiro que o finalizou, foi igual a:

- a) 13.
- b) 14.
- c) 15.
- d) 21.
- e) 29.

○ **60. (ENEM)** Um banho propicia ao indivíduo um momento de conforto e reenergização. Porém, o desperdício de água gera prejuízo para todos.

Considere que cada uma das cinco pessoas de uma família toma dois banhos por dia, de 15 minutos cada. Sabe-se que a cada hora de banho são gastos aproximadamente 540 litros de água. Considerando que um mês tem 30 dias, podemos perceber que o consumo de água é bem significativo.

A quantidade total de litros de água consumida, nos banhos dessa família, durante um mês, é mais próxima de:

- a) 1.350.
- b) 2.700.
- c) 20.250.
- d) 20.520.
- e) 40.500.

○ **61. (ENEM)** Uma dona de casa vai ao supermercado para comprar dois fardos de refrigerantes, contendo cada um deles seis unidades de 0,6 litro. Lá chegando, verificou não existirem fardos nem no formato e nem na capacidade desejados. Decidiu, então, comprar os refrigerantes em unidades avulsas, de mesma capacidade, de forma a obter, no mínimo, a mesma quantidade de líquido desejada inicialmente, gastando o mínimo de dinheiro. As opções de embalagens e respectivos preços existentes no supermercado são dados no quadro.

Embalagem (L)	3	2,5	2	1,5	1
Custo (R\$)	4,39	3,69	2,89	2,19	1,99

Qual é a opção de embalagem, em litro, que proporcionará maior economia para essa dona de casa?

- a) 1,0
- b) 1,5
- c) 2,0
- d) 2,5
- e) 3,0

○ **62. (ENEM)** Após o término das inscrições de um concurso, cujo número de vagas é fixo, foi divulgado que a razão entre o número de candidatos e o número de vagas, nesta ordem, era igual a 300. Entretanto, as inscrições foram prorrogadas, inscrevendo-se mais 4 000 candidatos, fazendo com que a razão anteriormente referida passasse a ser igual a 400. Todos os candidatos inscritos fizeram a prova, e o total de candidatos aprovados foi igual à quantidade de vagas. Os demais candidatos foram reprovados.

Nessas condições, quantos foram os candidatos reprovados?

- a) 11.960
- b) 11.970
- c) 15.960
- d) 15.970
- e) 19.960

○ **63. (ENEM)** Alguns estudos comprovam que os carboidratos fornecem energia ao corpo, preservam as proteínas estruturais dos músculos durante a prática de atividade física e ainda dão força para o cérebro coordenar os movimentos, o que de fato tem impacto positivo no desenvolvimento do praticante. O ideal é consumir 1 grama de carboidrato para cada minuto de caminhada.

CIRINO, C. Boa pergunta: consumir carboidratos antes dos exercícios melhora o desempenho do atleta? Revista Saúde É Vital, n. 330, nov. 2010 (adaptado).

Um casal realizará diariamente 30 minutos de caminhada, ingerindo, antes dessa atividade, a quantidade ideal de carboidratos recomendada. Para ter o consumo ideal apenas por meio do consumo de pão de fôrma integral, o casal planeja garantir o suprimento de pães para um período de 30 dias ininterruptos. Sabe-se que cada pacote desse pão vem com 18 fatias, e que cada uma delas tem 15 gramas de carboidratos.

A quantidade mínima de pacotes de pão de fôrma necessários para prover o suprimento a esse casal é

- a) 1
- b) 4
- c) 6
- d) 7
- e) 8

○ **64. (ENEM)** O calendário maia apresenta duas contagens simultâneas de anos, o chamado ano Tzolkim, composto por 260 dias e que determinava o calendário religioso, e o ano Haab, composto por 365 dias e que determinava o calendário agrícola. Um historiador encontrou evidências de que gerações de uma mesma família governaram certa comunidade maia pelo período de 20 ciclos, sendo cada ciclo formado por 52 anos Haab.

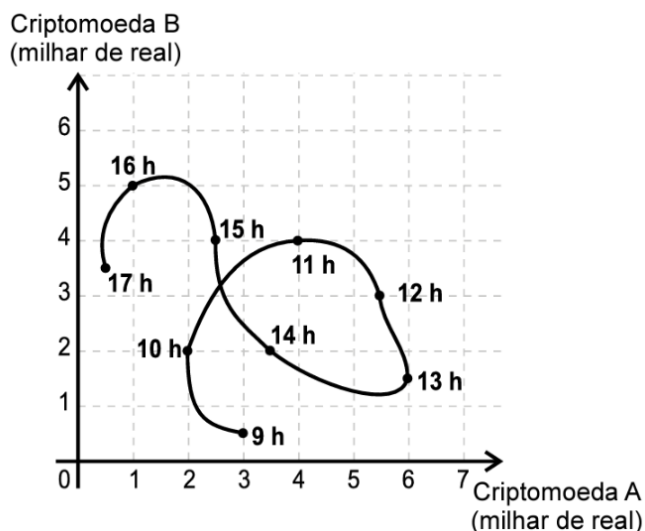
Disponível em: www.suapesquisa.com. Acesso em: 20 ago. 2014.

De acordo com as informações fornecidas, durante quantos anos Tzolkim aquela comunidade maia foi governada por tal família?

- a) 471
- b) 1040
- c) 1460
- d) 2100
- e) 5200



○ 65. (ENEM) Um investidor iniciante observou o gráfico que apresenta a evolução dos valores de duas criptomoedas A e B em relação ao tempo.



Durante horas consecutivas, esses valores foram observados em nove instantes, representados por horas exatas. Em quantos desses instantes a criptomoeda A estava mais valorizada do que a criptomoeda B?

- a) 3
- b) 4
- c) 6
- d) 7
- e) 9

○ 66. (ENEM) As características culturais variam de povo para povo. Há notícias de um povo que possuía formas de contar diferentes das nossas, como indicado no quadrinho a seguir.



Segundo o padrão de contagem indicado na figura, as representações dos numerais cinco e sete, nessa cultura, devem ser, respectivamente,

- a) okosa urapum urapum urapum e okosa okosa urapum urapum
- b) okosa okosa urapum e okosa okosa okosa okosa urapum
- c) okosa okosa urapum e okosa okosa okosa urapum
- d) okosa urapum urapum e okosa urapum okosa urapum urapum
- e) okosa okosa urapum e okosa okosa okosa okosa

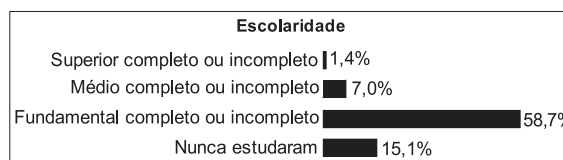
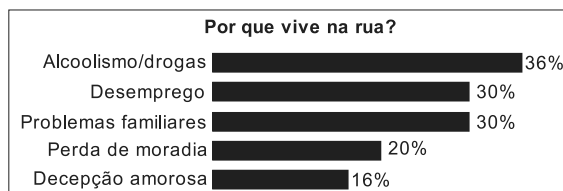
○ 67. (ENEM) Um supermercado conta com cinco caixas disponíveis para pagamento. Foram instaladas telas que apresentam o tempo médio gasto por cada caixa para iniciar e finalizar o atendimento de cada cliente, e o número de pessoas presentes na fila de cada caixa em tempo real. Um cliente, na hora de passar sua compra, sabendo que cada um dos cinco caixas iniciará um novo atendimento naquele momento, pretende gastar o menor tempo possível de espera na fila. Ele observa que as telas apresentavam as informações a seguir.

- Caixa I: atendimento 12 minutos, 5 pessoas na fila.
- Caixa II: atendimento 6 minutos, 9 pessoas na fila.
- Caixa III: atendimento 5 minutos, 6 pessoas na fila.
- Caixa IV: atendimento 15 minutos, 2 pessoas na fila.
- Caixa V: atendimento 9 minutos, 3 pessoas na fila.

Para alcançar seu objetivo, o cliente deverá escolher o caixa:

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV.
- e) V

○ 68. (ENEM) O Ministério do Desenvolvimento Social e Combate à Fome (MDS) realizou, em parceria com a ONU, uma pesquisa nacional sobre a população que vive na rua, tendo sido ouvidas 31.922 pessoas em 71 cidades brasileiras. Nesse levantamento, constatou-se que a maioria dessa população sabe ler e escrever (74%), que apenas 15,1% vivem de esmolas e que, entre os moradores de rua que ingressaram no ensino superior, 0,7% se diplomou. Outros dados da pesquisa são apresentados nos quadros a seguir.



Istoé, 7/5/2008, p. 21 (com adaptações).

No universo pesquisado, considere que P seja o conjunto das pessoas que vivem na rua por motivos de alcoolismo/drogas e Q seja o conjunto daquelas cujo motivo para viverem na rua é a decepção amorosa. Escolhendo-se ao acaso uma pessoa no grupo pesquisado e supondo-se que seja igual a 40% a probabilidade de que essa pessoa faça parte do conjunto P ou do conjunto Q, então a probabilidade de que ela faça parte do conjunto interseção de P e Q é igual a

- a) 12%
- b) 16%
- c) 20%
- d) 36%
- e) 52%



○ **69. (ENEM)** A fim de reforçar o orçamento familiar, uma dona de casa começou a produzir doces para revender. Cada receita é composta de $\frac{4}{5}$ de quilograma de amendoim e $\frac{1}{5}$ de quilograma de açúcar.

O quilograma de amendoim custa R\$ 10,00 e o do açúcar, R\$ 2,00. Porém, o açúcar teve um aumento e o quilograma passou a custar R\$ 2,20. Para manter o mesmo custo com a produção de uma receita, essa dona de casa terá que negociar um desconto com o fornecedor de amendoim.

Nas condições estabelecidas, o novo valor do quilograma de amendoim deverá ser igual a:

- a) R\$ 9,20.
- b) R\$ 9,75.
- c) R\$ 9,80.
- d) R\$ 9,84.
- e) R\$ 9,95.

○ **70. (ENEM)** Se a tartaruga, a lesma e o caramujo apostassem uma corrida, a lesma chegaria em último lugar, o penúltimo colocado seria o caramujo e a primeira seria a tartaruga. Segundo o biólogo americano Branley Allan Branson, a velocidade "recorde" já registrada em pesquisas, por uma lesma, é de 16,5 centímetros por minuto.

Disponível em: <http://mundoestranho.abril.com.br>. Acesso em: 6 jul. 2015.

Para uma reportagem, dispondo das velocidades recordes da tartaruga e do caramujo em metro por segundo, se faz necessário saber o fator de conversão da velocidade recorde da lesma para metro por segundo para divulgar uma comparação.

Com base nas informações, o fator de conversão da velocidade recorde da lesma para metro por segundo é:

- a) $10^{-2} \times 60^{-2}$
- b) $10^{-2} \times 60^{-1}$
- c) $10^{-2} \times 60$
- d) $10^{-3} \times 60^{-1}$
- e) $10^{-3} \times 60$

○ **71. (ENEM)** Usando um computador construído com peças avulsas, o japonês Shigeru Kondo calculou o valor da constante matemática π com precisão de 5 trilhões de dígitos. Com isso, foi quebrado o recorde anterior, de dois trilhões de dígitos, estabelecido pelo francês Fabrice Bellard.

Disponível em: www.estadao.com.br. Acesso em: 14 dez. 2012.

A quantidade de zeros que segue o algarismo 5 na representação do número de dígitos de π calculado pelo japonês é:

- a) 3.
- b) 6.
- c) 9.
- d) 12.
- e) 15.

○ **72. (ENEM)** Uma partida de futebol tem dois tempos de 45 minutos cada. A duração do intervalo entre cada tempo é de 15 minutos. Eventualmente, por ocasião de paralisações ocorridas durante um dos tempos (como comemorações de gols, atendimento a jogadores que necessitem de maca), ocorre acréscimo ao tempo de jogo.

No Brasil, o segundo tempo é iniciado zerando-se o cronômetro, mas em campeonatos europeus, começa com o cronômetro posicionado em 45 minutos. Em uma partida de um campeonato europeu, um time marcou um gol aos 17 minutos e 45 segundos. A outra equipe empatou o jogo aos 54 minutos e 32 segundos. O tempo do intervalo foi respeitado e houve um acréscimo de 2 minutos ao primeiro tempo do jogo.

O tempo transcorrido entre os dois gols foi de:

- a) 54 minutos e 47 segundos.
- b) 53 minutos e 47 segundos.
- c) 51 minutos e 47 segundos.
- d) 38 minutos e 47 segundos.
- e) 36 minutos e 47 segundos.

○ **73. (ENEM)** Um segmento de reta está dividido em duas partes na proporção áurea quando o todo está para uma das partes na mesma razão em que essa parte está para a outra. Essa constante de proporcionalidade é comumente representada pela letra grega φ , e seu valor é dado pela solução positiva da equação $\varphi^2 = \varphi + 1$.

Assim como a potência φ^2 , as potências superiores de w podem ser expressas da forma $a\varphi + b$, em que a e b são inteiros positivos, como apresentado no quadro.

φ^2	φ^3	φ^4	φ^5	φ^6	φ^7
$\varphi + 1$	$2\varphi + 1$	$3\varphi + 2$	$5\varphi + 3$	$8\varphi + 5$...

A potência φ^7 , escrita na forma $a\varphi + b$ (a e b são inteiros positivos), é:

- a) $5\varphi + 3$
- b) $7\varphi + 2$
- c) $9\varphi + 6$
- d) $11\varphi + 7$
- e) $13\varphi + 8$

○ **74. (ENEM)** Aplicativos que gerenciam serviços de hospedagem têm ganhado espaço no Brasil e no mundo por oferecer opções diferenciadas em termos de localização e valores de hospedagem. Em um desses aplicativos, o preço P a ser pago pela hospedagem é calculado considerando um preço por diária d , acréscimo de uma taxa fixa de limpeza L e de uma taxa de serviço. Essa taxa de serviço é um valor percentual s calculado sobre o valor pago pelo total das diárias.

Nessa situação, o preço a ser pago ao aplicativo para uma hospedagem de n diárias pode ser obtido pela expressão:

- a) $P = d \cdot n + L + d \cdot n \cdot s$
- b) $P = d \cdot n + L + d \cdot s$
- c) $P = d + L + s$
- d) $P = d \cdot n \cdot s + L$
- e) $P = d \cdot n + L + s$



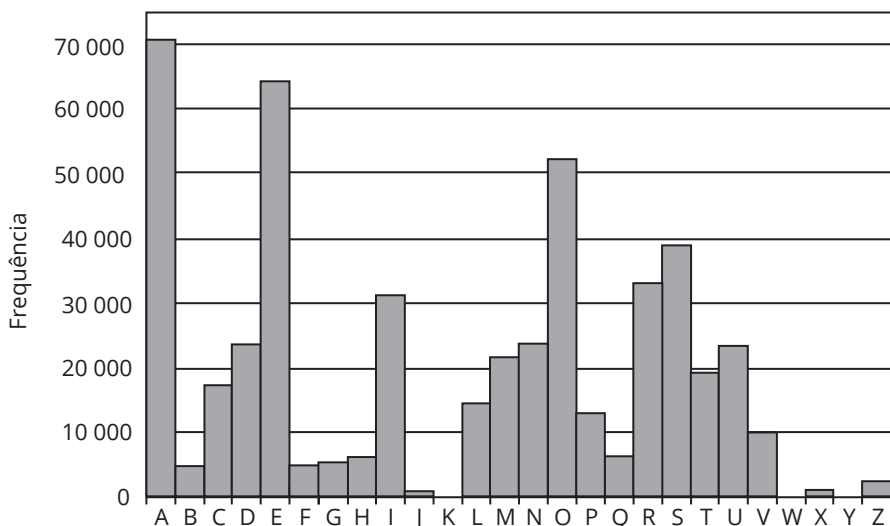
○ 75. (ENEM) A Cifra de César é um exemplo de um método de codificação de mensagens usado por Júlio César para se comunicar com seus generais.

No método, cada letra era trocada por uma letra que aparecia no alfabeto um número fixo de casas adiante (ou atrás) de forma cíclica. A seguir temos um exemplo em que cada letra é substituída pela que vem três posições à frente.

Para quebrar um código como esse, a análise de frequências das letras de um texto é uma ferramenta importante.

Uma análise do texto do romance O guarani, de José de Alencar, que é composto por 491 631 letras, gerou o seguinte gráfico de frequências:

Original	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Codificado	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C



Disponível em: www.dominiopublico.gov.br. Acesso em: 7 fev. 2015.

Após codificar esse texto com a regra do exemplo fornecido, faz-se nova análise de frequência no texto codificado. As quatro letras mais frequentes, em ordem decrescente de frequência, do texto codificado são:

- a) A, E, O e S.
- b) D, E, F e G.
- c) D, H, R e V.
- d) R, L, B e X.
- e) X, B, L e P.

Anotações:



○ **76. (ENEM)** Para a comunicação entre dois navios é utilizado um sistema de codificação com base em valores numéricos. Para isso, são consideradas as operações triângulo Δ e estrela $*$, definidas sobre o conjunto dos números reais por $x \Delta y = x^2 + xy - y^2$ e $x * y = xy + x$.

O navio que deseja enviar uma mensagem deve fornecer um valor de entrada b , que irá gerar um valor de saída, a ser enviado ao navio receptor, dado pela soma das duas maiores soluções da equação $(a \Delta b) * (b \Delta a) = 0$. Cada valor possível de entrada e saída representa uma mensagem diferente já conhecida pelos dois navios.

Um navio deseja enviar ao outro a mensagem "ATENÇÃO!". Para isso, deve utilizar o valor de entrada $b = 1$.

Dessa forma, o valor recebido pelo navio receptor será:

- a) $\sqrt{5}$
- b) $\sqrt{3}$
- c) $\sqrt{1}$
- d) $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$
- e) $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

○ **77. (ENEM)** Uma pessoa pretende viajar por uma companhia aérea que despacha gratuitamente uma mala com até 10kg.

Em duas viagens que realizou, essa pessoa utilizou a mesma mala e conseguiu 10 kg com as seguintes combinações de itens:

Viagem	Camisetas	Calças	Sapatos
I	12	4	3
II	18	3	2

Para ter certeza de que sua bagagem terá massa de 10 kg, ela decide levar essa mala com duas calças, um sapato e o máximo de camisetas, admitindo que itens do mesmo tipo têm a mesma massa.

Qual a quantidade máxima de camisetas que essa pessoa poderá levar?

- a) 22
- b) 24
- c) 26
- d) 33
- e) 39

○ **78. (ENEM)** Um lava-rápido oferece dois tipos de lavagem de veículos: lavagem simples, ao preço de R\$ 20,00, e lavagem completa, ao preço de R\$35,00. Para cobrir as despesas com produtos e funcionários, e não ter prejuízos, o lava-rápido deve ter uma receita diária de, pelo menos, R\$300,00.

Para não ter prejuízo, o menor número de lavagens diárias que o lava rápido deve efetuar é:

- a) 6
- b) 8
- c) 9
- d) 15
- e) 20

○ **79. (ENEM)** Após a consulta médica, um paciente deve seguir um tratamento composto por três medicamentos: X, Y e Z. O paciente, para adquirir os três medicamentos, faz um orçamento em três farmácias diferentes, conforme o quadro.

	X	Y	Z
Farmácia 1	R\$ 45,00	R\$ 40,00	R\$ 50,00
Farmácia 2	R\$ 50,00	R\$ 50,00	R\$ 40,00
Farmácia 3	R\$ 65,00	R\$ 45,00	R\$ 35,00

Dessas farmácias, algumas oferecem descontos:

- na compra dos medicamentos X e Y na Farmácia 2, recebe-se um desconto de 20% em ambos os produtos, independentemente da compra do medicamento Z, e não há desconto para o medicamento Z;
- na compra dos 3 medicamentos na Farmácia 3, recebe-se 20% de desconto no valor total da compra.

O paciente deseja efetuar a compra de modo a minimizar duas despesas com os medicamentos.

De acordo com as informações fornecidas, o paciente deve comprar os medicamentos da seguinte forma:

- a) X, Y e Z na Farmácia 1.
- b) X e Y na Farmácia 1, e Z na Farmácia 3.
- c) X e Y na Farmácia 2, e Z na Farmácia 3.
- d) X na Farmácia 2, e Y e Z na Farmácia 3.
- e) X, Y e Z na Farmácia 3.

Anotações:



○ **80. (ENEM)** O sistema de numeração romano ainda é utilizado na indicação de capítulos e volumes de livros, na designação de séculos e, em ordem cronológica, de papas e reis de mesmo nome. São utilizadas sete letras do alfabeto:

Quatro fundamentais: I (vale 1); X (vale 10); C (vale 100) e M (vale 1.000).

Três secundárias: V (vale 5); L (vale 50); e D (vale 500).

As regras para escrever números romanos são:

1. Não existe símbolo correspondente ao zero;
2. Os símbolos fundamentais podem ser repetidos até três vezes e seus valores são adicionados. Exemplo: XXX = 30;
3. Uma letra posta à esquerda de outra de maior valor indica subtração dos respectivos valores. Exemplo: IX = 10 - 1 = 9;
4. Uma letra posta à direita de outra de maior valor indica adição dos respectivos valores. Exemplo: XI = 10 + 1 = 11

Em uma cidade europeia há uma placa indicando o ano de sua fundação: MCDLXIX.

Quantos anos de fundação essa cidade comemorará em 2050?

- a) 379
- b) 381
- c) 579
- d) 581
- e) 601

○ **81. (ENEM)** Uma das bases mais utilizadas para representar um número é a base decimal. Entretanto, os computadores trabalham com números na base binária. Nessa base, qualquer número natural é representado usando apenas os algarismos 0 e 1. Por exemplo, as representações dos números 9 e 12, na base binárias, são 1001 e 1100, respectivamente. A operação de adição, na base binária, segue um algoritmo similar ao utilizado na base decimal, como detalhado no quadro:

a	b	a + b
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	10

Por exemplo, na base binária, a soma dos números 10 e 10 é 100, como apresentado:

$$\begin{array}{r} 10 \\ +10 \\ \hline 100 \end{array}$$

Considerando as informações do texto, o resultado da adição $9 + 12$ será representado, na base binária, por

- a) 101
- b) 1101
- c) 1111
- d) 10101
- e) 11001

○ **82. (ENEM)** Uma unidade de medida comum usada para expressar áreas de terrenos de grandes dimensões é o hectare, que equivale a 10.000 m². Um fazendeiro decide fazer um loteamento utilizando 3 hectares de sua fazenda, dos quais 0,9 hectare será usado para a construção de ruas e calçadas e o restante será dividido em terrenos com área de 300 m² cada um. Os 20 primeiros terrenos vendidos terão preços promocionais de R\$ 20.000,00 cada, e os demais, R\$ 30.000,00 cada.

Nas condições estabelecidas, o valor total, em real, obtido pelo fazendeiro com a venda de todos os terrenos será igual a:

- a) 700.000
- b) 1.600.000
- c) 1.900.000
- d) 2.200.000
- e) 2.800.000

○ **83. (UFMS)** Numa prova de vestibular, ao qual concorreram 20000 candidatos, uma questão apresentava as afirmativas A, B e C, e cada candidato devia classificá-las em verdadeira (V) ou falsa (F). Ao analisar os resultados da prova, observou-se que 10200 candidatos assinalaram V na afirmativa A; 6100, na afirmativa B; 7720, na afirmativa C. Observou-se ainda que 3600 candidatos assinalaram V nas afirmativas A e B; 1200, nas afirmativas B e C; 500, nas afirmativas A e C; 200, nas afirmativas A, B e C. Quantos candidatos consideraram falsas as três afirmativas?

- a) 360
- b) 490
- c) 720
- d) 810
- e) 1080



○ **84. (UFSM)** A reciclagem do lixo é uma das principais alternativas encontradas para diminuir os impactos ambientais causados pelo excesso de lixo, além de ser uma fonte de emprego e renda para muitas pessoas. Nas cooperativas de reciclagem, cada material é dividido em vários subtipos e vendido a indústrias recicladoras diferentes. A tabela mostra o valor, por tonelada, de cada material nas cidades de São Paulo e Rio de Janeiro.

	São Paulo	Rio de Janeiro
Papelão	R\$ 220,00 (prensado limpo)	R\$ 250,00 (prensado limpo)
Papel branco	R\$ 420,00 (prensado limpo)	R\$ 580,00 (limpo)
Latas de aço	R\$ 320,00 (limpo)	R\$ 170,00 (limpo)
Alumínio	R\$ 2800,00 (prensado limpo)	R\$ 2300,00 (prensado limpo)
Vidro incolor	---	R\$ 150,00 (limpo)
Plástico rígido	R\$ 110,00 (limpo)	R\$ 500,00 (prensado limpo)
PET	R\$ 1150,00 (prensado limpo)	R\$ 1400,00 (prensado limpo)
Plástico filme	R\$ 135,00 (limpo)	R\$ 600,00 (prensado limpo)
Longa vida	R\$ 220,00 (prensado)	R\$ 210,00 (prensado limpo)

Disponível em: <http://revistaepoca.globo.com/sociedade/o-caminho-do-lixo/noticia/2012/01/os-numeros-da-reciclagem-no-brasil.html> Acesso em 13 jun. 2013. (Adaptado)

Suponha que a cooperativa de reciclagem A vendeu 1 tonelada e meia de papelão (prensado e limpo), 500kg de alumínio (prensado e limpo) e 1 tonelada de PET (prensado e limpo) a uma indústria de São Paulo e que a cooperativa B vendeu essa mesma quantidade a uma indústria do Rio de Janeiro. Se, com a venda dos materiais, a e b representam, respectivamente, o valor recebido pelas cooperativas A e B, então

- a) $b = \frac{65}{2^6}a$.
 b) $b > \frac{33}{2^5}a$.
 c) $b - a = 65$.
 d) $b < \frac{65}{2^6}a$.
 e) $b = \frac{33}{2^5}a$.

○ **85. (UFSM)** Melhorar a educação no país é a meta do Governo Federal. Em julho de 2008, foi aprovado pelo Senado Federal o piso salarial nacional do Magistério. De acordo com a lei, o valor total do piso deve ser pago em 2010, a partir de reajustes anuais concedidos em janeiro de cada ano. Em 2008, estados e municípios que pagavam menos de R\$ 950,00 (piso nacional para uma jornada de 40 horas semanais) aos professores, acrescentarão um terço da diferença entre o valor pago e o valor do piso. Já em 2009, devem pagar mais dois terços da diferença entre o valor pago em 2008 e o valor do piso. Em 2010, os professores receberão o valor integral do piso. Se um profissional recebia, em dezembro de 2007, um piso de R\$ 500,00, então o valor (em R\$) do aumento, em janeiro de 2010, será de

- a) 100,00
 b) 150,00
 c) 200,00
 d) 300,00
 e) 450,00

○ **86. (UFSM)** Duas pipas com capacidade de 300 litros cada uma contêm vinho tinto. A primeira tem 60 litros de vinho e a segunda, $\frac{2}{3}$ da capacidade. Para terminar de encher a primeira, utiliza-se uma torneira que escoia 60 litros de vinho por minuto e, para encher a segunda, utiliza-se uma torneira que escoia 25 litros de vinho por minuto. Se o processo for feito ao mesmo tempo, pode-se afirmar que

- a) a primeira pipa transbordará primeiro.
 b) a segunda pipa transbordará primeiro.
 c) as duas pipas transbordarão ao mesmo tempo.
 d) nenhuma das pipas transbordará antes de 6 minutos.
 e) somente a segunda pipa transbordará antes de 6 minutos.

○ **87. (UFSM)** Assinale V nas afirmações verdadeiras e F nas falsas.

() $\frac{2x^2 - 10x + 12}{x - 3} = 2x - 4, \quad x \neq 3$

() $\sqrt{9a^2 + 4b^2} = 3a + 2b, \quad a \geq 0 \text{ e } b \geq 0$

() $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{a}}, \quad x > 0, \quad a > 0 \text{ e } x \neq a$

A sequência correta é

- a) V - V - V.
 b) V - F - V.
 c) V - F - F.
 d) F - V - F.
 e) F - F - F.



○ **88. (UFSM)** No texto de Rubem Fonseca, o narrador observa que ele e sua mulher estavam preocupados, devido ao excesso de peso. Durante uma aula de ginástica, três amigas, também com a mesma preocupação, resolveram avaliar o peso de cada uma, utilizando a balança da academia. A pesagem, contudo, foi efetuada duas a duas. Ana e Carla pesaram, juntas, 98 kg; Carla e Márcia, 106 kg; Ana e Márcia, 104 kg. O peso das três amigas, juntas, subtraindo o dobro do peso de Carla, é igual a

- a) 42 kg
- b) 46 kg
- c) 48 kg
- d) 54 kg
- e) 58 kg

○ **89. (UFSM)** Uma pequena fábrica produziu quatro dúzias de abrigos, alguns brancos e outros azuis. O custo de cada abrigo branco é R\$ 30,00 e de cada abrigo azul é R\$ 40,00. A fábrica gastou R\$ 1700,00 para produzir os abrigos. Se cada abrigo branco for vendido por R\$ 45,00 e cada azul por R\$ 60,00, então o lucro obtido pela fábrica, em reais, é igual a

- a) 850
- b) 890
- c) 910
- d) 930
- e) 1180

○ **90. (UFRGS)** O valor numérico da expressão

$$\left(\frac{1}{2} + 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + 1\right) \cdot \left(\frac{1}{4} + 1\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{1.000} + 1\right)$$

- a) $\frac{1.001}{4}$
- b) $\frac{1.001}{3}$
- c) 500
- d) 501
- e) $\frac{1.001}{2}$



○ **91. (UFRGS)** A atmosfera terrestre contém 12.900 quilômetros cúbicos de água. Esse valor corresponde, em litros, a:

- a) $1,29 \cdot 10^9$
- b) $1,29 \cdot 10^{12}$
- c) $1,29 \cdot 10^{15}$
- d) $1,29 \cdot 10^{16}$
- e) $1,29 \cdot 10^{18}$

○ **92. (UFRGS)** Em 2006, segundo notícias veiculadas na imprensa, a dívida interna brasileira superou um trilhão de reais. Em notas de R\$ 50,00, um trilhão de reais tem massa de 20.000 toneladas.

Com base nessas informações, pode-se afirmar corretamente que a quantidade de notas de R\$ 50,00 necessárias para pagar um carro de R\$ 24.000,00 tem massa, em quilogramas, de:

- a) 0,46
- b) 0,48
- c) 0,50
- d) 0,52
- e) 0,54

○ **93. (UFRGS)** Um adulto saudável abriga cerca de 100 bilhões de bactérias, somente em seu aparelho digestivo. Esse número de bactérias pode ser escrito como:

- a) 10^9
- b) 10^{10}
- c) 10^{11}
- d) 10^{12}
- e) 10

○ **94. (UFRGS)** Sendo a e b números reais positivos quaisquer, considere as afirmações abaixo.

I. Se $a > b$, então $a^x > b^x$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$.

II. Se $a > b > 1$, então $\frac{1}{a} < \frac{2}{a+b} < \frac{1}{b}$.

III. Se $a > b$, então $\sqrt{a} > \sqrt{b}$.

Quais estão corretas?

- a) Apenas I.
- b) Apenas II.
- c) Apenas I e III.
- d) Apenas II e III.
- e) I, II e III.



95. (UFRGS) Desde a Grécia Antiga, sabe-se que a soma dos números ímpares consecutivos, a partir do 1, é sempre um quadrado perfeito. Como exemplo, tem-se:

$$1 = 1^2$$

$$1 + 3 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$$

Então, a soma de todos os números ímpares menores do que 100 é:

- a) 42^2 .
- b) 49^2 .
- c) 50^2 .
- d) 99^2 .
- e) 100^2 .

97. (UFRGS) O valor de $\frac{a^3 - b^3}{a - b}$ para $a = 27$ e $b = 26$ é

- a) 2017
- b) 2071
- c) 2107
- d) 2170
- e) 2710

Anotações:

96. (UFRGS) O valor de

$$\sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{100}\right)}$$
 é:

- a) $\frac{1}{10}$
- b) $\frac{1}{100}$
- c) 1
- d) 2
- e) 3



HABILIDADES À PROVA 2

» Razão e Proporção

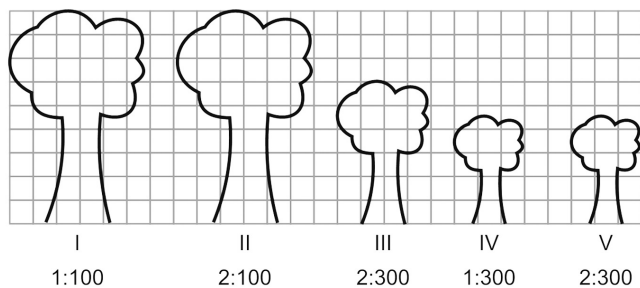
○ 1. (ENEM) Cerca de 20 milhões de brasileiros vivem na região coberta pela caatinga, em quase 800 mil km² de área. Quando não chove, o homem do sertão e sua família precisam caminhar quilômetros em busca da água dos açudes. A irregularidade climática é um dos fatores que mais interferem na vida do sertanejo.

Disponível em: <http://www.wwf.org.br>. Acesso em: 23 abr. 2010.

Segundo esse levantamento, a densidade demográfica da região coberta pela caatinga, em habitantes por km², é de:

- a) 250
- b) 25
- c) 2,5
- d) 0,25
- e) 0,025

○ 2. (ENEM) Um biólogo mediu a altura de cinco árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



Qual é a árvore que apresenta a maior altura real?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

○ 3. (ENEM) Sabe-se que a distância real, em linha reta, de uma cidade A, localizada no estado de São Paulo, a uma cidade B, localizada no estado de Alagoas, é igual a 2.000 km. Um estudante, ao analisar um mapa, verificou com sua régua que a distância entre essas duas cidades, A e B, era de 8 cm.

Os dados indicam-nos que o mapa observado pelo estudante está na escala de:

- a) 1:250
- b) 1:2.500
- c) 1:25.000
- d) 1:250.000
- e) 1:25.000.000

○ 4. (ENEM)

Café no Brasil

O consumo atingiu o maior nível da história no ano passado: os brasileiros beberam o equivalente a 331 bilhões de xícaras.

Veja. Ed. 2158. 31 mar. 2010.

Considere que a xícara citada na notícia seja equivalente a, aproximadamente, 120 ml de café. Suponha que em 2010 os brasileiros beberam ainda mais café, aumentando o consumo em 1/5 do que foi consumido no ano anterior. De acordo com essas informações, qual a quantidade mais aproximada para o consumo de café em 2010?

- a) 8 bilhões de litros.
- b) 16 bilhões de litros.
- c) 32 bilhões de litros.
- d) 40 bilhões de litros.
- e) 48 bilhões de litros.

○ 5. (ENEM) No monte de Cerro Armazones, no deserto de Atacama, no Chile, ficará o maior telescópio da superfície terrestre, o Telescópio Europeu Extremamente Grande (E-ELT). O E-ELT terá um espelho primário de 42 m de diâmetro, o maior olho do mundo voltado para o céu.

Disponível em: <http://www.estadao.com.br>. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Ao ler esse texto em uma sala de aula, uma professora fez uma suposição de que o diâmetro do olho humano mede aproximadamente 2,1 cm.

Qual a razão entre o diâmetro aproximado do olho humano, suposto pela professora, e o diâmetro do espelho primário do telescópio citado?

- a) 1:20
- b) 1:100
- c) 1:200
- d) 1:1.000
- e) 1:2.000

Anotações:



○ **6. (ENEM)** Desde 2005, o Banco Central não fabrica mais a nota de R\$ 1,00 e, desde então, só produz dinheiro nesse valor em moedas. Apesar de ser mais caro produzir uma moeda, a durabilidade do metal é 30 vezes maior que a do papel. Fabricar uma moeda de R\$ 1,00 custa R\$ 0,26, enquanto uma nota custa R\$ 0,17, entretanto, a cédula dura de oito a onze meses.

Disponível em: <http://noticias.r7.com>. Acesso em: 26 abr. 2010.

Com R\$ 1.000,00 destinados a fabricar moedas, o Banco Central conseguiria fabricar, aproximadamente, quantas cédulas a mais?

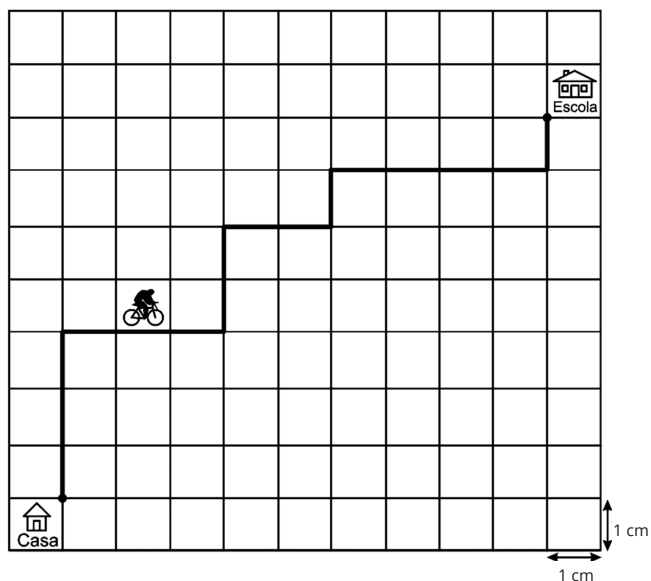
- a) 1.667
- b) 2.036
- c) 3.846
- d) 4.300
- e) 5.882

○ **7. (ENEM)** Um casal está reformando a cozinha de casa e decidiu comprar um refrigerador novo. Observando a planta da nova cozinha, desenhada na escala de 1 : 50, notaram que o espaço destinado ao refrigerador tinha 3,8 cm de altura e 1,6 cm de largura. Eles sabem que os fabricantes de refrigeradores indicam que, para um bom funcionamento e fácil manejo na limpeza, esses eletrodomésticos devem ser colocados em espaços que permitam uma distância de, pelo menos, 10 cm de outros móveis ou paredes, tanto na parte superior quanto nas laterais. O casal comprou um refrigerador que caberia no local a ele destinado na nova cozinha, seguindo as instruções do fabricante.

Esse refrigerador tem altura e largura máximas, em metro, respectivamente, iguais a:

- a) 1,80 e 0,60.
- b) 1,80 e 0,70.
- c) 1,90 e 0,80.
- d) 2,00 e 0,90.
- e) 2,00 e 1,00.

○ **8. (ENEM)** A Secretaria de Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal, uma bicicleta, que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala 1:25.000, por um período de cinco dias.



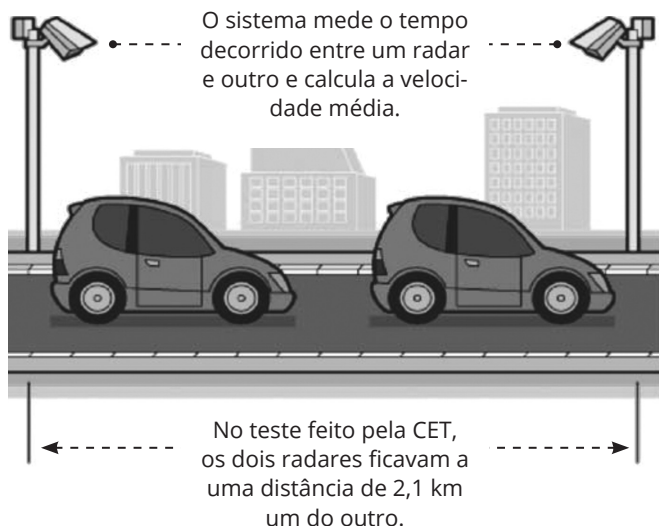
Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa?

- a) 4
- b) 8
- c) 16
- d) 20
- e) 40

Anotações:



○ 9. (ENEM) A Companhia de Engenharia de Tráfego (CET) de São Paulo testou, em 2013, novos radares que permitem o cálculo da velocidade média desenvolvida por um veículo em um trecho da via.



As medições de velocidade deixariam de ocorrer de maneira instantânea, ao se passar pelo radar, e seriam feitas a partir da velocidade média no trecho, considerando o tempo gasto no percurso entre um radar e outro. Sabe-se que a velocidade média é calculada como sendo a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la.

O teste realizado mostrou que o tempo que permite uma condução segura de deslocamento no percurso entre os dois radares deveria ser de, no mínimo, 1 minuto e 24 segundos. Com isso, a CET precisa instalar uma placa antes do primeiro radar informando a velocidade média máxima permitida nesse trecho da via. O valor a ser exibido na placa deve ser o maior possível, entre os que atendem às condições de condução segura observadas.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 11 jan. 2014 (adaptado).

A placa de sinalização que informa a velocidade que atende a essas condições é:

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

○ 10. (ENEM) A expressão Fórmula de Young é utilizada para calcular a dose infantil de um medicamento, dada a dose do adulto:

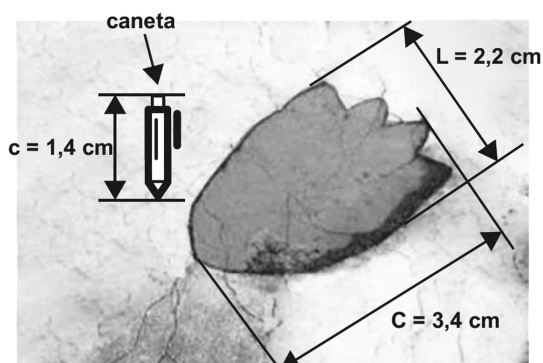
$$\text{dose de criança} = \left(\frac{\text{idade da criança (em anos)}}{\text{idade da criança (em anos)} + 12} \right) \cdot \text{dose do adulto}$$

Uma enfermeira deve administrar um medicamento X a uma criança inconsciente, cuja dosagem de adulto é de 60 mg. A enfermeira não consegue descobrir onde está registrada a idade da criança no prontuário, mas identifica que, algumas horas antes, foi administrada a ela uma dose de 14 mg de um medicamento Y, cuja dosagem de adulto é 42 mg. Sabe-se que a dose da medicação Y administrada à criança estava correta.

Então, a enfermeira deverá ministrar uma dosagem do medicamento X, em miligramas, igual a:

- a) 15
- b) 20
- c) 30
- d) 36
- e) 40

○ 11. (ENEM) Um pesquisador, ao explorar uma floresta, fotografou uma caneta de 16,8 cm de comprimento ao lado de uma pegada. O comprimento da caneta (c), a largura (L) e o comprimento (C) da pegada, na fotografia, estão indicados no esquema.



A largura e o comprimento reais da pegada, em centímetros, são, respectivamente, iguais a:

- a) 4,9 e 7,6.
- b) 8,6 e 9,8.
- c) 14,2 e 15,4.
- d) 26,4 e 40,8.
- e) 27,5 e 42,5.



○ **12. (ENEM)** Uma instituição de ensino superior ofereceu vagas em um processo seletivo de acesso a seus cursos. Finalizadas as inscrições, foi divulgada a relação do número de candidatos por vaga em cada um dos cursos oferecidos. Esses dados são apresentados no quadro.

Curso	Número de vagas oferecidas	Número de candidatos por vaga
Administração	30	6
Ciências Contábeis	40	6
Engenharia Elétrica	50	7
História	30	8
Letras	25	4
Pedagogia	25	5

Qual foi o número total de candidatos inscritos nesse processo seletivo?

- a) 200
- b) 400
- c) 1.200
- d) 1.235
- e) 7.200

○ **13. (ENEM)** Cinco marcas de pão integral apresentam as seguintes concentrações de fibras (massa de fibra por massa de pão):

- Marca A: 2 g de fibras a cada 50 g de pão;
- Marca B: 5 g de fibras a cada 40 g de pão;
- Marca C: 5 g de fibras a cada 100 g de pão;
- Marca D: 6 g de fibras a cada 90 g de pão;
- Marca E: 7 g de fibras a cada 70 g de pão.

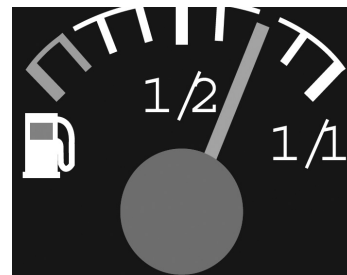
Recomenda-se a ingestão do pão que possui a maior concentração de fibras.

Disponível em: www.blog.saude.gov.br. Acesso em: 25 fev. 2013.

A marca a ser escolhida é:

- a) A.
- b) B.
- c) C.
- d) D.
- e) E.

○ **14. (ENEM)** No tanque de um certo carro de passeio, cabem até 50 l de combustível, e o rendimento médio desse carro na estrada é de 15 km/l de combustível. Ao sair para uma viagem de 600 km, o motorista observou que o marcador de combustível estava exatamente sobre uma das marcas da escala divisória do medidor, conforme figura a seguir.

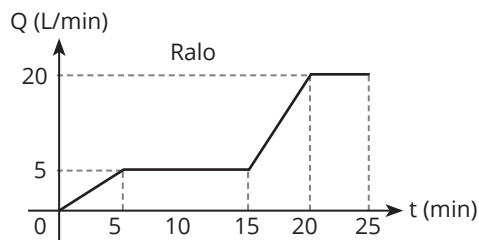
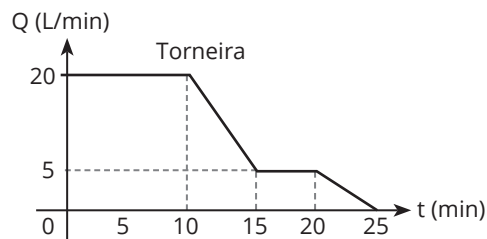


Como o motorista conhece o percurso, sabe que existem, até a chegada a seu destino, cinco postos de abastecimento de combustível, localizados a 150 km, 187 km, 450 km, 500 km e 570 km do ponto de partida.

Qual a máxima distância, em quilômetro, que poderá percorrer até ser necessário reabastecer o veículo, de modo a não ficar sem combustível na estrada?

- a) 570
- b) 500
- c) 450
- d) 187
- e) 150

○ **15. (ENEM)** Um reservatório é abastecido com água por uma torneira, e um ralo faz a drenagem da água desse reservatório. Os gráficos representam as vazões Q , em litro por minuto, do volume de água que entra no reservatório pela torneira e do volume que sai pelo ralo, em função do tempo t , em minuto.



Em qual intervalo de tempo, em minuto, o reservatório tem uma vazão constante de enchimento?

- a) De 0 a 10.
- b) De 5 a 10.
- c) De 5 a 15.
- d) De 15 a 25.
- e) De 0 a 25.

○ **16. (ENEM)** Diante da hipótese do comprometimento da qualidade da água retirada do volume morto de alguns sistemas hídricos, os técnicos de um laboratório decidiram testar cinco tipos de filtros de água.

Entre estes, os quatro com melhor desempenho serão escolhidos para futura comercialização.

Nos testes, foram medidas as massas de agentes contaminantes, em miligrama, que não são capturados por cada filtro em diferentes períodos, em dia, como segue:

- Filtro 1 (F1): 18 mg em 6 dias;
- Filtro 2 (F2): 15 mg em 3 dias;
- Filtro 3 (F3): 18 mg em 4 dias;
- Filtro 4 (F4): 6 mg em 3 dias;
- Filtro 5 (F5): 3 mg em 2 dias.

Ao final, descarta-se o filtro com a maior razão entre a medida da massa de contaminantes não capturados e o número de dias, o que corresponde ao de pior desempenho.

Disponível em: www.redebrasilatual.com.br. Acesso em: 12 jul. 2015 (adaptado).

O filtro descartado é o:

- a) F1.
- b) F2.
- c) F3.
- d) F4.
- e) F5.

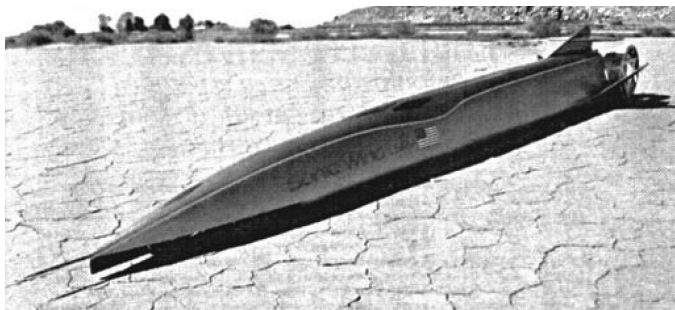
○ **17. (ENEM)** Um banco de sangue recebe 450 ml de sangue de cada doador. Após separar o plasma sanguíneo das hemácias, o primeiro é armazenado em bolsas de 250 ml de capacidade. O banco de sangue aluga refrigeradores de uma empresa para estocagem das bolsas de plasma, segundo a sua necessidade. Cada refrigerador tem uma capacidade de estocagem de 50 bolsas. Ao longo de uma semana, 100 pessoas doaram sangue àquele banco.

Admita que, de cada 60 ml de sangue, extraem-se 40 ml de plasma.

O número mínimo de congeladores que o banco precisou alugar, para estocar todas as bolsas de plasma dessa semana, foi:

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 6
- e) 8

○ **18. (ENEM)** O veículo terrestre mais veloz já fabricado até hoje é o Sonic Wind LSRV, que está sendo preparado para atingir a velocidade de 3.000 km/h. Ele é mais veloz do que o Concorde, um dos aviões de passageiros mais rápidos já feitos, que alcança 2.330 km/h.



Para uma distância fixa, a velocidade e o tempo são inversamente proporcionais.

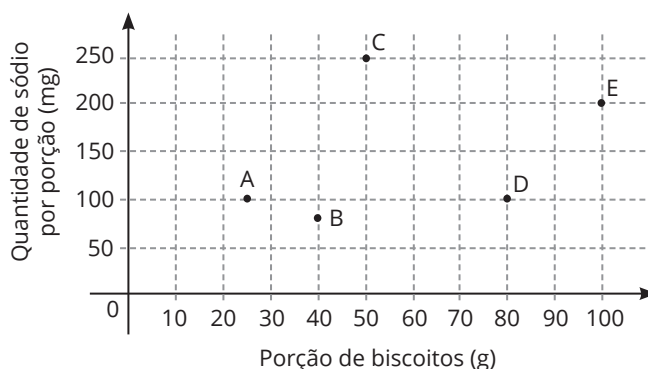
BASILIO, A. Galileu, mar. 2012 (adaptado).

Para percorrer uma distância de 1.000 km, o valor mais próximo da diferença, em minuto, entre os tempos gastos pelo Sonic Wind LSRV e pelo Concorde, em suas velocidades máximas, é:

- a) 0,1
- b) 0,7
- c) 6,0
- d) 11,2
- e) 40,2

○ **19. (ENEM)** O sódio está presente na maioria dos alimentos industrializados, podendo causar problemas cardíacos em pessoas que ingerem grandes quantidades desses alimentos. Os médicos recomendam que seus pacientes diminuam o consumo de sódio.

Com base nas informações nutricionais de cinco marcas de biscoitos (A, B, C, D e E), construiu-se o gráfico, que relaciona quantidades de sódio com porções de diferentes biscoitos.



Qual das marcas de biscoito apresentadas tem a menor quantidade de sódio por grama do produto?

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E



○ **20. (ENEM)** Um motorista partiu da cidade A em direção à cidade B por meio de uma rodovia retilínea localizada em uma planície. Chegando lá, ele percebeu que a distância percorrida nesse trecho foi de 25 km. Ao consultar um mapa com o auxílio de uma régua, ele verificou que a distância entre essas duas cidades, nesse mapa, era de 5 cm.

A escala desse mapa é:

- a) 1 : 5
- b) 1 : 1 000
- c) 1 : 5 000
- d) 1 : 100 000
- e) 1 : 500 000

○ **21. (ENEM)** A prefeitura de uma cidade detectou que as galerias pluviais, que possuem seção transversal na forma de um quadrado de lado 2 m, são insuficientes para comportar o escoamento da água em caso de enchentes. Por essa razão, essas galerias foram reformadas e passaram a ter seções quadradas de lado igual ao dobro das anteriores, permitindo uma vazão de 400 m³/s. O cálculo da vazão V (em m³/s) é dado pelo produto entre a área por onde passa a água (em m²) e a velocidade da água (em m/s).

Supondo que a velocidade da água não se alterou, qual era a vazão máxima nas galerias antes das reformas?

- a) 25 m³/s
- b) 50 m³/s
- c) 100 m³/s
- d) 200 m³/s
- e) 300 m³/s

○ **22. (ENEM)** Em um mapa cartográfico, cuja escala é 1 : 30.000, as cidades A e B distam entre si, em linha reta, 5 cm. Um novo mapa, dessa mesma região, será construído na escala 1 : 20.000.

Nesse novo mapa cartográfico, a distância em linha reta entre as cidades A e B, em centímetro, será igual a:

- a) 1,50.
- b) 3,33.
- c) 3,50.
- d) 6,50.
- e) 7,50.

○ **23. (ENEM)** A luminosidade L de uma estrela está relacionada com o raio R e com a temperatura T dessa estrela segundo a Lei de Stefan-Boltzmann: $L = c \cdot R^2 \cdot T^4$, em que c é uma constante igual para todas as estrelas.

Disponível em: <http://ciencia.hsw.uol.com.br>. Acesso em: 22 nov. 2013 (adaptado).

Considere duas estrelas E e F, sendo que a estrela E tem metade do raio da estrela F e o dobro da temperatura de F.

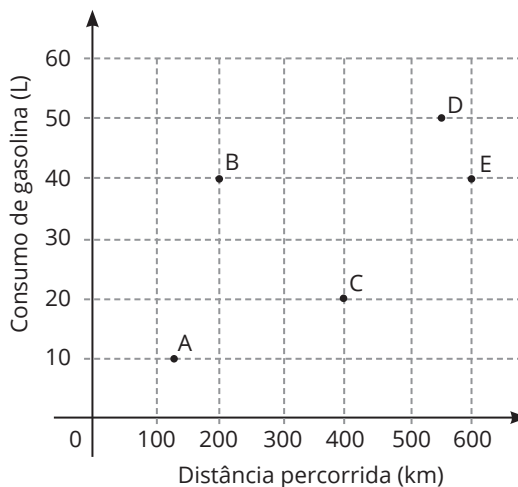
Indique por L_E e L_F suas respectivas luminosidades.

A relação entre as luminosidades dessas duas estrelas é dada por:

- a) $L_E = \frac{L_F}{2}$
- b) $L_E = \frac{L_F}{4}$
- c) $L_E = L_F$
- d) $L_E = 4L_F$
- e) $L_E = 8L_F$

○ **24. (ENEM)** A economia no consumo de combustível é um fator importante para a escolha de um carro. É considerado mais econômico o carro que percorre a maior distância por litro de combustível.

O gráfico apresenta a distância km e o respectivo consumo de gasolina ℓ de cinco modelos de carros.



O carro mais econômico em relação ao consumo de combustível é o modelo:

- a) A.
- b) B.
- c) C.
- d) D.
- e) E.



○ 25. (ENEM) Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto, há informações dizendo que se trata de uma peça em escala 1 : 400, e que seu volume é de 25 cm³.

O volume do monumento original, em metro cúbico, é de:

- a) 100.
- b) 400.
- c) 1.600.
- d) 6.250.
- e) 10.000.

○ 26. (ENEM) O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.

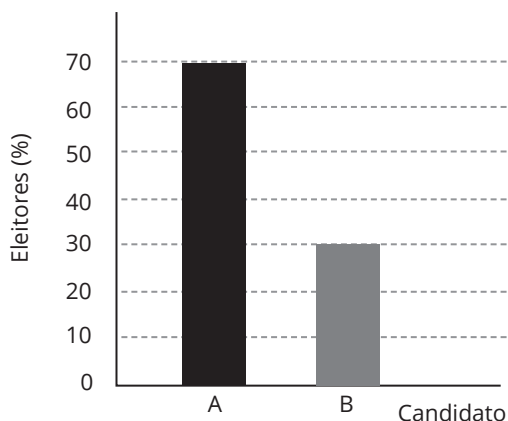


Gráfico 1

Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o Gráfico 2.

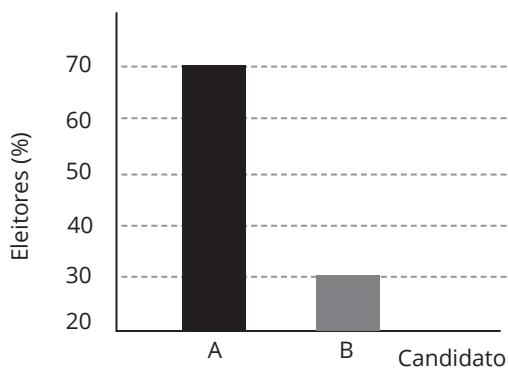


Gráfico 2

Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B.

A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é:

- a) 0.
- b) 1/2
- c) 1/5
- d) 2/15
- e) 8/35

○ 27. (ENEM) Um motorista de um carro flex (bicomcombustível) calcula que, abastecido com 45 litros de gasolina ou com 60 litros de etanol, o carro percorre a mesma distância.

Chamando de x o valor do litro de gasolina e de y o valor do litro de etanol, a situação em que abastecer com gasolina é economicamente mais vantajosa do que abastecer com etanol é expressa por:

- a) $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$
- b) $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$
- c) $\frac{x}{y} > \frac{4}{3}$
- d) $\frac{x}{y} > \frac{3}{4}$
- e) $\frac{x}{y} < \frac{4}{3}$

○ 28. (ENEM) No centro de uma praça, será construída uma estátua que ocupará um terreno quadrado com área de 9 metros quadrados. O executor da obra percebeu que a escala do desenho na planta baixa do projeto é de 1 : 25.

Na planta baixa, a área da figura que representa esse terreno, em centímetro quadrado, é:

- a) 144.
- b) 225.
- c) 3.600.
- d) 7.500.
- e) 32.400.

○ 29. (ENEM) Um vaso decorativo quebrou e os donos vão encomendar outro para ser pintado com as mesmas características. Eles enviaram uma foto do vaso na escala 1 : 5 (em relação ao objeto original) para um artista. Para ver melhor os detalhes do vaso o artista solicita uma versão impressa da foto com dimensões triplicadas em relação às dimensões da foto original. Na cópia impressa, o vaso quebrado tem uma altura de 30 centímetros.

Qual é a altura real, em centímetros, do vaso quebrado?

- a) 2
- b) 18
- c) 50
- d) 60
- e) 90



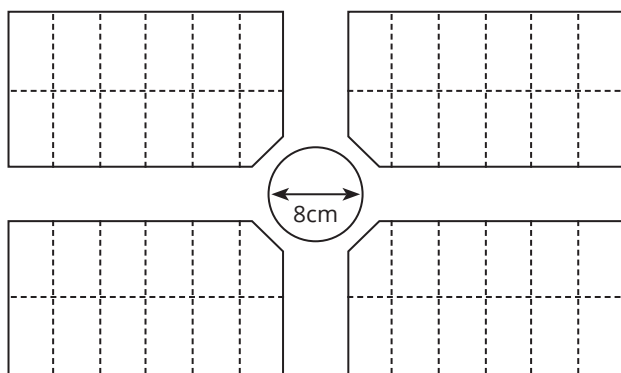
○ 30. (ENEM) Uma empresa de engenharia projetou uma casa com a forma de um retângulo para um de seus clientes. Esse cliente solicitou a inclusão de uma varanda em forma de L. A figura apresenta a planta baixa desenhada pela empresa, já com a varanda incluída, cujas medidas, indicadas em centímetro, representam os valores das dimensões da varanda na escala de 1 : 50.



A medida real da área da varanda, em metro quadrado, é

- a) 33,40.
- b) 66,80.
- c) 89,24.
- d) 133,60.
- e) 534,40.

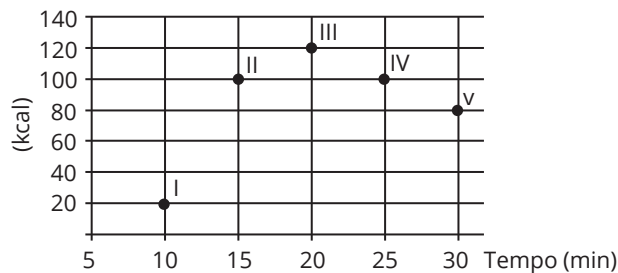
○ 31. (ENEM) A figura a seguir representa parte da planta de um loteamento, em que foi usada a escala 1 : 1 000. No centro da planta, uma área circular com diâmetro de 8 cm foi destinada para a construção de uma praça.



O diâmetro real dessa praça, em metros, é:

- a) 1.250
- b) 800
- c) 125
- d) 80
- e) 8

○ 32. (ENEM) Os exercícios físicos são recomendados para o bom funcionamento do organismo, pois aceleram o metabolismo e, em consequência, elevam o consumo de calorias. No gráfico, estão registrados os valores calóricos, em kcal, gastos em cinco diferentes atividades físicas, em função do tempo dedicado às atividades, contado em minuto.



Qual dessas atividades físicas proporciona o maior consumo de quilocalorias por minuto?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

○ 33. (ENEM) Comum em lançamentos de empreendimentos imobiliários, as maquetes de condomínios funcionam como uma ótima ferramenta de marketing para as construtoras, pois, além de encantarem clientes, auxiliam de maneira significativa os corretores na negociação e venda de imóveis.

Um condomínio está sendo lançado em um novo bairro de uma cidade. Na maquete projetada pela construtora, em escala de 1 : 200, existe um reservatório de água com capacidade de 45 cm³.

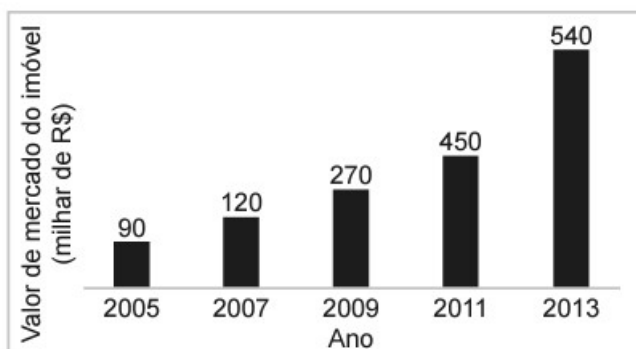
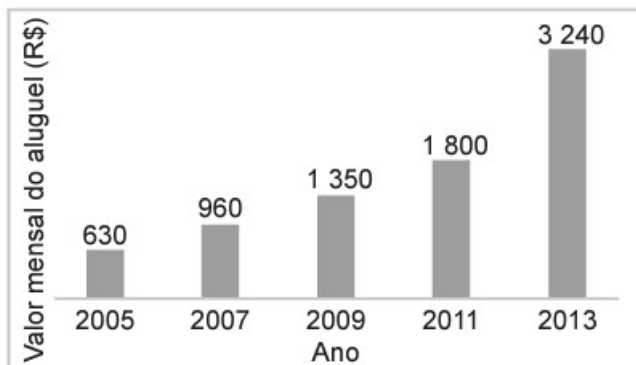
Quando todas as famílias estiverem residindo no condomínio, a estimativa é que, por dia, sejam consumidos 30.000 litros de água.

Em uma eventual falta de água, o reservatório cheio será suficiente para abastecer o condomínio por quantos dias?

- a) 30
- b) 15
- c) 12
- d) 6
- e) 3



○ 34. (ENEM) No período de 2005 a 2013, o valor de venda dos imóveis em uma cidade apresentou alta, o que resultou no aumento dos aluguéis. Os gráficos apresentam a evolução desses valores, para um mesmo imóvel, no mercado imobiliário dessa cidade.

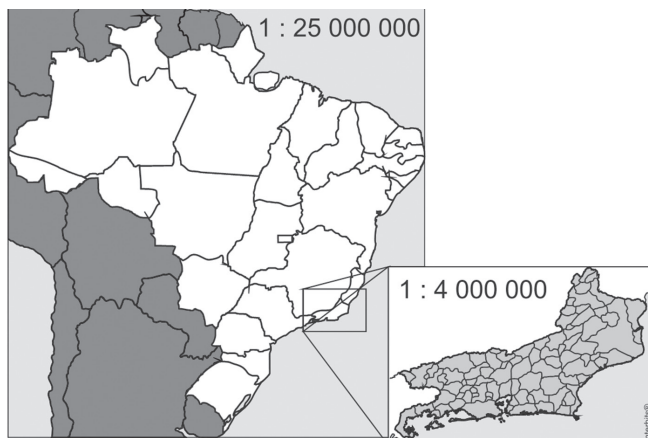


A rentabilidade do aluguel de um imóvel é calculada pela razão entre o valor mensal de aluguel e o valor de mercado desse imóvel. Com base nos dados fornecidos, em que ano a rentabilidade do aluguel foi maior?

- a) 2005
- b) 2007
- c) 2009
- d) 2011
- e) 2013

Anotações:

○ 35. (ENEM) A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.



Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil.

Esse número é:

- a) menor que 10.
- b) maior que 10 e menor que 20.
- c) maior que 20 e menor que 30.
- d) maior que 30 e menor que 40.
- e) maior que 40.



○ 36. (ENEM) Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.

Época, 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção.

De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a:

- a) 4 mil.
- b) 9 mil.
- c) 21 mil.
- d) 35 mil.
- e) 39 mil.



○ **37. (ENEM)** Em 2010, um caos aéreo afetou o continente europeu, devido à quantidade de fumaça expelida por um vulcão na Islândia, o que levou ao cancelamento de inúmeros voos. Cinco dias após o início desse caos, todo o espaço aéreo europeu acima de 6.000 metros estava liberado, com exceção do espaço aéreo da Finlândia. Lá, apenas voos internacionais acima de 31 mil pés estavam liberados.

Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br>. Acesso em: 21 abr. 2010 (adaptado).

Considere que 1 metro equivale a aproximadamente 3,3 pés. Qual a diferença, em pés, entre as altitudes liberadas na Finlândia e no restante do continente europeu cinco dias após o início do caos?

- a) 3.390 pés.
- b) 9.390 pés.
- c) 11.200 pés.
- d) 19.800 pés.
- e) 50.800 pés.

○ **38. (ENEM)** Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.

Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de:

- a) 12 kg
- b) 16 kg
- c) 24 kg
- d) 36 kg
- e) 75 kg

○ **39. (ENEM)** Nos Estados Unidos, a unidade de medida de volume mais utilizada em latas de refrigerante é a onça fluida (fl oz), que equivale a aproximadamente 2,95 centilitros (cl).

Sabe-se que o centilitro é a centésima parte do litro e que a lata de refrigerante usualmente comercializada no Brasil tem capacidade de 355 mL.

Assim, a medida do volume da lata de refrigerante de 355 mL, em onça fluida (fl oz), é mais próxima de:

- a) 0,83
- b) 1,20
- c) 12,03
- d) 104,73
- e) 120,34

○ **40. (ENEM)** A taxa de fecundidade é um indicador que expressa a condição reprodutiva média das mulheres de uma região e é importante para uma análise da dinâmica demográfica dessa região. A tabela apresenta os dados obtidos pelos Censos de 2000 e 2010, feitos pelo IBGE, com relação à taxa de fecundidade no Brasil.

Ano	Taxa de fecundidade no Brasil
2000	2,38
2010	1,90

Disponível em: www.saladeimprensa.ibge.gov.br. Acesso em: 31 jul. 2013.

Suponha que a variação percentual relativa na taxa de fecundidade, no período de 2000 a 2010 repita-se no período de 2010 a 2020.

Nesse caso, em 2020, a taxa de fecundidade no Brasil estará mais próxima de:

- a) 1,14
- b) 1,42
- c) 1,52
- d) 1,70
- e) 1,80

○ **41. (ENEM)** Uma televisão pode ser posicionada de modo que se consigam enxergar os detalhes de uma imagem em alta definição. Considere que a distância ideal, com conforto visual, para se assistir à televisão de 32 polegadas é de 1,8 metro. Suponha que haja uma relação de proporcionalidade direta entre o tamanho da tela (medido em polegada) e a distância ideal. Considere que um espectador dispõe de uma televisão de 60 polegadas e que ele deseja se posicionar em frente a ela, com conforto visual.

A distância da televisão, em metro, em que o espectador deve se posicionar para que tenha conforto visual é mais próxima de:

- a) 0,33.
- b) 0,96.
- c) 1,57.
- d) 3,37.
- e) 3,60.



○ **42. (ENEM)** Usando a capacidade máxima da carga do caminhão de uma loja de materiais de construção, é possível levar 60 sacos de cimento, ou 90 sacos de cal, ou 120 latas de areia. No pedido de um cliente, foi solicitada a entrega de 15 sacos de cimento, 30 sacos de cal e a maior quantidade de latas de areia que fosse possível transportar, atingindo a capacidade máxima de carga do caminhão.

Nessas condições, qual a quantidade máxima de latas de areia que poderão ser enviadas ao cliente?

- a) 30
- b) 40
- c) 50
- d) 80
- e) 90

○ **43. (ENEM 2022)** Definem-se o dia e o ano de um planeta de um sistema solar como sendo, respectivamente, o tempo que o planeta leva para dar 1 volta completa em torno de seu próprio eixo de rotação e o tempo para dar 1 volta completa em torno de seu Sol.

Suponha que exista um planeta Z, em algum sistema solar, onde um dia corresponda a 73 dias terrestres e que 2 de seus anos correspondam a 1 ano terrestre. Considere que 1 ano terrestre tem 365 de seus dias.

No planeta Z, seu ano corresponderia a quantos de seus dias?

- a) 2,5
- b) 10,0
- c) 730,0
- d) 13.322,5
- e) 53.290,0

○ **44. (ENEM)** Um borrifador de atuação automática libera, a cada acionamento, uma mesma quantidade de inseticida. O recipiente desse produto, quando cheio, contém 360 mL de inseticida, que duram 60 dias se o borrifador permanecer ligado ininterruptamente e for acionado a cada 48 minutos.

A quantidade de inseticida que é liberada a cada acionamento do borrifador, em mililitro, é:

- a) 0,125.
- b) 0,200.
- c) 4,800.
- d) 6,000.
- e) 12,000.

○ **45. (ENEM)** Um dos grandes problemas enfrentados nas rodovias brasileiras é o excesso de carga transportada pelos caminhões. Dimensionado para o tráfego dentro dos limites legais de carga, o piso das estradas deteriora-se com o peso excessivo dos caminhões. Além disso, o excesso de carga interfere na capacidade de frenagem e no funcionamento da suspensão do veículo, causas frequentes de acidentes.

Ciente dessa responsabilidade e com base na experiência adquirida com pesagens, um caminhoneiro sabe que seu caminhão pode carregar, no máximo, 1.500 telhas ou 1.200 tijolos.

Considerando esse caminhão carregado com 900 telhas, quantos tijolos, no máximo, podem ser acrescentados à carga de modo a não ultrapassar a carga máxima do caminhão?

- a) 300 tijolos.
- b) 360 tijolos.
- c) 400 tijolos.
- d) 480 tijolos.
- e) 600 tijolos.

○ **46. (ENEM)** Em abril de 2009, o observatório espacial americano *Swift* captou um feixe de raios gama proveniente de uma explosão no espaço. Cientistas italianos e ingleses apresentaram conclusões de que as luzes captadas provêm do colapso de uma estrela ocorrido há 13 bilhões de anos, apenas 630 milhões de anos após o *Big Bang*, expansão súbita que originou o Universo. Batizada de GRB 090423, a estrela é o objeto celeste mais antigo já observado pelo homem.

Revista Veja. 4 nov. 2009 (adaptado).

Suponha uma escala de 0h a 24h e considere que o *Big Bang* ocorreu exatamente à 0h. Desse modo, a explosão da estrela GRB 090423 teria ocorrido à(s):

- a) 1,10h
- b) 1,16h
- c) 1,22h
- d) 1,84h
- e) 2,01h



○ **47. (ENEM)** Pneus usados geralmente são descartados de forma inadequada, favorecendo a proliferação de insetos e roedores e provocando sérios problemas de saúde pública. Estima-se que, no Brasil, a cada ano, sejam descartados 20 milhões de pneus usados. Como alternativa para dar uma destinação final a esses pneus, a Petrobras, em sua unidade de São Mateus do Sul, no Paraná, desenvolveu um processo de obtenção de combustível a partir da mistura dos pneus com xisto. Esse procedimento permite, a partir de uma tonelada de pneu, um rendimento de cerca de 530 kg de óleo.

Disponível em: <http://www.ambientebrasil.com.br>. Acesso em: 3 out. 2008 (adaptado).

Considerando que uma tonelada corresponde, em média, a cerca de 200 pneus, se todos os pneus descartados anualmente fossem utilizados no processo de obtenção de combustível pela mistura com xisto, seriam então produzidas:

- a) 5,3 mil toneladas de óleo.
- b) 53 mil toneladas de óleo.
- c) 530 mil toneladas de óleo.
- d) 5,3 milhões de toneladas de óleo.
- e) 530 milhões de toneladas de óleo.



○ 48. (ENEM) Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permanece acesa seja igual a $\frac{2}{3}$ do tempo em que a luz vermelha fica acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante X segundos, e cada ciclo dura Y segundos.

Qual a expressão que representa a relação entre X e Y?

- a) $5X - 3Y + 15 = 0$
- b) $5X - 2Y + 10 = 0$
- c) $3X - 3Y + 15 = 0$
- d) $3X - 2Y + 15 = 0$
- e) $3X - 2Y + 10 = 0$

○ 49. (ENEM) Em uma cantina, o sucesso de venda no verão são sucos preparados à base de polpa de frutas. Um dos sucos mais vendidos é o de morango com acerola, que é preparado com $\frac{2}{3}$ de polpa de morango e $\frac{1}{3}$ de polpa de acerola.

Para o comerciante, as polpas são vendidas em embalagens de igual volume. Atualmente, a embalagem da polpa de morango custa R\$ 18,00, e a de acerola, R\$ 14,70. Porém, está prevista uma alta no preço da embalagem da polpa de acerola no próximo mês, passando a custar R\$ 15,30.

Para não aumentar o preço do suco, o comerciante negociou com o fornecedor uma redução no preço da embalagem da polpa de morango.

A redução, em real, no preço da embalagem da polpa de morango deverá ser de:

- a) 1,20.
- b) 0,90.
- c) 0,60.
- d) 0,40.
- e) 0,30.

○ 50. (ENEM) Para uma temporada das corridas de Fórmula 1, a capacidade do tanque de combustível de cada carro passou a ser de 100 kg de gasolina. Uma equipe optou por utilizar uma gasolina com densidade de 750 gramas por litro, iniciando a corrida com o tanque cheio. Na primeira parada de reabastecimento, um carro dessa equipe apresentou um registro em seu computador de bordo acusando o consumo de quatro décimos da gasolina originalmente existente no tanque. Para minimizar o peso desse carro e garantir o término da corrida, a equipe de apoio reabasteceu o carro com a terça parte do que restou no tanque na chegada ao reabastecimento.

Disponível em: www.superdanihof1page.com.br. Acesso em: 6 jul. 2015 (adaptado).

A quantidade de gasolina utilizada, em litro, no reabastecimento foi:

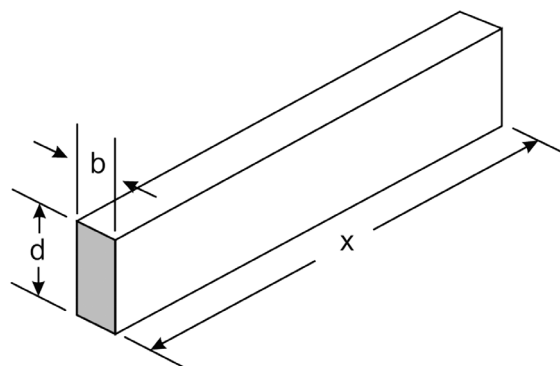
- a) $\frac{20}{0,075}$
- b) $\frac{20}{0,75}$
- c) $\frac{20}{7,5}$
- d) $20 \times 0,075$
- e) $20 \times 0,75$

○ 51. (ENEM) O estado de qualquer substância gasosa é determinado pela medida de três grandezas: o volume (V), a pressão (P) e a temperatura (T) dessa substância. Para os chamados gases "ideais", o valor do quociente $\frac{P \cdot V}{T}$ é sempre constante. Considere um reservatório que está cheio de um gás ideal. Sem vaziar o gás, realiza-se uma compressão do reservatório, reduzindo seu volume à metade. Ao mesmo tempo, uma fonte de calor faz a temperatura do gás ser quadruplicada. Considere P_0 e P_1 , respectivamente, os valores da pressão do gás no reservatório, antes e depois do procedimento descrito.

A relação entre P_0 e P_1 é:

- a) $P_1 = \frac{P_0}{8}$
- b) $P_1 = \frac{P_0}{2}$
- c) $P_1 = P_0$
- d) $P_1 = 2P_0$
- e) $P_1 = 8P_0$

○ 52. (ENEM) A resistência mecânica S de uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura (b) e ao quadrado da sua altura (d) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento (x), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade k é chamada de resistência da viga.



BUSHAW, D. et. al. Aplicações da matemática escolar. São Paulo: Atual, 1997.

A expressão que traduz a resistência S dessa viga de madeira é:

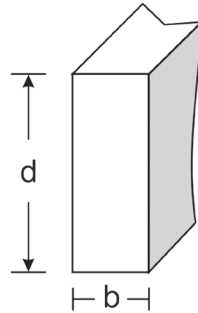
- a) $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$
- b) $S = \frac{k \cdot b \cdot d}{x^2}$
- c) $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x}$
- d) $S = \frac{k \cdot b^2 \cdot d}{x}$
- e) $S = \frac{k \cdot b \cdot 2d}{2x}$



○ 53. (ENEM) A resistência das vigas de dado comprimento é diretamente proporcional à largura (b) e ao quadrado da altura (d), conforme a figura. A constante de proporcionalidade k varia de acordo com o material utilizado na sua construção.

Considerando-se S como a resistência, a representação algébrica que exprime essa relação é:

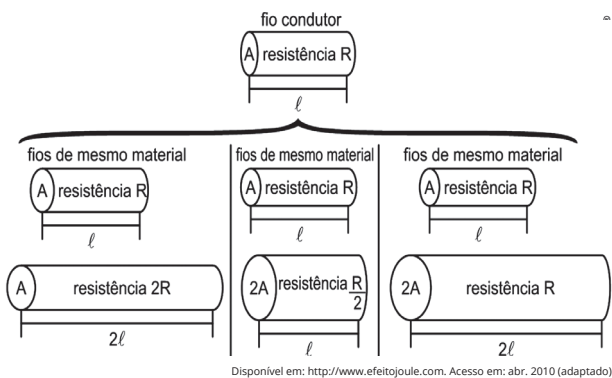
- a) $S = k \cdot b \cdot d$
- b) $S = b \cdot d^2$
- c) $S = k \cdot b \cdot d^2$
- d) $S = \frac{k \cdot b}{d^2}$
- e) $S = \frac{k \cdot d^2}{b}$



○ 54. (ENEM) A relação da resistência elétrica com as dimensões do condutor foi estudada por um grupo de cientistas por meio de vários experimentos de eletricidade. Eles verificaram que existe proporcionalidade entre:

- resistência (R) e comprimento (ℓ), dada a mesma secção transversal (A);
- resistência (R) e área da secção transversal (A), dado o mesmo comprimento (ℓ);
- comprimento (ℓ) e área da secção transversal (A), dada a mesma resistência (R).

Considerando os resistores como fios, pode-se exemplificar o estudo das grandezas que influem na resistência elétrica utilizando as figuras seguintes.



As figuras mostram que as proporcionalidades existentes entre resistência (R) e comprimento (ℓ), resistência (R) e área da secção transversal (A), e entre comprimento (ℓ) e área da secção transversal (A) são, respectivamente:

- a) direta - direta - direta
- b) direta - direta - inversa
- c) direta - inversa - direta
- d) inversa - direta - direta
- e) inversa - direta - inversa

○ 55. (ENEM) Para se construir um contrapiso, é comum, na constituição do concreto, utilizar-se cimento, areia e brita, na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14 m^3 de concreto.

Qual é o volume de cimento, em m^3 , na carga de concreto trazido pela betoneira?

- a) 1,75
- b) 2,00
- c) 2,33
- d) 4,00
- e) 8,00

○ 56. (ENEM) Muitos processos fisiológicos e bioquímicos, tais como batimentos cardíacos e taxa de respiração, apresentam escalas construídas a partir da relação entre superfície e massa (ou volume) do animal. Uma dessas escalas, por exemplo, considera que o cubo da área S da superfície de um mamífero é proporcional ao quadrado de sua massa M .

HUGHES-HALLETT, D. et al. Cálculo e aplicações. São Paulo: Edgard Blücher, 1999 (adaptado).

Isso é equivalente a dizer que, para uma constante $k > 0$, a área S pode ser escrita em função de M por meio da expressão:

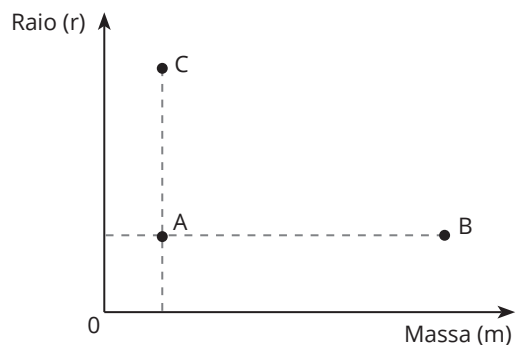
- a) $S = k \cdot M$
- b) $S = k \cdot M^{\frac{1}{3}}$
- c) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{1}{3}}$
- d) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}$
- e) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^2$



○ 57. (ENEM) De acordo com a Lei Universal da Gravitação, proposta por Isaac Newton, a intensidade da força gravitacional F que a Terra exerce sobre um satélite em órbita circular é proporcional à massa m do satélite e inversamente proporcional ao quadrado do raio r da órbita, ou seja,

$$F = km \frac{1}{r^2}$$

No plano cartesiano, três satélites, A, B e C estão representados, cada um, por um ponto (m ; r) cujas coordenadas são, respectivamente, a massa do satélite e o raio da sua órbita em torno da Terra.



Com base nas posições relativas dos pontos no gráfico, deseja-se comparar as intensidades F_A , F_B e F_C da força gravitacional que a Terra exerce sobre os satélites A, B e C, respectivamente.

As intensidades F_A , F_B e F_C expressas no gráfico satisfazem a relação:

- a) $F_C = F_A < F_B$
- b) $F_A = F_B < F_C$
- c) $F_A < F_B < F_C$
- d) $F_A < F_C < F_B$
- e) $F_C < F_A < F_B$



○ **58. (ENEM)** A Lei da Gravitação, de Isaac Newton, estabelece a intensidade da força entre dois objetos. Ela é dada pela equação

$$F = g \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2},$$

sendo m_1 e m_2 as massas dos objetos, d a distância entre eles, g a constante universal da gravitação e F a intensidade da força gravitacional que um objeto exerce sobre o outro.

Considere um esquema que represente cinco satélites de mesma massa orbitando a Terra. Denote os satélites por A, B, C, D e E, sendo esta a ordem decrescente da distância da Terra (A o mais distante e E o mais próximo da Terra).

De acordo com a Lei da Gravitação Universal, a Terra exerce maior força sobre o satélite:

- a) A.
- b) B.
- c) C.
- d) D.
- e) E.

○ **59. (ENEM)** Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m³. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Essa indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m³, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente. A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a:

- a) 2
- b) 4
- c) 5
- d) 8
- e) 9

○ **60. (ENEM)** Em um jogo on-line, cada jogador procura subir de nível e aumentar sua experiência, que são dois parâmetros importantes no jogo, dos quais dependem as forças de defesa e de ataque do participante. A força de defesa de cada jogador é diretamente proporcional ao seu nível e ao quadrado de sua experiência, enquanto sua força de ataque é diretamente proporcional à sua experiência e ao quadrado do seu nível. Nenhum jogador sabe o nível ou a experiência dos demais. Os jogadores iniciam o jogo no nível 1 com experiência 1 e possuem força de ataque 2 e de defesa 1. Nesse jogo, cada participante movimenta-se em uma cidade em busca de tesouros para aumentar sua experiência. Quando dois deles se encontram, um deles pode desafiar o outro para um confronto, sendo o desafiante considerado o atacante. Compara-se então a força de ataque do desafiante com a força de defesa do desafiado, e vence o confronto aquele cuja força for maior. O vencedor do desafio aumenta seu nível em uma unidade. Caso haja empate no confronto, ambos os jogadores aumentam seus níveis em uma unidade.

Durante um jogo, o jogador J_1 , de nível 4 e experiência 5, irá atacar o jogador J_2 , de nível 2 e experiência 6. O jogador J_1 venceu esse confronto, porque a diferença entre sua força de ataque e a força de defesa de seu oponente era:

- a) 112.
- b) 88.
- c) 60.
- d) 28.
- e) 24.

○ **61. (ENEM)** A caixa-d'água de um edifício terá a forma de um paralelepípedo retângulo reto com volume igual a 28 080 litros. Em uma maquete que representa o edifício, a caixa-d'água tem dimensões 2 cm × 3,51 cm × 4 cm.

Dado: 1 dm³ = 1 L.

A escala usada pelo arquiteto foi:

- a) 1 : 10
- b) 1 : 100
- c) 1 : 1 000
- d) 1 : 10 000
- e) 1 : 100 000



○ **62. (ENEM)** Uma torneira está gotejando água em um balde com capacidade de 18 litros. No instante atual, o balde se encontra com ocupação de 50% de sua capacidade. A cada segundo caem 5 gotas de água da torneira, e uma gota é formada, em média, por 5×10^{-2} mL de água.

Quanto tempo, em hora, será necessário para encher completamente o balde, partindo do instante atual?

- a) 2×10^1
- b) 1×10^1
- c) 2×10^{-2}
- d) 1×10^{-2}
- e) 1×10^{-3}



○ **63. (ENEM)** Muitos modelos atuais de veículos possuem computador de bordo. Os computadores informam em uma tela diversas variações de grandezas associadas ao desempenho do carro, dentre elas o consumo médio de combustível. Um veículo, de um determinado modelo, pode vir munido de um dos dois tipos de computadores de bordo:

- **Tipo A:** informa a quantidade X de litro de combustível gasto para percorrer 100 quilômetros;
- **Tipo B:** informa a quantidade de quilômetro que o veículo é capaz de percorrer com um litro de combustível.

Um veículo utiliza o computador do Tipo A, e ao final de uma viagem o condutor viu apresentada na tela a informação " $X/100$ ".

Caso o seu veículo utilizasse o computador do Tipo B, o valor informado na tela seria obtido pela operação

- a) $X \cdot 100$
- b) $\frac{X}{100}$
- c) $\frac{100}{X}$
- d) $\frac{1}{X}$
- e) $1 \cdot X$



○ **64. (ENEM)** Um motociclista planeja realizar uma viagem cujo destino fica a 500 km de sua casa. Sua moto consome 5 litros de gasolina para cada 100 km rodados, e o tanque da moto tem capacidade para 22 litros. Pelo mapa, observou que no trajeto da viagem o último posto disponível para reabastecimento, chamado Estrela, fica a 80 km do seu destino. Ele pretende partir com o tanque da moto cheio e planeja fazer somente duas paradas para reabastecimento, uma na ida e outra na volta, ambas no posto Estrela. No reabastecimento para a viagem de ida, deve considerar também combustível suficiente para se deslocar por 200 km no seu destino.

A quantidade mínima de combustível, em litro, que esse motociclista deve reabastecer no posto Estrela na viagem de ida, que seja suficiente para fazer o segundo reabastecimento, é

- a) 13.
- b) 14.
- c) 17.
- d) 18.
- e) 21.



○ **65. (ENEM)** Antônio, Joaquim e José são sócios de uma empresa cujo capital é dividido, entre os três, em partes proporcionais a: 4, 6 e 6, respectivamente. Com a intenção de igualar a participação dos três sócios no capital da empresa, Antônio pretende adquirir uma fração do capital de cada um dos outros dois sócios.

A fração do capital de cada sócio que Antônio deverá adquirir é

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{1}{9}$
- d) $\frac{2}{3}$
- e) $\frac{3}{4}$



○ **66. (ENEM)** Com base na Lei Universal da Gravitação, proposta por Isaac Newton, o peso de um objeto na superfície de um planeta aproximadamente esférico é diretamente proporcional à massa do planeta e inversamente proporcional ao quadrado do raio desse planeta. A massa do planeta Mercúrio é, aproximadamente, $\frac{1}{20}$ da massa da Terra e seu raio é, aproximadamente, $\frac{2}{5}$ do raio da Terra. Considere um objeto que, na superfície da Terra, tenha peso P.

O peso desse objeto na superfície de Mercúrio será igual a:

- a) $\frac{5P}{16}$
- b) $\frac{5P}{2}$
- c) $\frac{25P}{4}$
- d) $\frac{P}{8}$
- e) $\frac{P}{20}$

○ **67. (ENEM)** Uma associação desportiva contratou uma empresa especializada para construir um campo de futebol, em formato retangular, com 250 metros de perímetro. Foi elaborada uma planta para esse campo na escala 1 : 2 000.

Na planta, a medida do perímetro do campo de futebol, em metro, é:

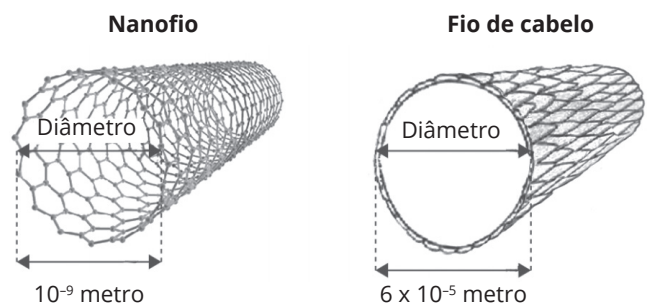
- a) 0,0005.
- b) 0,125.
- c) 8.
- d) 250.
- e) 500.000.

○ **68. (ENEM)** Um agricultor sabe que a colheita da safra de soja será concluída em 120 dias caso utilize, durante 10 horas por dia, 20 máquinas de um modelo antigo, que colhem 2 hectares por hora. Com o objetivo de diminuir o tempo de colheita, esse agricultor optou por utilizar máquinas de um novo modelo, que operam 12 horas por dia e colhem 4 hectares por hora.

Quantas máquinas do novo modelo ele necessita adquirir para que consiga efetuar a colheita da safra em 100 dias?

- a) 7
- b) 10
- c) 15
- d) 40
- e) 58

○ **69. (ENEM)** O nanofio é um feixe de metais semicondutores usualmente utilizado na fabricação de fibra óptica. A imagem ilustra, sem escala, as representações das medidas dos diâmetros de um nanofio e de um fio de cabelo, possibilitando comparar suas espessuras e constatar o avanço das novas tecnologias.



O número que expressa a razão existente entre o comprimento do diâmetro de um fio de cabelo e o de um nanofio é:

- a) 6×10^{-14}
- b) $6 \times 10^{-\frac{5}{9}}$
- c) $6 \times 10^{\frac{5}{9}}$
- d) 6×10^4
- e) 6×10^{45}



○ **70. (ENEM)** Foi feita uma pesquisa sobre a escolaridade dos funcionários de uma empresa. Verificou-se que $\frac{1}{4}$ dos homens que ali trabalham têm o ensino médio completo, enquanto $\frac{2}{3}$ das mulheres que trabalham na empresa têm o ensino médio completo. Constatou-se, também, que entre todos os que têm o ensino médio completo, metade são homens.

A fração que representa o número de funcionários homens em relação ao total de funcionários dessa empresa é:

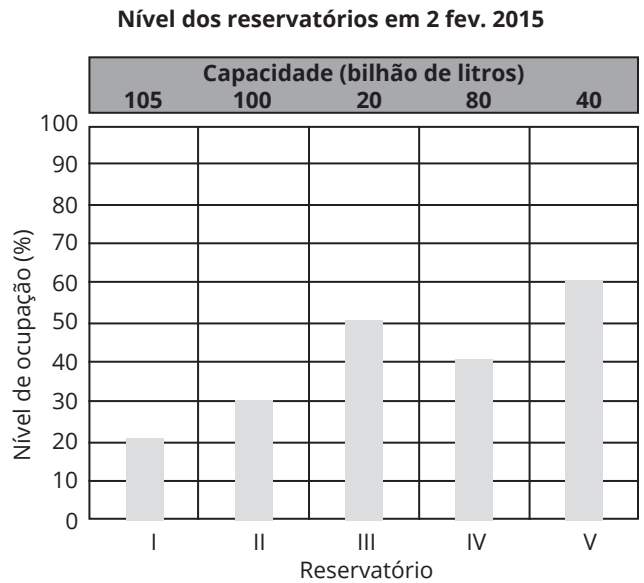
- a) $\frac{1}{8}$
- b) $\frac{3}{11}$
- c) $\frac{11}{24}$
- d) $\frac{2}{3}$
- e) $\frac{8}{11}$

○ **71. (ENEM)** Um motorista fez uma viagem de 100 km partindo da cidade A até a cidade B. Nos primeiros 30 km, a velocidade média na qual esse motorista viajou foi de 90 km/h. No segundo trecho, de 40 km, a velocidade média foi de 80 km/h. Suponha que a viagem foi realizada em 1 h 30 min.

A velocidade média do motorista, em quilômetro por hora, no último trecho da viagem foi de:

- a) 45.
- b) 67.
- c) 77.
- d) 85.
- e) 113.

○ **72. (ENEM)** O gráfico apresenta o nível de ocupação dos cinco reservatórios de água que abasteciam uma cidade em 2 de Fevereiro de 2015.



Nessa data, o reservatório com o maior volume de água era o:

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) IV.
- e) V.

Anotações:



○ **73. (ENEM)** Um parque temático brasileiro construiu uma réplica em miniatura do castelo de Liechtenstein. O castelo original, representado na imagem, está situado na Alemanha e foi reconstruído entre os anos de 1840 e 1842, após duas destruições causadas por guerras.



O castelo possui uma ponte de 38,4m de comprimento e 1,68m de largura. O artesão que trabalhou para o parque produziu a réplica do castelo, em escala. Nessa obra, as medidas do comprimento e da largura da ponte eram, respectivamente, 160cm e 7 cm.

A escala utilizada para fazer a réplica é:

- a) 1 : 576
- b) 1 : 240
- c) 1 : 24
- d) 1 : 4,2
- e) 1 : 2,4

○ **74. (ENEM)** Um atleta produz sua própria refeição com custo fixo de R\$ 10,00. Ela é composta por 400g de frango, 600g de batata-doce e uma hortaliça. Atualmente, os preços dos produtos para essa refeição são:

Refeição	Frango (kg)	Batata-doce (kg)	Hortaliças (unidade)
	R\$ 12,50	R\$ 5,00	R\$ 2,00

Em relação a esses preços, haverá um aumento de 50% no preço do quilograma de batata-doce, e os outros preços não serão alterados. O atleta deseja manter o custo da refeição, a quantidade de batata-doce e a hortaliça. Portanto, terá que reduzir a quantidade de frango.

Qual deve ser a redução percentual da quantidade de frango para que o atleta alcance seu objetivo?

- a) 12,5
- b) 28,0
- c) 30,0
- d) 50,0
- e) 70,0

○ **75. (ENEM)** A relação de Newton-Laplace estabelece que o módulo volumétrico de um fluido é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade do som (em metro por segundo) no fluido e à sua densidade (em quilograma por metro cúbico), com uma constante de proporcionalidade adimensional.

Nessa relação, a unidade de medida adequada para o módulo volumétrico é:

- a) $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$
- b) $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- c) $\text{kg} \cdot \text{m}^{-5} \cdot \text{s}^2$
- d) $\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^1 \cdot \text{s}^2$
- e) $\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^5 \cdot \text{s}^{-2}$

○ **76. (ENEM)** Um automóvel apresenta um desempenho médio de 16 km/L. Um engenheiro desenvolveu um novo motor a combustão que economiza, em relação ao consumo do motor anterior, 0,1 L de combustível a cada 20 km percorridos.

O valor do desempenho médio do automóvel com o novo motor, em quilômetro por litro, expresso com uma casa decimal, é:

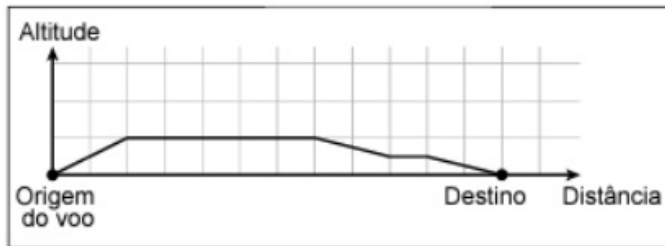
- a) 15,9
- b) 16,1
- c) 16,4
- d) 17,4
- e) 18,0

○ **77. (ENEM)** Um agricultor sabe que a colheita da safra de soja será concluída em 120 dias caso utilize, durante 10 horas por dia, 20 máquinas de um modelo antigo, que colhem 2 hectares por hora. Com o objetivo de diminuir o tempo de colheita, esse agricultor optou por utilizar máquinas de um novo modelo, que operam 12 horas por dia e colhem 4 hectares por hora. Quantas máquinas do novo modelo ele necessita adquirir para que consiga efetuar a colheita da safra em 100 dias? :

- a) 7
- b) 10
- c) 15
- d) 40
- e) 58



○ **78. (ENEM)** Um controlador de voo dispõe de um instrumento que descreve a altitude de uma aeronave em voo, em função da distância em solo. Essa distância em solo é a medida na horizontal entre o ponto de origem do voo até o ponto que representa a projeção ortogonal da posição da aeronave, em voo, no solo. Essas duas grandezas são dadas numa mesma unidade de medida. A tela do instrumento representa proporcionalmente as dimensões reais das distâncias associadas ao voo. A figura apresenta a tela do instrumento depois de concluída a viagem de um avião, sendo a medida do lado de cada quadradinho da malha igual a 1 cm



Essa tela apresenta os dados de um voo cuja maior altitude alcançada foi de 5 km. A escala em que essa tela representa as medidas reais é

- a) 1 : 5
- b) 1 : 11
- c) 1 : 55
- d) 1 : 5 000
- e) 1 : 500 000

○ **79. (ENEM)** Entre maratonistas, um parâmetro utilizado é o de economia de corrida (EC). O valor desse parâmetro é calculado pela razão entre o consumo de oxigênio, em mililitro (mL) por minuto (min), e a massa, em quilograma (kg), do atleta correndo a uma velocidade constante.

Disponível em: www.treinamentoonline.com.br. Acesso em: 23 out. 2019 (adaptado).

Um maratonista, visando melhorar sua performance, auxiliado por um médico, mensura o seu consumo de oxigênio por minuto a velocidade constante. Com base nesse consumo e na massa do atleta, o médico calcula o EC do atleta.

A unidade de medida da grandeza descrita pelo parâmetro EC é

- a) $\frac{\text{min}}{\text{mL} \cdot \text{kg}}$
- b) $\frac{\text{mL}}{\text{min} \cdot \text{kg}}$
- c) $\frac{\text{min} \cdot \text{mL}}{\text{kg}}$
- d) $\frac{\text{min} \cdot \text{kg}}{\text{mL}}$
- e) $\frac{\text{mL} \cdot \text{kg}}{\text{min}}$

○ **80. (ENEM)** Embora o Índice de Massa Corporal (IMC) seja amplamente utilizado, existem ainda inúmeras restrições teóricas ao uso e as faixas de normalidade preconizadas. O Recíproco do Índice Ponderal (RIP), de acordo com o modelo alométrico, possui uma melhor fundamentação matemática, já que a massa é uma variável de dimensões cúbicas e a altura, uma variável de dimensões lineares. As fórmulas que determinam esses índices são:

$$\text{IMC} = \frac{\text{massa (kg)}}{[\text{altura (m)}]^2} \quad \text{RIP} = \frac{\text{altura (cm)}}{\sqrt[3]{\text{massa (kg)}}}$$

Se uma menina, com 64 kg de massa, apresenta IMC igual a 25 kg/m², então ela possui RIP igual a

- a) 0,4 cm/kg^{1/3}
- b) 2,5 cm/kg^{1/3}
- c) 8 cm/kg^{1/3}
- d) 20 cm/kg^{1/3}
- e) 40 cm/kg^{1/3}

○ **81. (UFSM)** O departamento de recursos humanos de certa empresa do setor de alimentos constatou que, entre os entrevistados pretendentes a determinado emprego, a razão entre o número de aprovados e o de entrevistados é de $\frac{4}{11}$. Sabendo que foram aprovados 8 candidatos, o número de reprovados foi de

- a) 22
- b) 18
- c) 16
- d) 14
- e) 11

○ **82. (UFRGS)** Em uma escola, sabe-se que $\frac{2}{5}$ dos estudantes gostam de praticar somente o esporte A, $\frac{1}{3}$ estudantes gostam de praticar somente o esporte B, e $\frac{3}{6}$ dos estudantes gostam de praticar os esportes A e B.

A fração que representa a quantidade de estudantes dessa escola que não praticam o esporte A e não praticam o esporte B é

- a) $\frac{1}{10}$
- b) $\frac{1}{5}$
- c) $\frac{2}{7}$
- d) $\frac{1}{2}$
- e) $\frac{9}{10}$



HABILIDADES À PROVA 3

» Porcentagem

○ 1. (ENEM) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.

Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$ 50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja.

Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de:

- a) 15,00
- b) 14,00
- c) 10,00
- d) 5,00
- e) 4,00

○ 2. (ENEM) O contribuinte que vende mais de R\$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de:

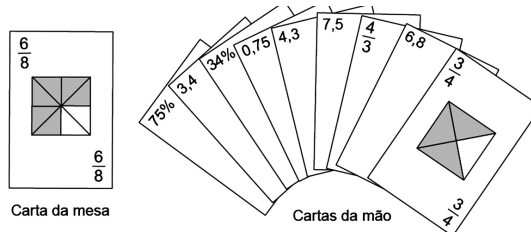
- a) R\$ 900,00
- b) R\$ 1.200,00
- c) R\$ 2.100,00
- d) R\$ 3.900,00
- e) R\$ 5.100,00

○ 3. (ENEM) Uma ponte precisa ser dimensionada de forma que possa ter três pontos de sustentação. Sabe-se que a carga máxima suportada pela ponte será de 12 t. O ponto de sustentação central receberá 60% da carga da ponte, e o restante da carga será distribuído igualmente entre os outros dois pontos de sustentação.

No caso de carga máxima, as cargas recebidas pelos três pontos de sustentação serão, respectivamente:

- a) 1,8 t - 8,4 t - 1,8 t
- b) 3,0 t - 6,0 t - 3,0 t
- c) 2,4 t - 7,2 t - 2,4 t
- d) 3,6 t - 4,8 t - 3,6 t
- e) 4,2 t - 3,6 t - 4,2 t

○ 4. (ENEM) No contexto da matemática recreativa, utilizando diversos materiais didáticos para motivar seus alunos, uma professora organizou um jogo com um tipo de baralho modificado. No início do jogo, vira-se uma carta do baralho na mesa e cada jogador recebe em mãos nove cartas. Deseja-se formar pares de cartas, sendo a primeira carta a da mesa, e a segunda, uma carta na mão do jogador, que tenha um valor equivalente àquele descrito na carta da mesa. O objetivo do jogo é verificar qual jogador consegue o maior número de pares. Iniciado o jogo, a carta virada na mesa e as cartas da mão de um jogador são como no esquema:



Segundo as regras do jogo, quantas cartas da mão desse jogador podem formar um par com a carta da mesa?

- a) 9
- b) 7
- c) 5
- d) 4
- e) 3

○ 5. (ENEM) Um comerciante visita um centro de vendas para fazer cotação de preços dos produtos que deseja comprar. Verifica que se aproveita 100% da quantidade adquirida de produtos do tipo A, mas apenas 90% de produtos do tipo B. Esse comerciante deseja comprar uma quantidade de produtos, obtendo o menor custo/benefício em cada um deles. O quadro mostra o preço por quilograma, em reais, de cada produto comercializado.

Produto	Tipo A	Tipo B
Arroz	2,00	1,70
Feijão	4,50	4,10
Soja	3,80	3,50
Milho	6,00	5,30

Os tipos de arroz, feijão, soja e milho que devem ser escolhidos pelo comerciante são, respectivamente:

- a) A - A - A - A
- b) A - B - A - B
- c) A - B - B - A
- d) B - A - A - B
- e) B - B - B - B



○ 6. (ENEM) De acordo com a ONU, da água utilizada diariamente:

- ▶ 25% são para tomar banho, lavar as mãos e escovar os dentes;
- ▶ 33% são utilizados em descarga de banheiro;
- ▶ 27% são para cozinhar e beber;
- ▶ 15% são para demais atividades.

No Brasil, o consumo de água por pessoa chega, em média, a 200 litros por dia.

O quadro mostra sugestões de consumo moderado de água por pessoa, por dia, em algumas atividades.

Atividade	Consumo total de água na atividade (em litros)
Tomar banho	24,0
Dar descarga	18,0
Lavar as mãos	3,2
Escovar os dentes	2,4
Beber e cozinhar	22,0

Se cada brasileiro adotar o consumo de água indicado no quadro, mantendo o mesmo consumo nas demais atividades, então economizará diariamente, em média, em litros de água:

- a) 30,0
- b) 69,6
- c) 100,4
- d) 130,4
- e) 170,0

○ 7. (ENEM) Uma pessoa aplicou certa quantia em ações. No primeiro mês, ela perdeu 30% do total do investimento e, no segundo mês, recuperou 20% do que havia perdido.

Depois desses dois meses, resolveu tirar o montante de R\$ 3.800,00 gerado pela aplicação.

A quantia inicial que essa pessoa aplicou em ações corresponde ao valor de:

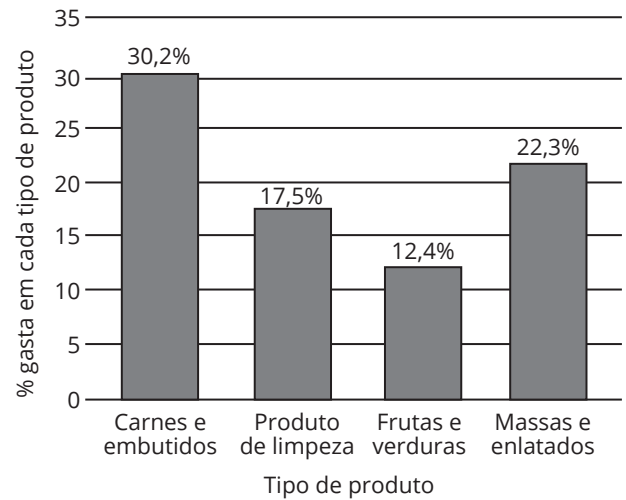
- a) R\$ 4.222,22
- b) R\$ 4.523,80
- c) R\$ 5.000,00
- d) R\$ 13.300,00
- e) R\$ 17.100,00

○ 8. (ENEM) Um grupo de pacientes com Hepatite C foi submetido a um tratamento tradicional em que 40% desses pacientes foram completamente curados. Os pacientes que não obtiveram cura foram distribuídos em dois grupos de mesma quantidade e submetidos a dois tratamentos inovadores. No primeiro tratamento inovador, 35% dos pacientes foram curados, e, no segundo, 45%.

Em relação aos pacientes submetidos inicialmente, os tratamentos inovadores proporcionaram cura de:

- a) 16%
- b) 24%
- c) 32%
- d) 48%
- e) 64%

○ 9. (ENEM) Uma dona de casa vai ao supermercado fazer a compra mensal. Ao concluir a compra, observa que ainda lhe restaram R\$ 88,00. Seus gastos foram distribuídos conforme mostra o gráfico. As porcentagens apresentadas no gráfico são referentes ao valor total, em reais, reservado para a compra mensal.



Qual o valor total, em reais, reservado por essa dona de casa para a compra mensal?

- a) 106,80
- b) 170,40
- c) 412,00
- d) 500,00
- e) 588,00

○ 10. (ENEM) O tipo mais comum de bebida encontrado nos supermercados não é o suco, mas o néctar de frutas. Os fabricantes de bebida só podem chamar de suco os produtos que tiverem pelo menos 50% de polpa, a parte comestível da fruta. Já o néctar de frutas é mais doce e tem entre 20% e 30% de polpa de frutas.

Superinteressante, São Paulo, ago. 2011.

Uma pessoa vai ao supermercado e compra uma caixa de 1 litro de bebida. Em casa, ela percebe que, na embalagem, está escrito "néctar de frutas com 30% de polpa". Se essa caixa fosse realmente de suco, necessitaria de um aumento percentual de polpa de, aproximadamente:

- a) 20%
- b) 67%
- c) 80%
- d) 167%
- e) 200%



○ 11. (ENEM) Em uma empresa de móveis, um cliente encomenda um guarda-roupa nas dimensões 220 cm de altura, 120 cm de largura e 50 cm de profundidade. Alguns dias depois, o projetista, com o desenho elaborado na escala 1 : 8, entra em contato com o cliente para fazer sua apresentação. No momento da impressão, o profissional percebe que o desenho não caberia na folha de papel que costumava usar. Para resolver o problema, configurou a impressora para que a figura fosse reduzida em 20%.

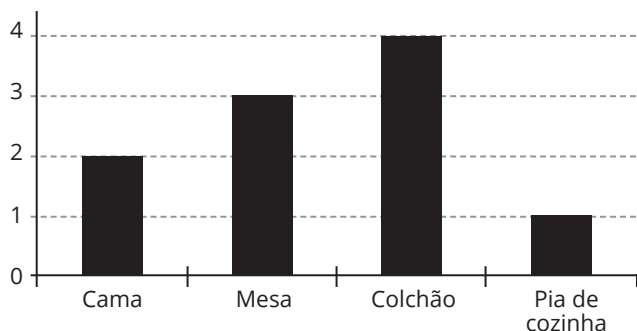
A altura, a largura e a profundidade do desenho impresso para a apresentação serão, respectivamente:

- a) 22,00 cm, 12,00 cm e 5,00 cm.
- b) 27,50 cm, 15,00 cm e 6,25 cm.
- c) 34,37 cm, 18,75 cm e 7,81 cm.
- d) 35,20 cm, 19,20 cm e 8,00 cm.
- e) 44,00 cm, 24,00 cm e 10,00 cm.

○ 12. (ENEM) Para atrair uma clientela, uma loja de móveis fez uma promoção oferecendo um desconto de 20% em alguns de seus produtos.

No gráfico, estão relacionadas as quantidades vendidas de cada um dos produtos, em um dia de promoção.

Quantidade vendida de cada produto



No quadro, constam os preços de cada produto vendido já com desconto de 20% oferecido pela loja.

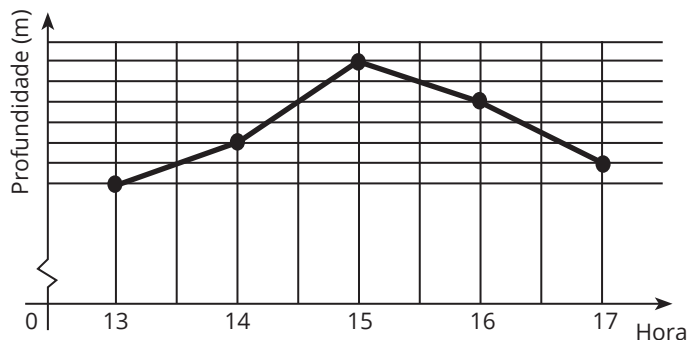
Móvel	Preço (R\$)
Cama	450,00
Mesa	300,00
Colchão	350,00
Pia de cozinha	400,00

Qual foi o valor total de desconto, em reais, concedido pela loja com a venda desses produtos durante esse dia de promoção?

- a) 300,00
- b) 375,00
- c) 720,00
- d) 900,00
- e) 1.125,00

○ 13. (ENEM) Num dia de tempestade, a alteração na profundidade de um rio, num determinado local, foi registrada durante um período de 4 horas. Os resultados estão indicados no gráfico de linhas. Nele, a profundidade h , registrada às 13 horas, não foi anotada e, a partir de h , cada unidade sobre o eixo vertical representa um metro.

Registro de profundidade



Foi informado que, entre 15 horas e 16 horas, a profundidade do rio diminuiu em 10%.

Às 16 horas, qual é a profundidade do rio, em metro, no local onde foram feitos os registros?

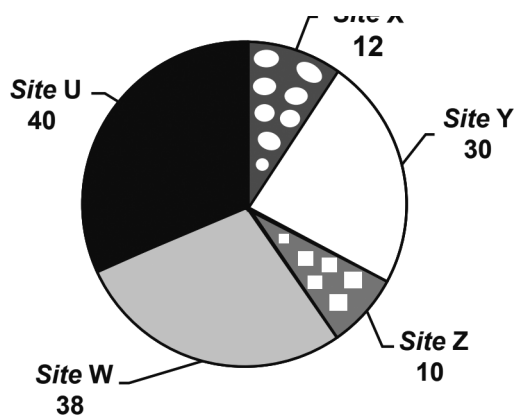
- a) 18
- b) 20
- c) 24
- d) 36
- e) 40

Anotações:

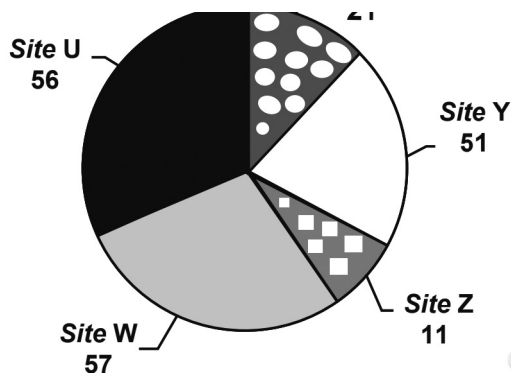


○ 14. (ENEM) Quanto tempo você fica conectado à internet? Para responder a essa pergunta, foi criado um miniaplicativo de computador, que roda na área de trabalho, para gerar automaticamente um gráfico de setores, mapeando o tempo que uma pessoa acessa cinco sites visitados. Em um computador, foi observado que houve um aumento significativo do tempo de acesso da sexta-feira para o sábado, nos cinco sites mais acessados. A seguir, temos os dados do miniaplicativo para esses dias.

Tempo de acesso na sexta-feira (minuto)



Tempo de acesso no sábado (minuto)

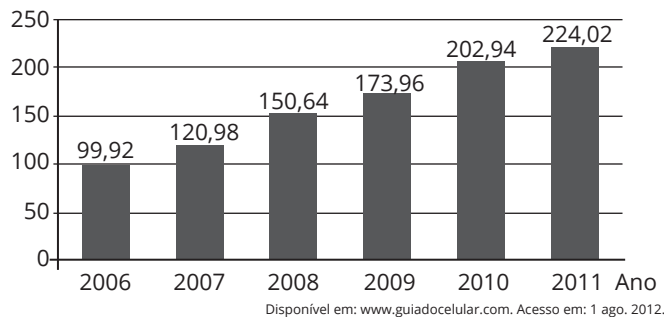


Analisando os gráficos do computador, a maior taxa de aumento no tempo de acesso, da sexta-feira para o sábado, foi no site:

- a) X
- b) Y
- c) Z
- d) W
- e) U

○ 15. (ENEM) O gráfico mostra a expansão da base de assinantes de telefonia celular no Brasil, em milhões de unidades, no período de 2006 a 2011.

Milhão



De acordo com o gráfico, a taxa de crescimento do número de aparelhos celulares no Brasil, de 2007 para 2011, foi de:

- a) 8,53%
- b) 85,17%
- c) 103,04%
- d) 185,17%
- e) 345,00%

○ 16. (ENEM) Em certa loja de roupas, o lucro na venda de uma camiseta é de 25% do preço de custo da camiseta pago pela loja. Já o lucro na venda de uma bermuda é de 30% do preço de custo da bermuda, e, na venda de uma calça, o lucro é de 20% sobre o preço de custo da calça. Um cliente comprou nessa loja duas camisetas, cujo preço de custo foi R\$ 40,00 cada uma, uma bermuda, que teve preço de custo de R\$ 60,00 e duas calças, ambas com mesmo preço de custo. Sabe-se que, com essa compra, o cliente proporcionou um lucro de R\$ 78,00 para a loja.

Considerando essas informações, qual foi o preço de custo, em real, pago por uma calça?

- a) 90
- b) 100
- c) 125
- d) 195
- e) 200

○ 17. (ENEM) Um médico faz o acompanhamento clínico de um grupo de pessoas que realizam atividades físicas diariamente. Ele observou que a perda média de massa dessas pessoas para cada hora de atividade física era de 1,5 kg. Sabendo que a massa de 1 L de água é de 1 kg, ele recomendou que ingerissem, ao longo das 3 horas seguintes ao final da atividade, uma quantidade total de água correspondente a 40% a mais do que a massa perdida na atividade física, para evitar desidratação.

Seguindo a recomendação médica, uma dessas pessoas ingeriu, certo dia, um total de 1,7 L de água após terminar seus exercícios físicos.

Para que a recomendação médica tenha efetivamente sido respeitada, a atividade física dessa pessoa, nesse dia, durou:

- a) 30 minutos ou menos.
- b) mais de 35 e menos de 45 minutos.
- c) mais de 45 e menos de 55 minutos.
- d) mais de 60 e menos de 70 minutos.
- e) 70 minutos ou mais.



○ 18. (ENEM) Para pintar um automóvel, cuja cor é personalizada, a oficina encarregada de fazer o serviço terá de, por meio de uma mistura adequada de tintas, compor tons de azul e de branco. O tom azul representa 40% dessa mistura. Sabe-se, ainda, que a oficina deverá adquirir somente a tinta de tom azul, pois já possui, em seus estoques, 6 litros da tinta de tom branco, que serão totalmente utilizados na referida composição.

A quantidade, em litros, de tom azul que a oficina deverá adquirir para compor essa mistura, sem que haja sobras, é:

- a) 2,4.
- b) 3,6.
- c) 4,0.
- d) 9,0.
- e) 10,0.

○ 19. (ENEM) Em janeiro de 2013, foram declaradas 1.794.272 admissões e 1.765.372 desligamentos no Brasil, ou seja, foram criadas 28.900 vagas de emprego, segundo dados do Cadastro Geral de Empregados e Desempregados (Caged), divulgados pelo Ministério do Trabalho e Emprego (MTE). Segundo o Caged, o número de vagas criadas em janeiro de 2013 sofreu uma queda de 75%, quando comparado com o mesmo período de 2012.

Disponível em: <http://portal.mte.gov.br>. Acesso em: 23 fev. 2013 (adaptado).

De acordo com as informações dadas, o número de vagas criadas em janeiro de 2012 foi:

- a) 16.514.
- b) 86.700.
- c) 115.600.
- d) 441.343.
- e) 448.568.

○ 20. (ENEM) Três sócios resolveram fundar uma fábrica. O investimento inicial foi de R\$ 1.000.000,00. E, independentemente do valor que cada um investiu nesse primeiro momento, resolveram considerar que cada um deles contribuiu com um terço do investimento inicial.

Algum tempo depois, um quarto sócio entrou para a sociedade, e os quatro, juntos, investiram mais R\$ 800.000,00 na fábrica. Cada um deles contribuiu com um quarto desse valor. Quando venderam a fábrica, nenhum outro investimento havia sido feito. Os sócios decidiram então dividir o montante de R\$ 1.800.000,00, obtido com a venda, de modo proporcional à quantia total investida por cada sócio.

Quais os valores mais próximos, em porcentagens, correspondentes às parcelas financeiras que cada um dos três sócios iniciais e o quarto sócio, respectivamente, receberam?

- a) 29,60 e 11,11.
- b) 28,70 e 13,89.
- c) 25,00 e 25,00.
- d) 18,52 e 11,11.
- e) 12,96 e 13,89.

○ 21. (ENEM) Uma concessionária de automóveis revende atualmente três marcas de veículos, A, B e C, que são responsáveis por 50%, 30% e 20%, respectivamente, de sua arrecadação. Atualmente, o faturamento médio mensal dessa empresa é de R\$ 150.000,00. A direção dessa empresa estima que, após uma campanha publicitária a ser realizada, ocorrerá uma elevação de 20%, 30% e 10% na arrecadação com as marcas A, B e C, respectivamente.

Se os resultados estimados na arrecadação forem alcançados, o faturamento médio mensal da empresa passará a ser de:

- a) R\$ 180.000,00
- b) R\$ 181.500,00
- c) R\$ 187.500,00
- d) R\$ 240.000,00
- e) R\$ 257.400,00

○ 22. (ENEM) O colesterol total de uma pessoa é obtido pela soma da taxa do seu "colesterol bom" com a taxa do seu "colesterol ruim". Os exames periódicos, realizados em um paciente adulto, apresentaram taxa normal de "colesterol bom", porém, taxa do "colesterol ruim" (também chamado LDL) de 280 mg/dℓ.

O quadro apresenta uma classificação de acordo com as taxas LDL em adultos.

Taxa de LDL (mg/dℓ)	
Ótima	Menor do que 100
Próxima de ótima	De 100 a 129
Limite	De 130 a 159
Alta	De 160 a 189
Muito alta	Mais de 190

Disponível em: www.minhavidade.com.br. Acesso em: 15 out 2015 (adaptado).

O paciente, seguindo as recomendações médicas sobre estilo de vida e alimentação, realizou o exame logo após o primeiro mês, e a taxa de LDL reduziu 25%. No mês seguinte, realizou novo exame e constatou uma redução de mais 20% na taxa de LDL.

De acordo com o resultado do segundo exame, a classificação da taxa de LDL do paciente é:

- a) ótima.
- b) próxima de ótima.
- c) limite.
- d) alta.
- e) muito alta.



○ **23. (ENEM)** O setor de recursos humanos de uma empresa pretende fazer contratações para adequar-se ao artigo 93 da Lei nº 8.213/91, que dispõe:

Art. 93. A empresa com 100 (cem) ou mais empregados está obrigada a preencher de 2% (dois por cento) a 5% (cinco por cento) dos seus cargos com beneficiários reabilitados ou pessoas com deficiência, habilitadas, na seguinte proporção:

- I. até 200 empregados..... 2%;
- II. de 201 a 500 empregados..... 3%;
- III. de 501 a 1.000 empregados..... 4%;
- IV. de 1.001 em diante..... 5%.

Disponível em: www.planalto.gov.br. Acesso em: 3 fev. 2015.

Constatou-se que a empresa possui 1.200 funcionários, dos quais 10 são reabilitados ou com deficiência, habilitados.

Para adequar-se à referida lei, a empresa contratará apenas empregados que atendem ao perfil indicado no artigo 93.

O número mínimo de empregados reabilitados ou com deficiência, habilitados, que deverá ser contratado pela empresa é:

- a) 74
- b) 70
- c) 64
- d) 60
- e) 53



○ **24. (ENEM)** A mensagem digitada no celular, enquanto você dirige, tira a sua atenção e, por isso, deve ser evitada. Pesquisas mostram que um motorista que dirige um carro a uma velocidade constante percorre “às cegas” (isto é, sem ter visão da pista) uma distância proporcional ao tempo gasto ao olhar para o celular durante a digitação da mensagem. Considere que isso de fato aconteça. Suponha que dois motoristas (X e Y) dirigem com a mesma velocidade constante e digitam a mesma mensagem em seus celulares. Suponha, ainda, que o tempo gasto pelo motorista X olhando para seu celular enquanto digita a mensagem corresponde a 25% do tempo gasto pelo motorista Y para executar a mesma tarefa.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 21 jul. 2012 (adaptado).

A razão entre as distâncias percorridas às cegas por X e Y, nessa ordem, é igual a:

- a) $\frac{5}{4}$
- b) $\frac{1}{4}$
- c) $\frac{4}{3}$
- d) $\frac{4}{1}$
- e) $\frac{3}{4}$

○ **25. (ENEM)** A baixa procura por carne bovina e o aumento de oferta de animais para abate fizeram com que o preço da arroba do boi apresentasse queda para o consumidor. No ano de 2012, o preço da arroba do boi caiu de R\$ 100,00 para R\$ 93,00.

Disponível em: www.diariodemarilia.com.br. Acesso em: 14 ago. 2012

Com o mesmo valor destinado à aquisição de carne, em termos de perda ou ganho, o consumidor:

- a) ganhou 6,5% em poder aquisitivo de carne.
- b) ganhou 7% em poder aquisitivo de carne.
- c) ganhou 7,5% em poder aquisitivo de carne.
- d) perdeu 7% em poder aquisitivo de carne.
- e) perdeu 7,5% em poder aquisitivo de carne.



○ **26. (ENEM)** O quadro representa os gastos mensais, em real, de uma família com internet, mensalidade escolar e mesada do filho.

Internet	Mensalidade escolar	Mesada do filho
120	700	400

No início do ano, a internet e a mensalidade escolar tiveram acréscimos, respectivamente, de 20% e 10%. Necessitando manter o valor da despesa mensal total com os itens citados, a família reduzirá a mesada do filho.

Qual será a porcentagem da redução da mesada?

- a) 15,0
- b) 23,5
- c) 30,0
- d) 70,0
- e) 76,5



○ **27. (ENEM)** Em uma loja, o preço promocional de uma geladeira é de R\$ 1 000,00 para pagamento somente em dinheiro. Seu preço normal, fora da promoção, é 10% maior. Para pagamento feito com o cartão de crédito da loja, é dado um desconto de 2% sobre o preço normal.

Uma cliente decidiu comprar essa geladeira, optando pelo pagamento com o cartão de crédito da loja. Ela calculou que o valor a ser pago seria o preço promocional acrescido de 8%. Ao ser informada pela loja do valor a pagar, segundo sua opção, percebeu uma diferença entre seu cálculo e o valor que lhe foi apresentado.

O valor apresentado pela loja, comparado ao valor calculado pela cliente, foi:

- a) R\$ 2,00 menor.
- b) R\$ 100,00 menor.
- c) R\$ 200,00 menor.
- d) R\$ 42,00 maior.
- e) R\$ 80,00 maior.



○ **28. (ENEM)** O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), criado para medir a qualidade do aprendizado do ensino básico no Brasil, é calculado a cada dois anos. No seu cálculo são combinados dois indicadores: o aprendizado e o fluxo escolar, obtidos a partir do Censo Escolar e das avaliações oficiais promovidas pelo Inep.

O Ideb de uma escola numa dada série escolar pode ser calculado pela expressão

$$\text{Ideb} = N \times P,$$

em que N é a média da proficiência em língua portuguesa e matemática, obtida a partir do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), e variando de 0 a 10. O indicador P, que varia de 0 a 1, por sua vez, refere-se ao fluxo escolar, pois considera as taxas de aprovação e reprovação da instituição, sendo calculado por

$$P = \frac{1}{T},$$

em que T é o tempo médio de permanência dos alunos na série.

Disponível em: www.inep.gov.br. Acesso em: 2 ago. 2012.

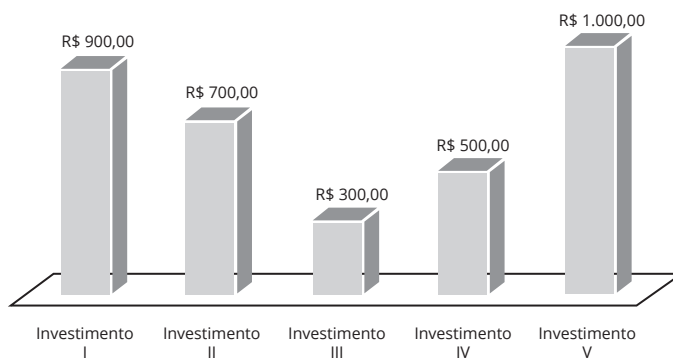
Uma escola apresentou no 9º ano do ensino fundamental, em 2017, um Ideb diferente daquele que havia apresentado nessa mesma série em 2015, pois o tempo médio de permanência dos alunos no 9º ano diminuiu 2%, enquanto a média de proficiência em língua portuguesa e matemática, nessa série, aumentou em 2%.

Dessa forma, o Ideb do 9º ano do ensino fundamental dessa escola em 2017, em relação ao calculado em 2015:

- permaneceu inalterado, pois o aumento e a diminuição de 2% nos dois parâmetros anulam-se.
- aumentou em 4%, pois o aumento de 2% na média da proficiência soma-se à diminuição de 2% no tempo médio de permanência dos alunos na série.
- diminuiu em 4,04%, pois tanto o decréscimo do tempo médio de permanência dos alunos na série em 2% quanto o crescimento da média da proficiência em 2% implicam dois decréscimos consecutivos de 2% no valor do ideb.
- aumentou em 4,04%, pois tanto o decréscimo do tempo médio de permanência dos alunos na série em 2% quanto o crescimento da média da proficiência em 2% implicam dois acréscimos consecutivos de 2% no valor do ideb.
- aumentou em 4,08%, pois houve um acréscimo de 2% num parâmetro que é diretamente proporcional e um decréscimo de 2% num parâmetro que é inversamente proporcional ao ideb.

○ **29. (ENEM)** Um investidor pretende aplicar R\$ 100.000,00 no mercado financeiro. Para isso pesquisou cinco investimentos distintos, aferindo os rendimentos mensais, em real, de cada um deles. Para decidir em qual aplicar seu dinheiro, considerou também a incidência mensal de Imposto de Renda (IR) sobre o respectivo rendimento. Avaliou que o maior retorno financeiro virá da aplicação em um único investimento: aquele em que a diferença entre o rendimento mensal e o imposto que incidir sobre ele seja a maior possível. Os dados levantados pelo investidor sobre rendimento e imposto referentes à aplicação encontram-se a seguir.

Rendimento de cada investimento por mês



Investimento	Incidência de IR sobre o rendimento (por mês)
I	12%
II	9%
III	20%
IV	10%
V	22%

O investidor decidiu fazer a aplicação no investimento:

- I.
- II.
- III.
- IV.
- V.

Anotações:



○ 30. (ENEM) A gerência de uma loja de eletrônicos organizou em um quadro os dados de venda (quantidade e preço unitário) de celulares, impressoras e notebooks de um ano.

Produto	Quantidade	Preço unitário (R\$)
Celular	300	300
Impressão	300	200
Notebook	200	900

Para o ano seguinte, deseja arrecadar 10% a mais do que foi arrecadado naquele ano anterior, vendendo as mesmas quantidades de cada um desses três produtos, mas reajustando apenas o preço do notebook.

O preço de venda a ser estabelecido para um notebook, para o ano seguinte, em real, deverá ser igual a:

- a) 975,00.
- b) 990,00.
- c) 1.040,00.
- d) 1.065,00.
- e) 1.540,00.

○ 31. (ENEM) Um atleta produz sua própria refeição com custo fixo de R\$ 10,00. Ela é composta por 400g de frango, 600g de batata-doce e uma hortaliça. Atualmente, os preços dos produtos para essa refeição são:

Refeição	Frango (kg)	Batata-doce (kg)	Hortaliças (unidade)
	R\$ 12,50	R\$ 5,00	R\$ 2,00

Em relação a esses preços, haverá um aumento de 50% no preço do quilograma de batata-doce, e os outros preços não serão alterados. O atleta deseja manter o custo da refeição, a quantidade de batata-doce e a hortaliça. Portanto, terá que reduzir a quantidade de frango.

Qual deve ser a redução percentual da quantidade de frango para que o atleta alcance seu objetivo?

- a) 12,5
- b) 28,0
- c) 30,0
- d) 50,0
- e) 70,0

○ 32. (ENEM) Um ciclista amador de 61 anos de idade utilizou um monitor cardíaco para medir suas frequências cardíacas em quatro diferentes tipos de trechos do percurso. Os resultados das frequências cardíacas máximas alcançadas nesses trechos foram:

Trechos de percurso	Frequências cardíacas máximas (bpm)
Leve no plano	90
Forte no plano	120
Subida moderada	130
Subida forte	140

Sabe-se que a faixa aeróbica ideal para o ganho de condicionamento físico é entre 65% e 85% da frequência cardíaca máxima (F_c máx), que, por sua vez, é determinada pela fórmula:

$$F_c \text{ máx.} = 220 - \text{idades,}$$

em que a idade é dada em ano e F_c máx. é dada em bpm (batimento por minuto).

Os trechos do percurso nos quais esse ciclista se mantém dentro de sua faixa aeróbica ideal, para o ganho de condicionamento físico, são:

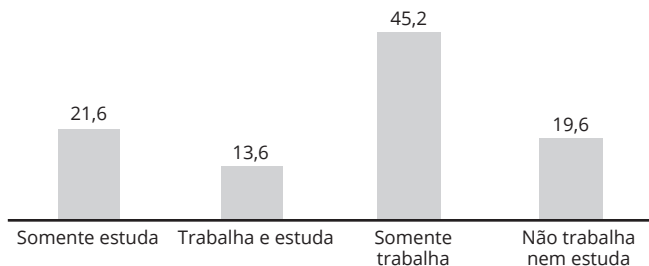
- a) leve no plano, forte no plano, subida moderada e subida forte.
- b) leve no plano, forte no plano e subida moderada.
- c) forte no plano, subida moderada e subida forte.
- d) forte no plano e subida moderada.
- e) leve no plano e subida forte.

Anotações:



○ **33. (ENEM)** A Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (Pnad) é uma pesquisa feita anualmente pelo IBGE, exceto nos anos em que há Censo. Em um ano, foram entrevistados 363 mil jovens para fazer um levantamento sobre suas atividades profissionais e/ou acadêmicas. Os resultados da pesquisa estão indicados no gráfico.

Jovens em atividade entre 15 e 29 anos (%)



Disponível em: <http://noticias.uol.com.br>. Acesso em: 20 ago. 2014.

De acordo com as informações dadas, o número de jovens entrevistados que trabalha é:

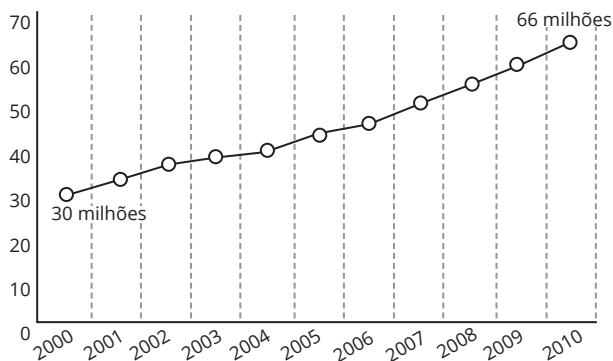
- a) 114.708.
- b) 164.076.
- c) 213.444.
- d) 284.592.
- e) 291.582.

○ **34. (ENEM)** Uma editora pretende fazer uma reimpressão de um de seus livros. A direção da editora sabe que o gasto com papel representa 60% do custo de reimpressão, e que as despesas com a gráfica representam os 40% restantes. Dentro da programação da editora, no momento em que ela realizar a reimpressão, o preço do papel e os custos com a gráfica terão sofrido reajustes de 25,9% e 32,5%, respectivamente. O custo para a reimpressão de cada livro, nos preços atuais, é de R\$ 100,00.

Qual será o custo, em real, para a reimpressão de cada livro com os reajustes estimados de custo de papel e despesas com a gráfica?

- a) 128,54
- b) 129,20
- c) 129,86
- d) 158,40
- e) 166,82

○ **35. (ENEM)** Nos últimos anos, a frota de veículos no Brasil tem crescido de forma acentuada. Observando o gráfico, é possível verificar a variação do número de veículos (carros, motocicletas e caminhões), no período de 2000 a 2010. Projeta-se que a taxa de crescimento relativo no período de 2000 a 2010 mantenha-se para a década seguinte.



Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 27 fev. 2012 (adaptado).

Qual será o número de veículos no ano de 2020?

- a) 79,2 milhões
- b) 102,0 milhões
- c) 132,0 milhões
- d) 138,0 milhões
- e) 145,2 milhões

○ **36. (ENEM)** A cada bimestre, a diretora de uma escola compra uma quantidade de folhas de papel ofício proporcional ao número de alunos matriculados. No bimestre passado, ela comprou 6 000 folhas para serem utilizadas pelos 1 200 alunos matriculados. Neste bimestre, alguns alunos cancelaram suas matrículas e a escola tem, agora, 1 150 alunos. A diretora só pode gastar R\$ 220,00 nessa compra, e sabe que o fornecedor da escola vende as folhas de papel ofício em embalagens de 100 unidades a R\$ 4,00 a embalagem. Assim, será preciso convencer o fornecedor a dar um desconto à escola, de modo que seja possível comprar a quantidade total de papel ofício necessária para o bimestre.

O desconto necessário no preço final da compra, em porcentagem, pertence ao intervalo:

- a) (5,0 ; 5,5)
- b) (8,0 ; 8,5)
- c) (11,5 ; 12,5)
- d) (19,5 ; 20,5)
- e) (3,5 ; 4,0)

○ **37. (ENEM)** Em janeiro do ano passado, a direção de uma fábrica abriu uma creche para os filhos de seus funcionários, com 10 salas, cada uma com capacidade para atender 10 crianças a cada ano. As vagas são sorteadas entre os filhos dos funcionários inscritos, enquanto os não contemplados pelo sorteio formam uma lista de espera. No ano passado, a lista de espera teve 400 nomes e, neste ano, esse número cresceu 10%.

A direção da fábrica realizou uma pesquisa e constatou que a lista de espera para o próximo ano terá a mesma quantidade de nomes da lista de espera deste ano. Decidiu, então, construir, ao longo desse ano, novas salas para a creche, também com capacidade de atendimento para 10 crianças cada, de modo que o número de nomes na lista de espera no próximo ano seja 25% menor que o deste ano.

O número mínimo de salas que deverão ser construídas é

- a) 10
- b) 11
- c) 13
- d) 30
- e) 33



○ **38. (ENEM)** Um pescador tem um custo fixo diário de R\$ 900,00 com combustível, iscas, manutenção de seu barco e outras pequenas despesas. Ele vende cada quilograma de peixe por R\$ 5,00. Sua meta é obter um lucro mínimo de R\$ 800,00 por dia. Sozinho, ele consegue, ao final de um dia de trabalho, pescar 180 kg de peixe, o que é suficiente apenas para cobrir o custo fixo diário. Portanto, precisa contratar ajudantes, pagando para cada um R\$ 250,00 por dia de trabalho. Além desse valor, 4% da receita obtida pela venda de peixe é repartida igualmente entre os ajudantes. Considerando o tamanho de seu barco, ele pode contratar até 5 ajudantes. Ele sabe que com um ajudante a pesca diária é de 300 kg e que, a partir do segundo ajudante contratado, aumenta-se em 100 kg a quantidade de peixe pescada por ajudante em um dia de trabalho.

A quantidade mínima de ajudantes que esse pescador precisa contratar para conseguir o lucro diário pretendido é

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

○ **39. (ENEM)** Para realizar um voo entre duas cidades que distam 2.000 km uma da outra, uma companhia aérea utilizava um modelo de aeronave A, capaz de transportar até 200 passageiros. Quando urna dessas aeronaves está lotada de passageiros, o consumo de combustível é de 0,02 litro por quilômetro e por passageiro. Essa companhia resolveu trocar o modelo de aeronave A pelo modelo de aeronave B, que é capaz de transportar 10% de passageiros a mais do que o modelo A, mas consumindo 10% menos combustível por quilômetro e por passageiro. A quantidade de combustível consumida pelo modelo de aeronave B, em relação à do modelo de aeronave A, em um voo lotado entre as duas cidades, é

- a) 10% menor
- b) 1% menor
- c) igual
- d) 1% maior
- e) 11% maior

○ **40. (ENEM)** Uma organização não governamental divulgou um levantamento de dados realizado em algumas cidades brasileiras sobre saneamento básico. Os resultados indicam que somente 36% do esgoto gerado nessas cidades é tratado, o que mostra que 8 bilhões de litros de esgoto sem nenhum tratamento são lançados todos os dias nas águas. Uma campanha para melhorar o saneamento básico nessas cidades tem como meta a redução da quantidade de esgoto lançado nas águas diariamente, sem tratamento, para 4 bilhões de litros nos próximos meses. Se o volume de esgoto gerado permanecer o mesmo e a meta dessa campanha se concretizar, o percentual de esgoto tratado passará a ser

- a) 72%
- b) 68%
- c) 64%
- d) 54%
- e) 18%

○ **41. (ENEM)** O gerente do setor de recursos humanos de uma empresa está organizando uma avaliação em que uma das etapas é um jogo de perguntas e respostas. Para essa etapa, ele classificou as perguntas, pelo nível de dificuldade, em fácil, médio e difícil, e escreveu cada pergunta em cartões para colocação em uma urna. Contudo, após depositar vinte perguntas de diferentes níveis na urna, ele observou que 25% deles eram de nível fácil. Querendo que as perguntas de nível fácil sejam a maioria, o gerente decidiu acrescentar mais perguntas de nível fácil à urna, de modo que a probabilidade de o primeiro participante retirar, aleatoriamente, uma pergunta de nível fácil seja de 75%. Com essas informações, a quantidade de perguntas de nível fácil que o gerente deve acrescentar à urna é igual a

- a) 10
- b) 15
- c) 35
- d) 40
- e) 45

○ **42. (ENEM)** Os vidros para veículos produzidos por certo fabricante têm transparências entre 70% e 90% dependendo do lote fabricado. Isso significa que, quando um feixe luminoso incide no vidro, uma parte entre 70% e 90% da luz consegue atravessá-lo. Os veículos equipados com vidros desse fabricante terão instaladas, nos vidros das portas, películas protetoras cuja transparência, dependendo do lote fabricado, estará entre 50% e 70%. Considere que uma porcentagem P da intensidade da luz, proveniente de uma fonte externa, atravessa o vidro e a película. De acordo com as informações, o intervalo das porcentagens que representam a variação total possível de P é

- a) [35;63]
- b) [40;63]
- c) [50;70]
- d) [50;90]
- e) [70;90]

○ **43. (ENEM)** Uma pessoa comercializa picolés. No segundo dia de certo evento ela comprou 4 caixas de picolés, pagando R\$ 16,00 a caixa com 20 picolés para revendê-los no evento. No dia anterior, ela havia comprado a mesma quantidade de picolés, pagando a mesma quantia, e obtendo um lucro de R\$ 40,00 (obtido exclusivamente pela diferença entre o valor de venda e o de compra dos picolés) com a venda de todos os picolés que possuía. Pesquisando o perfil do público que estará presente no evento, a pessoa avalia que será possível obter um lucro 20% maior do que o obtido com a venda no primeiro dia do evento. Para atingir seu objetivo, e supondo que todos os picolés disponíveis foram vendidos no segundo dia, o valor de venda de cada picolé, no segundo dia, deve ser

- a) R\$ 0,96
- b) R\$ 1,00
- c) R\$ 1,40
- d) R\$ 1,50
- e) R\$ 1,56



○ **44. (ENEM)** Devido ao não cumprimento das metas definidas para a campanha de vacinação contra a gripe comum e o vírus H1N1 em um ano, o Ministério da Saúde anunciou a prorrogação da campanha por mais uma semana. A tabela apresenta as quantidades de pessoas vacinadas dentre os cinco grupos de risco até a data de início da prorrogação da campanha.

Grupo de risco	População (milhão)	População já vacinada	
		(milhão)	%
Crianças	4,5	0,9	20
Profissionais de saúde	2,0	1,0	50
Gestantes	2,5	1,5	60
Indígenas	0,5	0,4	80
Idosos	20,5	8,2	40

Qual é a porcentagem do total de pessoas desses grupos de risco já vacinadas?

- a) 12
- b) 18
- c) 30
- d) 40
- e) 50

45. (ENEM) Uma pessoa, que perdeu um objeto pessoal quando visitou uma cidade, pretende divulgar nos meios de comunicação informações a respeito da perda desse objeto e de seu contato para eventual devolução. No entanto, ela lembra que, de acordo com o Art. 1.234 do Código Civil, poderá ter que pagar pelas despesas do transporte desse objeto até sua cidade e poderá ter que recompensar a pessoa que lhe restituir o objeto em, pelo menos, 5% do valor do objeto. Ela sabe que o custo com transporte será de um quinto do valor atual do objeto e, como ela tem muito interesse em reavê-lo, pretende ofertar o maior percentual possível de recompensa, desde que o gasto total com as despesas não ultrapasse o valor atual do objeto. Nessas condições, o percentual sobre o valor do objeto, dado como recompensa, que ela deverá ofertar é igual a

- a) 20%
- b) 25%
- c) 40%
- d) 60%
- e) 80%

Anotações:

○ **46. (ENEM)** Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros, no ano 2000, era de R\$ 1.250,00. Já o Censo 2010 mostrou que, em 2010, esse valor teve um aumento de 7,2% em relação a 2000. Esse mesmo instituto projeta que, em 2020, o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros poderá ser 10% maior do que foi em 2010.

IBGE. Censo 2010. Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 13 ago. 2012 (adaptado).

Supondo que as projeções do IBGE se realizem, o rendimento médio mensal dos brasileiros em 2020 será de

- a) R\$ 1.340,00
- b) R\$ 1.349,00
- c) R\$ 1.375,00
- d) R\$ 1.465,00
- e) R\$ 1.474,00

○ **47. (ENEM)** O rótulo da embalagem de um cosmético informa que a dissolução de seu conteúdo, de acordo com suas especificações, rende 2,7 litros desse produto pronto para o uso. Uma pessoa será submetida a um tratamento estético em que deverá tomar um banho de imersão com esse produto numa banheira com capacidade de $0,3\text{m}^3$. Para evitar o transbordamento, essa banheira será preenchida em 80% de sua capacidade. Para esse banho, o número mínimo de embalagens desse cosmético é

- a) 9
- b) 12
- c) 89
- d) 122
- e) 134

○ **48. (ENEM)** Após consulta médica, um paciente deve seguir um tratamento composto por três medicamentos: X, Y e Z. O paciente, para adquirir os três medicamentos, faz um orçamento em três farmácias diferentes, conforme o quadro.

	X	Y	Z
Farmácia 1	R\$ 45,00	R\$ 40,00	R\$ 50,00
Farmácia 2	R\$ 50,00	R\$ 50,00	R\$ 40,00
Farmácia 3	R\$ 65,00	R\$ 45,00	R\$ 35,00

Dessas farmácias, algumas oferecem descontos:

- na compra dos medicamentos X e Y na Farmácia 2, recebe-se um desconto de 20% em ambos os produtos, independentemente da compra do medicamento Z, e não há desconto para o medicamento Z;

- na compra dos 3 medicamentos na Farmácia 3, recebe-se 20% de desconto no valor total da compra.

O paciente deseja efetuar a compra de modo a minimizar sua despesa com os medicamentos. De acordo com as informações fornecidas, o paciente deve comprar os medicamentos da seguinte forma:

- a) X, Y e Z na Farmácia 1
- b) X e Y na Farmácia 1 e Z na Farmácia 3
- c) X e Y na Farmácia 2 e Z na Farmácia 3
- d) X na Farmácia 2, Y e Z na Farmácia 3
- e) X, Y e Z na Farmácia 3



○ 49. (UFSM) A internet tem-se tornado mundialmente um instrumento eficaz de informação do homem moderno. Utilizando a internet, pode-se conhecer a cultura de um povo, olhar museus, fazer pesquisas sobre artes, ciências, política, etc.

A figura a seguir, publicada na revista *Veja* em 17/12/2008, mostra como são feitas as buscas na internet.



De acordo com os dados da figura, o número total de buscas na internet, feitas mensalmente, é, em bilhões, aproximadamente igual a

- a) 50.
- b) 60,50.
- c) 83,33.
- d) 100.
- e) 100,66.

○ 50. (UFSM) Uma televisão custava R\$ 1.000,00 em janeiro. No início de fevereiro, seu preço aumentou em 10%. No início de março, durante uma liquidação, ela foi vendida com 10% de desconto. Em relação ao preço de janeiro, no valor da venda,

- a) houve lucro de R\$ 10,00.
- b) houve lucro de R\$ 8,00.
- c) não houve lucro, nem prejuízo.
- d) houve prejuízo de R\$ 8,00.
- e) houve prejuízo de R\$ 10,00.

○ 51. (UFSM) Em certa eleição municipal, numa pequena cidade do interior, foram divulgados os seguintes resultados:

Candidato	Porcentagem do total de votos	Número de votos
José	37%	
João	28%	
Joaquim	23%	
Nulos ou em branco		1.680

Com esses dados, você pode afirmar que a diferença de votos entre José e João é igual a

- a) 1.280
- b) 1.260
- c) 1.250
- d) 1.240
- e) 1.230

Para responder às questões de números 52 e 53, leia o texto a seguir.

Hipátia de Alexandria, nascida em 370 d.c., é a primeira matemática reconhecida pela história e, dentre suas principais contribuições, está a criação do hidrômetro, embora o hidrômetro moderno só tenha sido desenvolvido no século XIX. A sua utilização permitiu o uso mais consciente da água, pois cada família vai pagar exatamente pelo que consumiu.

Atualmente, o valor da conta de água é composto pela soma de duas tarifas: de água e de coleta de esgoto. O valor da coleta de esgoto corresponde a 80% do valor consumido de água. Já o valor do consumo de água é estabelecido progressivamente, de acordo com a tabela a seguir.

Faixa de consumo (m ³)	Tarifa básica (R\$)	Valor por m ³ (R\$)
0 a 10	24,80	-
10 a 20	24,80	3,10
20 a 30	55,80	4,00
30 a 50	95,80	5,40
50 a 100	203,80	7,50

○ 52. (UFSM) Para cada faixa de consumo, o valor referente ao consumo de água é dado pela tarifa básica, acrescido do valor referente à quantidade gasta acima do mínimo, multiplicado pelo valor do metro cúbico correspondente.

Supondo que, em janeiro de 2023, uma família consumiu 40 m³ de água, qual será o valor total da conta do mês, considerando também a tarifa de coleta de esgoto?

- a) R\$ 119,84
- b) R\$ 135,80
- c) R\$ 149,80
- d) R\$ 244,44
- e) R\$ 269,64

○ 53. (UFSM) Quando o consumidor atrasa o pagamento, a companhia de água cobra juros para compensar o atraso. Esses juros são calculados da seguinte forma: multa de 2% sobre o valor total da conta, acrescido de juros simples de 1% ao mês, calculados proporcionalmente aos dias em atraso, não podendo incidir sobre o valor da multa.

Se a mesma família da questão anterior atrasou o pagamento da conta de água de janeiro de 2023 em um mês, qual foi o valor pago?

- a) R\$ 123,44
- b) R\$ 154,29
- c) R\$ 154,32
- d) R\$ 277,73
- e) R\$ 277,78

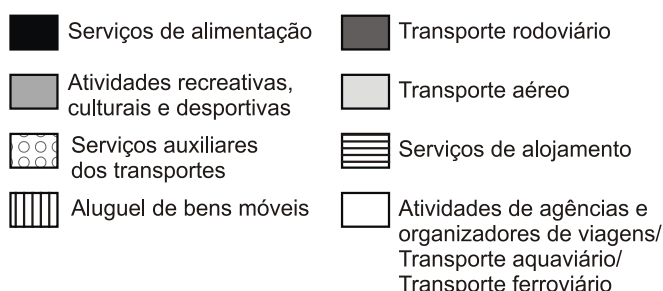
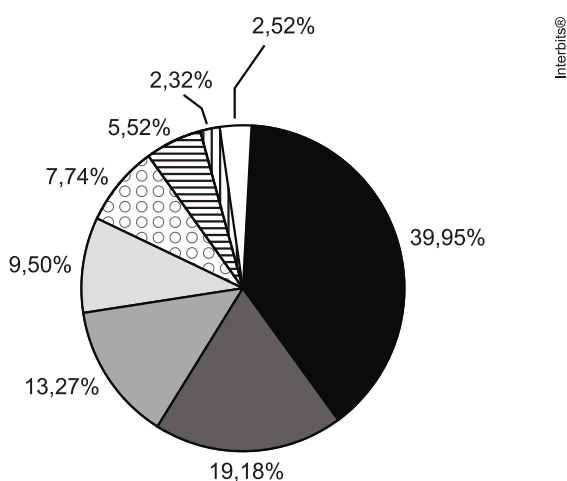
○ **54. (UFSM)** O A safra nacional de grãos atingirá 192,3 milhões de toneladas neste ano, um crescimento de 2,2% em relação a 2013, quando foi de, aproximadamente, 188,1 milhões de toneladas. As estimativas são do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e foram divulgadas na terça-feira, 10 de julho. O destaque na produção será a região Centro-Oeste responsável por 42% da produção nacional, seguida pela região Sul com 38% do total.

Disponível em: <<http://www.agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2014-06/ibge-safra-sera-22-maior-que-em-2013-ndo-192-milhoes-de-toneladas>>. Acesso em: 10 set. 2014. (adaptado)

Qual será, aproximadamente, a quantidade, em milhões de toneladas, da produção da região Centro-Oeste em 2014?

- a) 153,84
- b) 150,48
- c) 80,80
- d) 79,00
- e) 73,10

○ **55. (UFSM)** O gráfico a seguir mostra a distribuição percentual do valor da produção gerada pelas Atividades Características do Turismo no Brasil por atividade, em 2007



Fonte: Disponível em <<http://www.ibge.gov.br>>. Acesso em: 15 jun, 2012. (adaptado)

Sabe-se que, em 2007, as Atividades Características do Turismo geraram uma produção de 168,8 bilhões de reais. Qual é, aproximadamente, em bilhões de reais, a produção gerada pelas Atividades recreativas, culturais e desportivas?

- a) 13,1
- b) 16,0
- c) 22,4
- d) 33,4
- e) 67,4

○ **56. (UFSM)** O Considerando, ainda, as cópias da Venus de Milo, sabe-se que a empresa produtora dessas cópias recolhe, em imposto e royalties, 25% sobre o valor de cada cópia comercializada. Uma cópia da Vênus de Milo tem custo de produção de R\$ 360,00 e é comercializada por R\$ 600,00. Qual é o percentual do lucro referente ao valor de comercialização dessa cópia?

- a) 50%
- b) 33%
- c) 25%
- d) 15%
- e) 12,5%

○ **57. (UFRGS)** A tabela abaixo apresenta os valores da dívida externa brasileira e a razão entre essa dívida e o PIB (Produto Interno Bruto).

	Em 2002	Em 2005
Dívida externa	160 bilhões de dólares	130 bilhões de dólares
Dívida externa/PIB	31,9%	20%

Dados publicados em Veja, 3 ago. 2005.

De acordo com esses dados, é possível concluir que o PIB:

- a) decresceu mais de 12%.
- b) decresceu menos de 12%.
- c) não se alterou.
- d) cresceu menos de 30%.
- e) cresceu mais de 30%.

○ **58. (UFRGS)** O Estado Nacional de Pequim, construído para a realização dos Jogos Olímpicos de 2008, teve um custo de 500 milhões de dólares, o que representa 1,25% do investimento total feito pelo país anfitrião para as Olimpíadas de 2008. Portanto, o investimento total da China foi, em dólares, de

- a) $4 \cdot 10^6$
- b) $4 \cdot 10^7$
- c) $4 \cdot 10^8$
- d) $4 \cdot 10^9$
- e) $4 \cdot 10^{10}$



○ 59. (UFRGS) O preço de venda de um bem de consumo é de R\$ 100,00. O comerciante tem um ganho de 25% sobre o preço de custo desse bem. O valor do preço de custo é

- a) R\$ 25,00
- b) R\$ 70,00
- c) R\$ 75,00
- d) R\$ 80,00
- e) R\$ 125,00

○ 60. (UFRGS) Supondo-se que o número de vagas de um curso em um concurso vestibular aumentou 25% e que o número de candidatas aumentou 35%, o número de candidatas por vaga para esse curso aumentou

- a) 8%
- b) 9%
- c) 10%
- d) 11%
- e) 12%

○ 61. (UFRGS) A massa das medalhas olímpicas de Londres 2012 está entre 375 g e 400 g. Uma medalha de ouro contém 92,5% de prata e 1,34% de ouro, com o restante em cobre. Nessa olimpíada, os Estados Unidos ganharam 46 medalhas de ouro. Supondo que todas as medalhas de ouro obtidas pelos atletas estadunidenses tinham a massa máxima, a quantidade de ouro que esses atletas ganharam em conjunto

- a) é menor do que 0,3 kg.
- b) está entre 0,3 kg e 0,5 kg.
- c) está entre 0,5 kg e 1 kg.
- d) está entre 1 kg e 2 kg.
- e) é maior do que 2 kg.

○ 62. (UFRGS) Na compra de três unidades idênticas de uma mesma mercadoria, o vendedor oferece um desconto de 10% no preço da segunda unidade e um desconto de 20% no preço da terceira unidade. A primeira unidade não tem desconto. Comprando três unidades dessa mercadoria, o desconto total é

- a) 8%.
- b) 10%.
- c) 22%.
- d) 30%.
- e) 32%.

○ 63. (UFRGS) No ano de 2000, para ir da cidade A até a cidade B, um carro levava 6,5h. Em 2008, era possível fazer esse trajeto de carro em um tempo 10% menor. Hoje, é possível fazer esse percurso, também de carro, em um tempo 10% menor do que no ano de 2008. Entre as alternativas abaixo, a melhor aproximação para o tempo que hoje se leva para ir da cidade A até a cidade B é

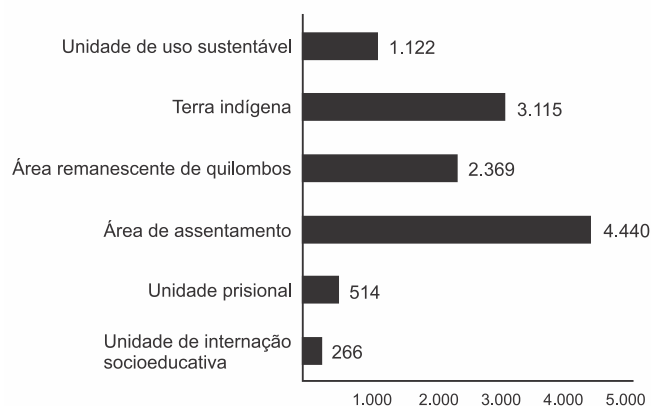
- a) 5h 10min
- b) 5h 16min
- c) 5h 49min
- d) 6h 15min
- e) 6h 20min

○ 64. (UFRGS) Segundo dados da Organização das Nações Unidas para Alimentação e Agricultura, o número de subnutridos no mundo está em declínio. No ano de 2012, o número de subnutridos foi estimado em 842 milhões de pessoas; em 1992, esse número era de 1,03 bilhão de pessoas. Percentualmente, o declínio de subnutridos de 2012, em relação a 1992, está entre

- a) 5% e 10%
- b) 10% e 15%
- c) 15% e 20%
- d) 20% e 25%
- e) 25% e 30%

○ 65. (UFRGS) Para o Censo escolar realizado pelo INEP, cada escola é identificada por sua localização como urbana, rural e diferenciada. Entre as de localização diferenciada, são identificados os tipos de escolas que estão representados no gráfico a seguir

Número de escolas de educação básica por localização diferenciada - Brasil 2016



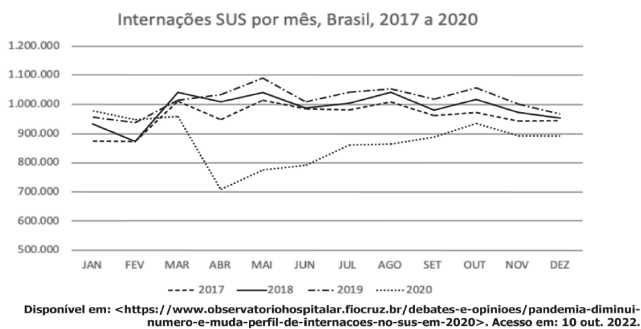
Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/censo_escolar/notas_estatisticas/2017/notas_estatisticas_censo_escolar_da_educacao_basica_2016.pdf>. Acesso em: 22 set. 2017.

Sobre o número de escolas de educação básica representadas no gráfico acima, é correto afirmar que

- a) o número de escolas em terras indígenas supera o número de escolas em áreas remanescentes de quilombos, em mais de 50%
- b) o número total de escolas situadas em localização diferenciada no Brasil, em 2016, não ultrapassa 11.000 escolas.
- c) o percentual de escolas em áreas remanescentes de quilombos está entre 15% e 25% do total de escolas situadas em localização diferenciada.
- d) apenas 4% do total de escolas estão localizadas em unidades de internação socioeducativa.
- e) a quantidade de escolas em unidades prisionais representa a décima parte da quantidade de escolas localizadas em áreas de assentamento.



○ 66. (UFRGS) O gráfico abaixo representa o número de internações no SUS, por mês, no Brasil, nos anos de 2017 a 2020.



Com base nos dados representados no gráfico, considere as seguintes afirmações.

I - O mês de abril de 2020 apresenta queda de 70% das internações no SUS, se comparado ao mês de abril de 2018.

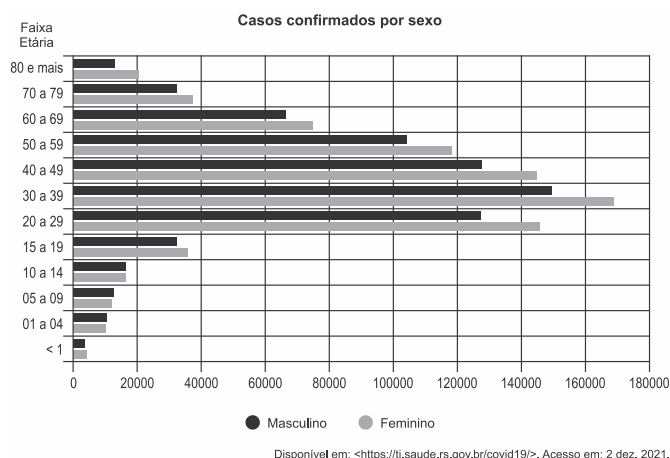
II - O número de internações no SUS, comparando os meses de abril e novembro de 2020, teve um aumento superior a 10%.

III- A queda no número de internações de maio para junho no ano de 2018, em termos percentuais, foi superior à queda no número de internações de maio para junho no ano de 2017.

Quais estão corretas?

- a) Apenas I.
- b) Apenas II.
- c) Apenas I e III.
- d) Apenas II e III.
- e) I, II e III

○ 67. (UFRGS) O gráfico abaixo representa o número de casos confirmados de COVID-19 de homens e mulheres no Rio Grande do Sul, até novembro de 2021, por faixa etária



Com base nos dados representados no gráfico, considere as seguintes afirmações.

I. Na faixa etária de 20 a 29 anos, o número de casos confirmados de mulheres é cerca de 30% maior que o número de casos confirmados de homens.

II. Na faixa etária de 30 a 39 anos, o número de casos confirmados de mulheres corresponde a menos de 100% do número de casos confirmados de mulheres na faixa etária de 60 a 69 anos.

III. Em termos percentuais, na faixa etária acima de 80 anos, o número de casos confirmados de mulheres é maior que o número de casos confirmados de homens, se comparado com a faixa etária de 70 a 79 anos.

Quais estão corretas?

- a) Apenas I.
- b) Apenas II.
- c) Apenas III.
- d) Apenas I e III.
- e) I, II e III.

○ 68. (UFRGS) Uma mercadoria que custa R reais sofre um desconto de 60%. Um aumento de 60% sobre o novo preço fará com que a mercadoria fique custando, em reais:

- a) 0,36 R
- b) 0,40 R
- c) 0,60 R
- d) 0,64 R
- e) 0,50 R

○ 69. (UFRGS) O salário bruto de uma pessoa sofre um desconto de 25%. Com um novo desconto de 11% sobre 3/5 de seu salário bruto, o total de descontos sobre o salário bruto será de:

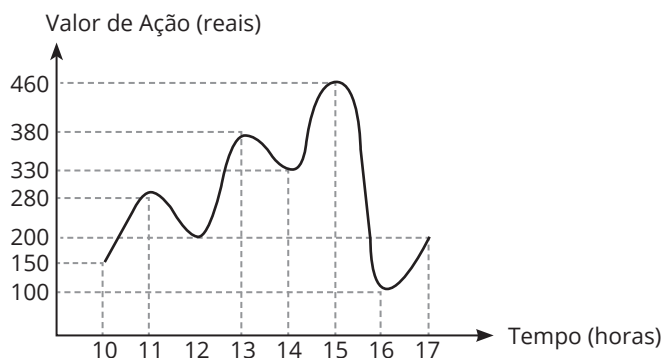
- a) 21,6%
- b) 26,4%
- c) 31,6%
- d) 33,3%
- e) 36,3%



HABILIDADES À PROVA 4

» Função Afim

○ 1. (ENEM) O gráfico fornece os valores das ações da empresa XPN, no período das 10 às 17 horas, em um dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



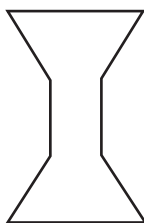
Nesse dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da compra	Hora da venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

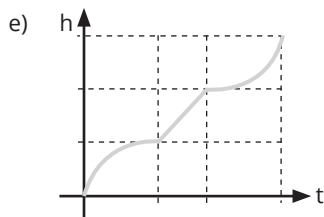
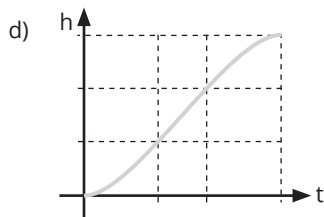
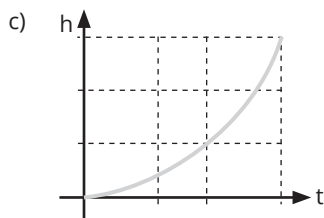
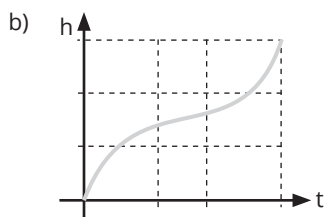
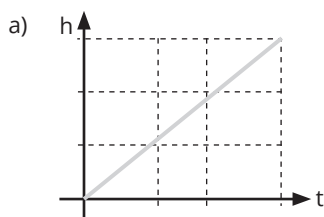
- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

○ 2. (ENEM) Para comemorar o aniversário de uma cidade, um artista projetou uma escultura transparente e oca, cujo formato foi inspirado em uma ampulheta. Ela é formada por três partes de mesma altura: duas são troncos de cones iguais, e a outra é um cilindro. A figura ao lado é uma vista frontal dessa escultura.



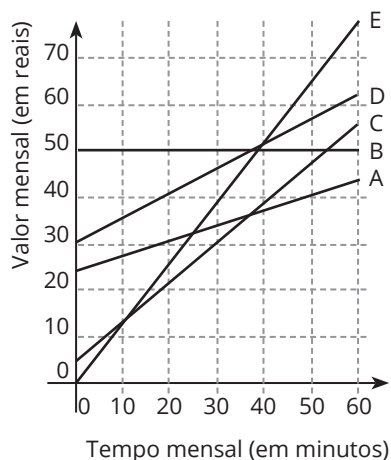
No topo da escultura, foi ligada uma torneira que verte água, para dentro dela, com vazão constante.

O gráfico que expressa a altura (h) da água na escultura, em função do tempo (t) decorrido, é:



○ **3. (ENEM)** No Brasil há várias operadoras e planos de telefonia celular.

Uma pessoa recebeu 5 propostas (A, B, C, D e E) de planos telefônicos. O valor mensal de cada plano está em função do tempo mensal das chamadas, conforme o gráfico.

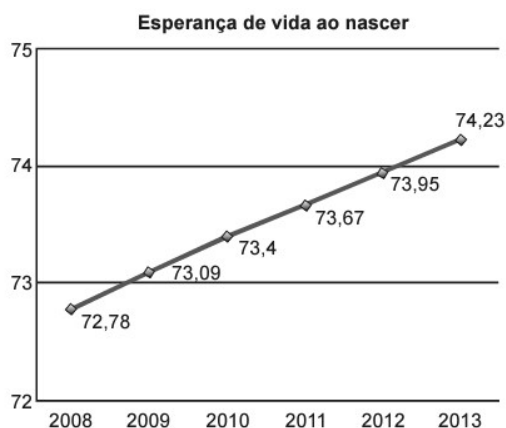


Essa pessoa pretende gastar exatamente R\$ 30,00 por mês com telefone.

Dos planos telefônicos apresentados, qual é o mais vantajoso, em tempo de chamada, para o gasto previsto para essa pessoa?

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

○ **4. (ENEM 2022)** A esperança de vida ao nascer é o número médio de anos que um indivíduo tende a viver a partir de seu nascimento, considerando dados da população. No Brasil, esse número vem aumentando consideravelmente, como mostra o gráfico.



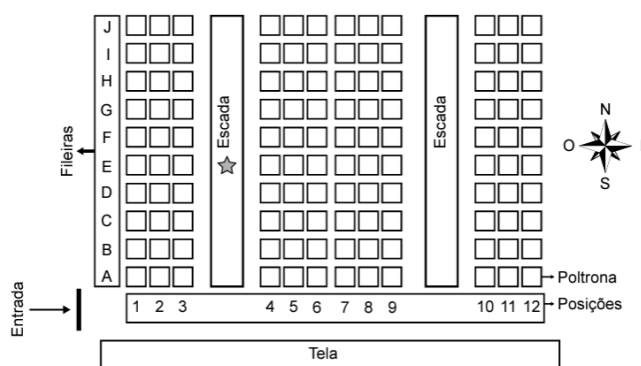
Disponível em: <http://cod.ibge.gov.br>. Acesso em: 6 mar. 2014 (adaptado).

Pode-se observar que a esperança de vida ao nascer em 2012 foi exatamente a média das registradas nos anos de 2011 e 2013. Suponha que esse fato também ocorreu com a esperança de vida ao nascer em 2013, em relação às esperanças de vida de 2012 e de 2014.

Caso a suposição feita tenha sido confirmada, a esperança de vida ao nascer no Brasil no ano de 2014 terá sido, em ano, igual a:

- a) 74,23.
- b) 74,51.
- c) 75,07.
- d) 75,23.
- e) 78,49.

○ **5. (ENEM 2023)** Uma pessoa comprou um ingresso para o cinema em cuja entrada está afixado um mapa com a representação bidimensional do posicionamento das poltronas, conforme a figura. Essa pessoa, após consultar o mapa, começou a subir uma das escadas e parou na posição indicada pela estrela, direcionada para o norte. Ela conferiu seu bilhete e observou que, para encontrar sua poltrona, deveria partir do ponto onde estava, continuar subindo a escada na direção norte por mais quatro fileiras e olhar à sua direita, e sua poltrona será a terceira.



Nesse cinema, as poltronas são identificadas por uma letra, que indica a fileira, e um número, que fornece a posição da poltrona na fileira, respectivamente. A poltrona dessa pessoa é a identificada por

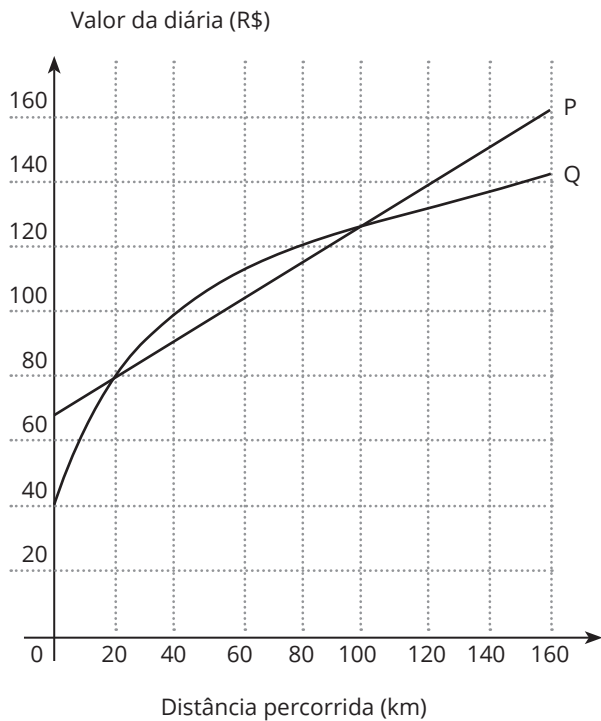
- a) A6
- b) H1
- c) H6
- d) I1
- e) I6

Anotações:



○ 6. (ENEM) Atualmente existem diversas locadoras de veículos, permitindo uma concorrência saudável para o mercado, fazendo com que os preços se tornem acessíveis.

Nas locadoras P e Q, o valor da diária de seus carros depende da distância percorrida, conforme o gráfico.

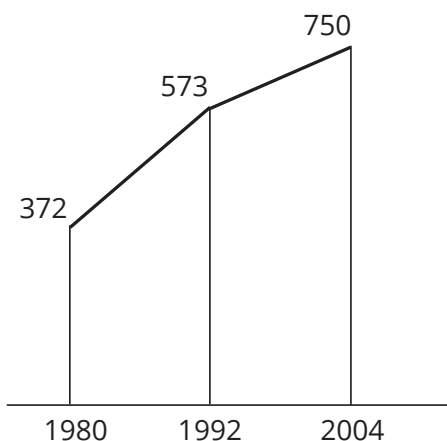


Disponível em: www.sempretops.com. Acesso em: 7 ago. 2012.

O valor pago na locadora Q é menor ou igual àquele pago na locadora P para distâncias, em quilômetros, presentes em qual(is) intervalo(s)?

- a) De 20 a 100.
- b) De 80 a 130.
- c) De 100 a 160.
- d) De 0 a 20 e de 100 a 160.
- e) De 40 a 80 e de 130 a 160.

○ 7. (ENEM) O gráfico mostra o número de favelas no município do Rio de Janeiro entre 1980 e 2004, considerando que a variação nesse número entre os anos considerados é linear.

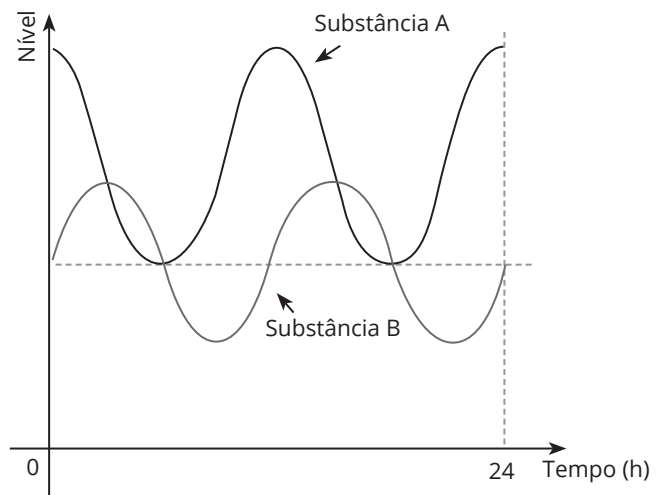


Favela tem memória, Época. Nº 621, 12 abr. 2010 (adaptado).

Se o padrão na variação do período 2004/2010 se mantiver nos próximos 6 anos, e sabendo que o número de favelas em 2010 era 968, então o número de favelas em 2016 será:

- a) menor que 1.150.
- b) 218 unidades maior que em 2004.
- c) maior que 1.150 e menor que 1.200.
- d) 177 unidades maior que em 2010.
- e) maior que 1.200.

○ 8. (ENEM) Em um exame, foi feito o monitoramento dos níveis de duas substâncias presentes (A e B) na corrente sanguínea de uma pessoa, durante um período de 24 h, conforme o resultado apresentado na figura. Um nutricionista, no intuito de prescrever uma dieta para essa pessoa, analisou os níveis dessas substâncias, determinando que, para uma dieta semanal eficaz, deverá ser estabelecido um parâmetro cujo valor será dado pelo número de vezes em que os níveis de A e de B forem iguais, porém maiores que o nível mínimo da substância A durante o período de duração da dieta.



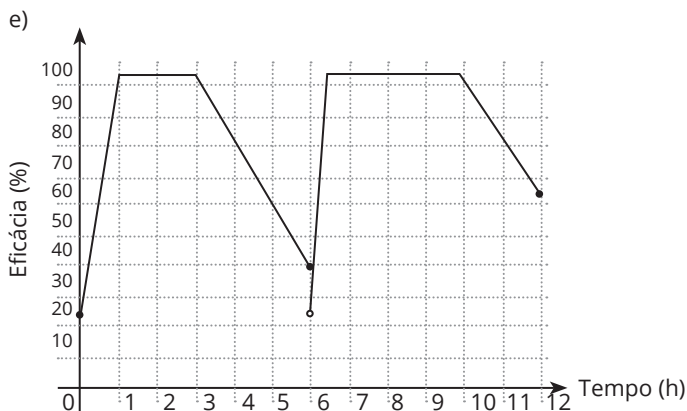
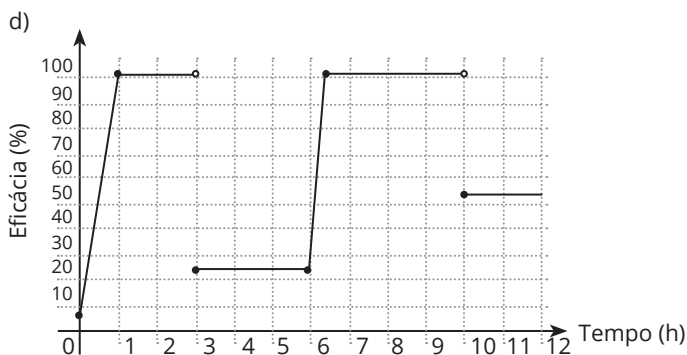
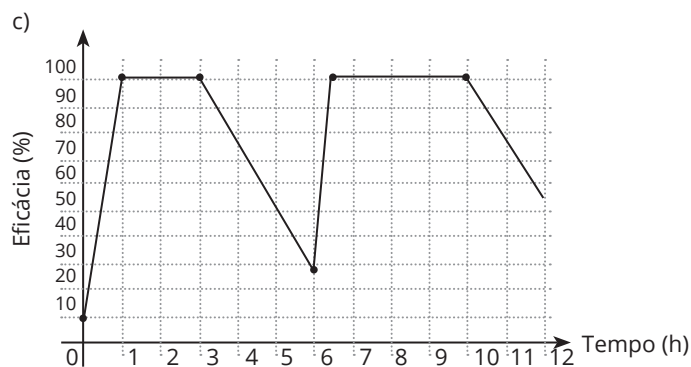
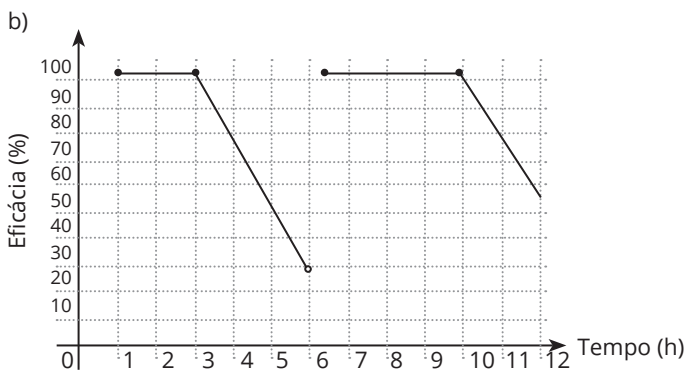
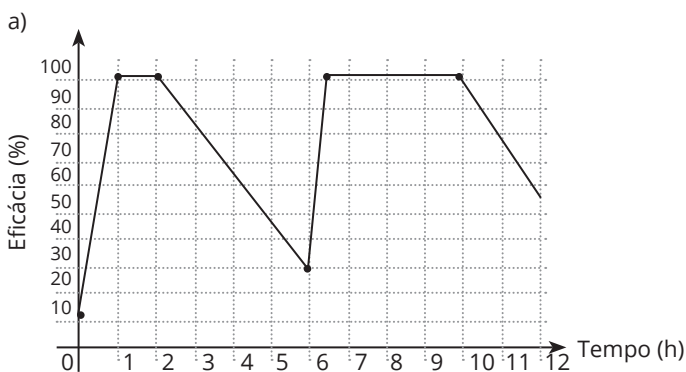
Considere que o padrão apresentado no resultado do exame, no período analisado, se repita para os dias subsequentes.

O valor do parâmetro estabelecido pelo nutricionista, para uma dieta semanal, será igual a:

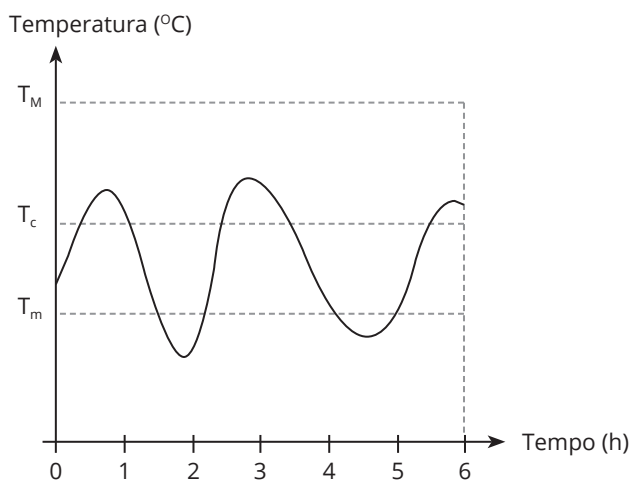
- a) 28
- b) 21
- c) 2
- d) 7
- e) 14

○ 9. (ENEM) Uma empresa farmacêutica fez um estudo da eficácia (em porcentagem) de um medicamento durante 12h de tratamento em um paciente. O medicamento foi administrado em duas doses, com espaçamento de 6h entre elas. Assim que foi administrada a primeira dose, a eficácia do remédio cresceu linearmente durante 1h, até atingir a máxima eficácia (100%), e permaneceu em máxima eficácia durante 2h. Após essas 2h em que a eficácia foi máxima, ela passou a diminuir linearmente, atingindo 20% de eficácia ao complementar as 6h iniciais de análise. Nesse momento, foi administrada a segunda dose, que passou a aumentar linearmente, atingindo a máxima eficácia após 0,5h e permanecendo em 100% por 3,5h. Nas horas restantes da análise, a eficácia desceu linearmente, atingindo, ao final do tratamento, 50% de eficácia.

Considerando as grandezas tempo (em hora), no eixo das abscissas, e eficácia do medicamento (em porcentagem), no eixo das ordenadas, qual é o gráfico que representa tal estudo?



○ 10. (ENEM) Alguns equipamentos eletrônicos podem “queimar” durante o funcionamento quando sua temperatura interna atinge um valor máximo T_M . Para maior durabilidade dos seus produtos, a indústria de eletrônicos conecta sensores de temperatura a esses equipamentos, os quais acionam um sistema de resfriamento interno, ligando-o quando a temperatura do eletrônico ultrapassa um nível crítico T_c , e desligando-o somente quando a temperatura cai para valores inferiores a T_m . O gráfico ilustra a oscilação da temperatura interna de um aparelho eletrônico durante as seis primeiras horas de funcionamento, mostrando que seu sistema de resfriamento interno foi acionado algumas vezes.



Quantas foram as vezes que o sensor de temperatura acionou o sistema, ligando-o ou desligando-o?

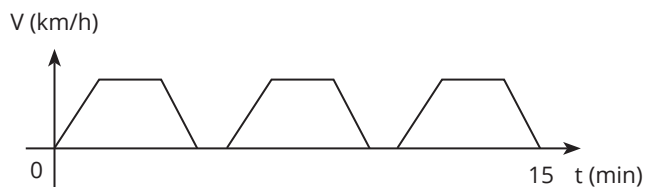
- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 9



○ 11. (ENEM) Um semáforo é composto, geralmente, de três círculos de luzes coloridas (vermelho, amarelo e verde). A cor vermelha indica que o veículo deve estar parado e permanecer assim até que a cor verde volte a acender.

O gráfico apresenta a variação de velocidade de um carro ao longo de um percurso de 15 minutos de duração, da residência de uma pessoa até seu local de trabalho. Durante esse percurso, o carro parou somente nos semáforos existentes ao longo de seu trajeto.

Em quantos semáforos ele parou?



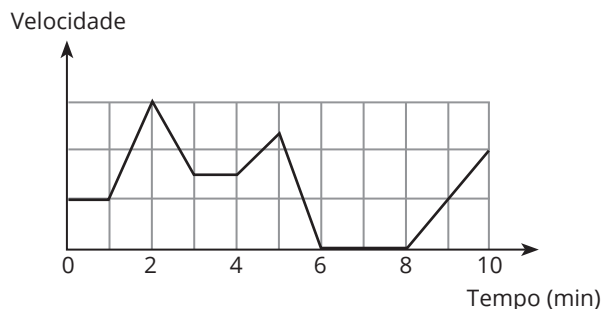
- a) 2
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

○ 12. (ENEM) Observou-se que todas as formigas de um formigueiro trabalham de maneira ordeira e organizada. Foi feito um experimento com duas formigas e os resultados obtidos foram esboçados em um plano cartesiano no qual os eixos estão graduados em quilômetros. As duas formigas partiram juntas do ponto O, origem do plano cartesiano xOy. Uma delas caminhou horizontalmente para o lado direito, a uma velocidade de 4 km/h. A outra caminhou verticalmente para cima, à velocidade de 3 km/h.

Após 2 horas de movimento, quais as coordenadas cartesianas das posições de cada formiga?

- a) (8;0) e (0;6).
- b) (4;0) e (0;6).
- c) (4;0) e (0;3).
- d) (0;8) e (6;0).
- e) (0;4) e (3;0).

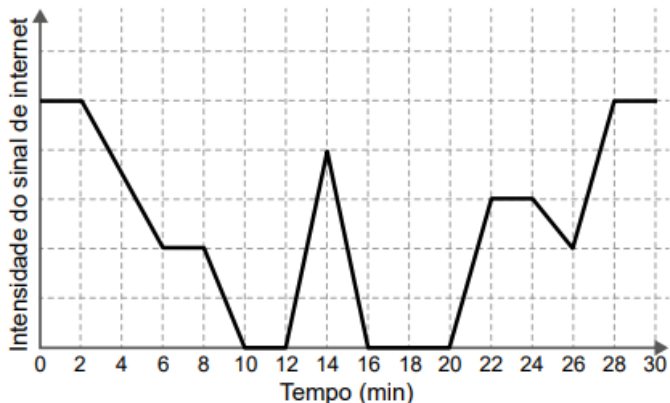
○ 13. (ENEM) Os congestionamentos de trânsito constituem um problema que aflige, todos os dias, milhares de motoristas brasileiros. O gráfico ilustra a situação, representando, ao longo de um intervalo definido de tempo, a variação da velocidade de um veículo durante um congestionamento.



Quantos minutos o veículo permaneceu imóvel ao longo do intervalo de tempo total analisado?

- a) 4
- b) 3
- c) 2
- d) 1
- e) 0

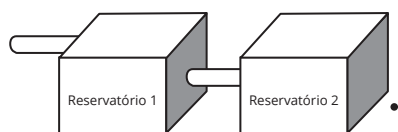
○ 14. (ENEM 2023) Uma pessoa caminha por 30 minutos e utiliza um aplicativo instalado em seu celular para monitorar a variação da intensidade do sinal de internet recebido pelo aparelho durante o deslocamento. Chegando ao seu destino, o aplicativo forneceu este gráfico:



Por quantos minutos, durante essa caminhada, o celular dessa pessoa ficou sem receber sinal de internet?

- a) 6
- b) 8
- c) 10
- d) 14
- e) 24

○ 15. (ENEM) A água para o abastecimento de um prédio é armazenada em um sistema formado por dois reservatórios idênticos, em formato de bloco retangular, ligados entre si por um cano igual ao cano de entrada, conforme ilustra a figura.

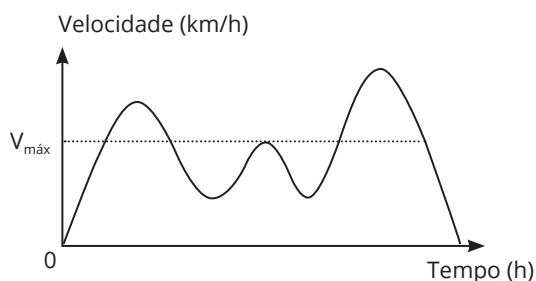


A água entra no sistema pelo cano de entrada no Reservatório 1 a uma vazão constante e, ao atingir o nível do cano de ligação, passa a abastecer o Reservatório 2. Suponha que, inicialmente, os dois reservatórios estejam vazios.

Qual dos gráficos melhor descreverá a altura h do nível da água no Reservatório 1, em função do volume V de água no sistema?

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

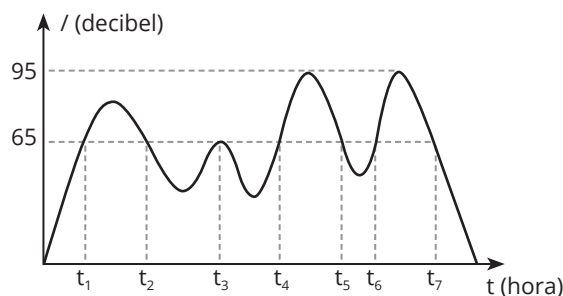
○ 16. (ENEM) Para garantir segurança ao dirigir, alguns motoristas instalam dispositivos em seus carros que alertam quando uma certa velocidade máxima ($v_{\text{máx}}$), pré-programada pelo usuário de acordo com a velocidade máxima da via de tráfego, é ultrapassada. O gráfico exibido pelo dispositivo no painel do carro após o final de uma viagem fornece a velocidade (km/h) do carro em função do tempo (h).



De acordo com o gráfico, quantas vezes o dispositivo alertou o motorista no percurso da viagem?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

○ 17. (ENEM) De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), o limite de ruído suportável para o ouvido humano é de 65 decibéis. Ruídos com intensidade superior a esse valor começam a incomodar e causar danos ao ouvido. Em razão disso, toda vez que os ruídos oriundos do processo de fabricação de peças em uma fábrica ultrapassam esse valor, é disparado um alarme sonoro, indicando que os funcionários devem colocar proteção nos ouvidos. O gráfico fornece a intensidade sonora registrada no último turno de trabalho dessa fábrica. Nele, a variável t indica o tempo (medido em hora), e I indica a intensidade sonora (medida em decibel).



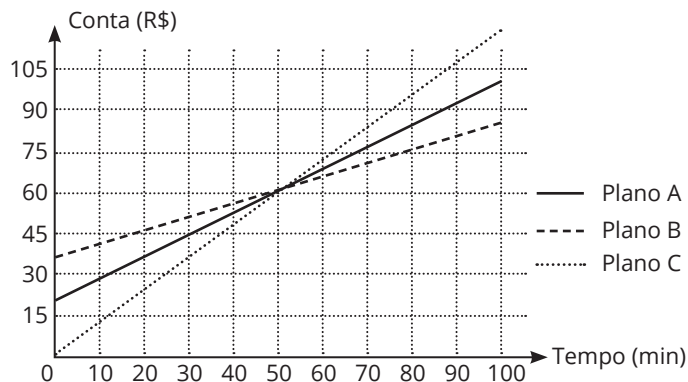
Disponível em: www.crmariocovas.sp.gov.br. Acesso em: 24 abr. 2015 (adaptado).

De acordo com o gráfico, quantas vezes foi necessário colocar a proteção nos ouvidos no último turno de trabalho?

- a) 7
- b) 6
- c) 4
- d) 3
- e) 2



○ 18. (ENEM) Na intenção de ampliar suas fatias de mercado, as operadoras de telefonia apresentam diferentes planos e promoções. Uma operadora oferece três diferentes planos baseados na quantidade de minutos utilizados mensalmente, apresentados no gráfico. Um casal foi à loja da operadora para comprar dois celulares, um para a esposa e outro para o marido. Ela utiliza o telefone, em média, 30 minutos por mês, enquanto ele, em média, utiliza 90 minutos por mês.



Com base nas informações do gráfico, qual é o plano de menor custo mensal para cada um deles?

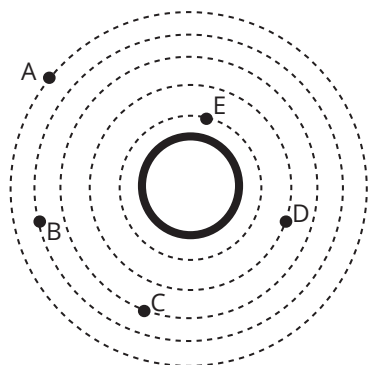
- a) O plano A para ambos.
- b) O plano B para ambos.
- c) O plano C para ambos.
- d) O plano B para a esposa e o plano C para o marido.
- e) O plano C para a esposa e o plano B para o marido.

○ 19. (ENEM) A Lei da Gravitação Universal, de Isaac Newton, estabelece a intensidade da força de atração entre duas massas. Ela é representada pela expressão:

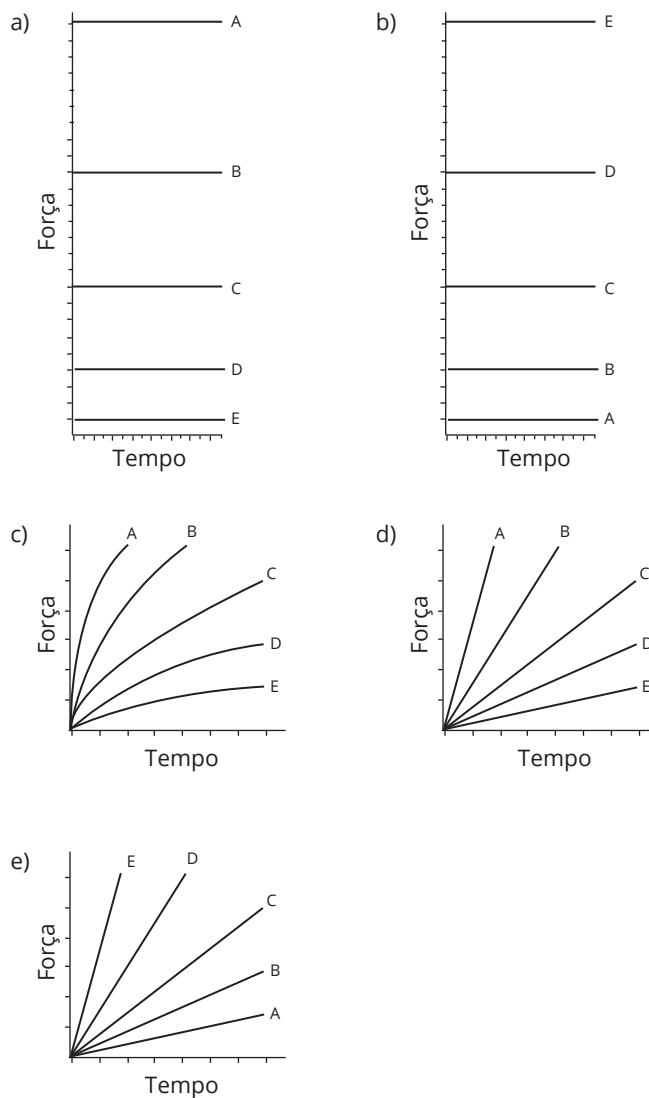
$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

em que m_1 e m_2 correspondem às massas dos corpos; d , à distância entre eles; G , à constante universal da gravitação; e F , à força que um corpo exerce sobre o outro.

O esquema representa as trajetórias circulares de cinco satélites, de mesma massa, orbitando a Terra.

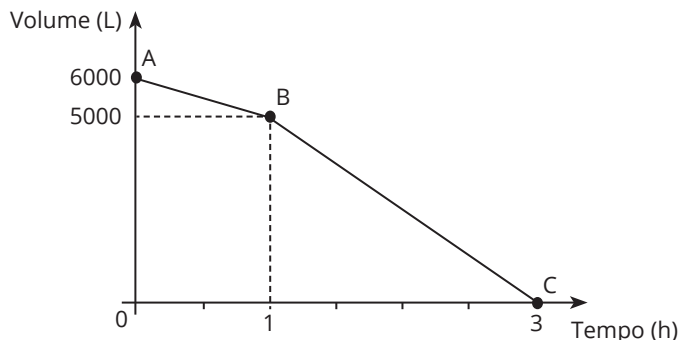


Qual gráfico expressa as intensidades das forças que a Terra exerce sobre cada satélite em função do tempo?



Anotações:

○ 20. (ENEM) Uma cisterna de 6.000 L foi esvaziada em um período de 3h. Na primeira hora, foi utilizada apenas uma bomba, mas, nas duas horas seguintes, a fim de reduzir o tempo de esvaziamento, outra bomba foi ligada junto com a primeira. O gráfico, formado por dois segmentos de reta, mostra o volume de água presente na cisterna, em função do tempo.

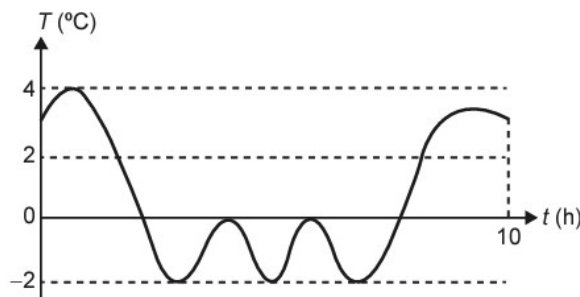


Qual é a vazão, em litro por hora, da bomba que foi ligada no início da segunda hora?

- a) 1.000
- b) 1.250
- c) 1.500
- d) 2.000
- e) 2.500



○ 22. (ENEM 2022) Uma máquina em operação tem sua temperatura T monitorada por meio de um registro gráfico, ao longo do tempo t . Essa máquina possui um pistão cuja velocidade V varia com a temperatura T da máquina, de acordo com a expressão $V = T^2 - 4$. Após a máquina funcionar durante o intervalo de tempo de 10 horas, o seu operador analisa o registro gráfico, apresentado na figura, para avaliar a necessidade de eventuais ajustes, sabendo que a máquina apresenta falhas de funcionamento quando a velocidade do pistão se anula.



Quantas vezes a velocidade do pistão se anulou durante as 10 horas de funcionamento?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

○ 21. (ENEM) Uma empresa deseja iniciar uma campanha publicitária divulgando uma promoção para seus possíveis consumidores. Para esse tipo de campanha, os meios mais viáveis são a distribuição de panfletos na rua e anúncios na rádio local. Considere-se que a população alcançada pela distribuição de panfleto seja igual à quantidade de ouvintes desse anúncio. O custo de cada anúncio na rádio é de R\$ 120,00, e a estimativa é de que seja ouvido por 1.500 pessoas. Já a produção e a distribuição de panfletos custam R\$ 180,00 cada 1.000 unidades. Considerando que cada pessoa será alcançada por um único desses meios de divulgação, a empresa pretende investir em ambas as mídias.

Considere X e Y os valores (em real) gastos em anúncios de rádio e panfleto, respectivamente.

O número de pessoas alcançadas pela campanha será dado pela expressão:

- a) $\frac{50x}{4} + \frac{50y}{9}$
- b) $\frac{50x}{9} + \frac{50y}{4}$
- c) $\frac{4x}{50} + \frac{4y}{50}$
- d) $\frac{50}{4x} + \frac{50}{9y}$
- e) $\frac{50}{9x} + \frac{50y}{4y}$

○ 23. (ENEM) As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações:

$$Q_o = -20 + 4P$$

$$Q_d = 46 - 2P$$

em que Q_o é a quantidade de oferta, Q_d é a quantidade de demanda, e P é o preço do produto.

A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontraram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando Q_o e Q_d se igualam.

Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?

- a) 5
- b) 11
- c) 13
- d) 23
- e) 33



○ **24. (ENEM)** Três empresas de táxi, W, K e L, estão fazendo promoções: a empresa W cobra R\$ 2,40 a cada quilômetro rodado e com um custo inicial de R\$ 3,00; a empresa K cobra R\$ 2,25 a cada quilômetro rodado e uma taxa inicial de R\$ 3,80; e, por fim, a empresa L, que cobra R\$ 2,50 a cada quilômetro rodado e com taxa inicial de R\$ 2,80. Um executivo está saindo de casa e vai de táxi para uma reunião que é a 5 km do ponto de táxi, e sua esposa sairá do hotel e irá para o aeroporto, que fica a 15 km do ponto de táxi.

Assim, os táxis que o executivo e sua esposa deverão pegar, respectivamente, para terem a maior economia são das empresas:

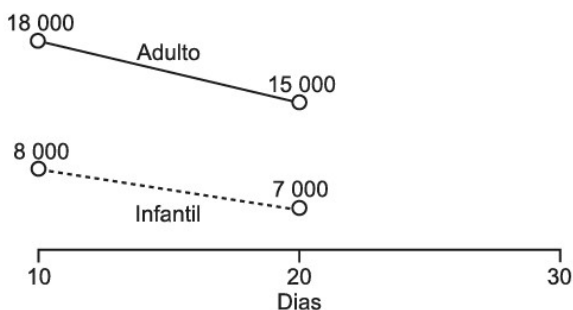
- a) W - L
- b) W - K
- c) K - L
- d) K - W
- e) K - K

○ **25. (ENEM)** Uma indústria fabrica um único tipo de produto e sempre vende tudo o que produz. O custo total para fabricar uma quantidade q de produtos é dado por uma função, simbolizada por CT , enquanto o faturamento que a empresa obtém com a venda da quantidade q também é uma função, simbolizada por FT . O lucro total (LT) obtido pela venda da quantidade q de produtos é dado pela expressão $LT(q) = FT(q) - CT(q)$.

Considerando-se as funções $FT(q) = 5q$ e $CT(q) = 2q + 12$ como faturamento e custo, qual a quantidade mínima de produtos que a indústria terá de fabricar para não ter prejuízo?

- a) 0
- b) 1
- c) 3
- d) 4
- e) 5

○ **26. (ENEM 2022)** Uma loja de roupas fixou uma meta de vendas de 77.000 reais para um determinado mês de 30 dias. O gráfico mostra o volume de vendas dessa loja, em real, nos dez primeiros dias do mês e entre o dia dez e o dia vinte desse mês, nos seus dois únicos setores (infantil e adulto). Suponha que a variação no volume de vendas, para o período registrado, tenha se dado de forma linear, como mostrado no gráfico, e que essa tendência se mantenha a mesma para os próximos dez dias.



Ao final do trigésimo dia, quanto faltará no volume de vendas, em real, para que a meta fixada para o mês seja alcançada?

- a) 5.000
- b) 7.000
- c) 11.000
- d) 18.000
- e) 29.000

○ **27. (ENEM)** Uma empresa tem diversos funcionários. Um deles é o gerente, que recebe R\$ 1.000,00 por semana. Os outros funcionários são diaristas. Cada um deles trabalha 2 dias por semana, recebendo R\$ 80,00 por dia trabalhado.

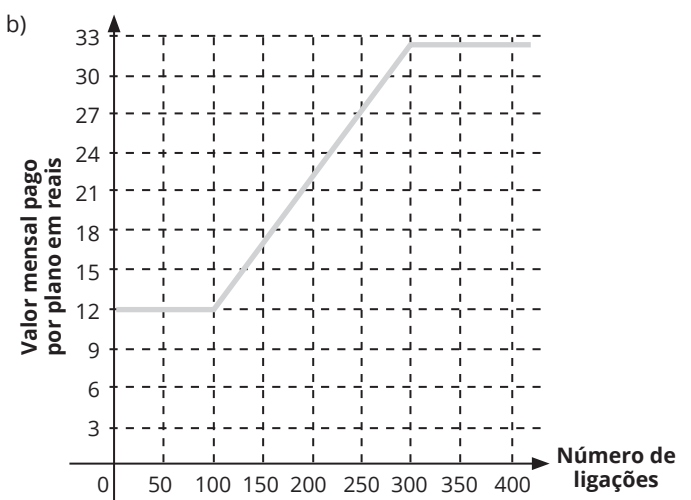
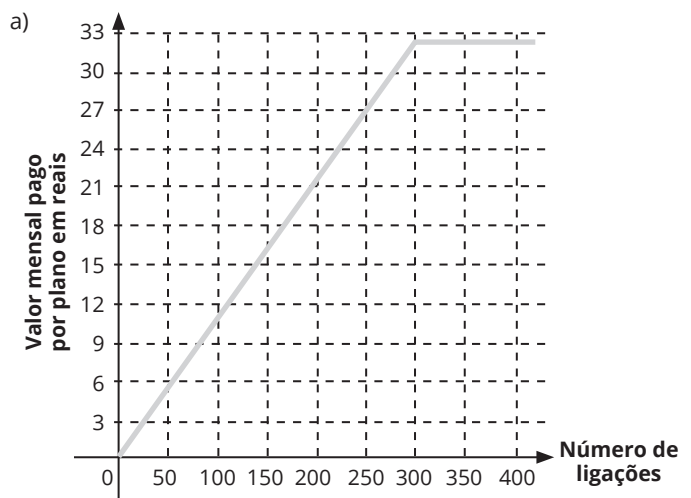
Chamando de X a quantidade total de funcionários da empresa, a quantia Y , em reais, que essa empresa gasta semanalmente para pagar seus funcionários é expressa por:

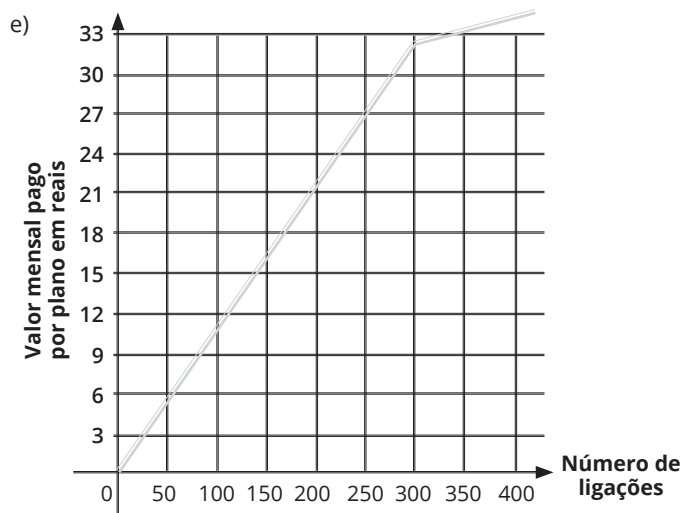
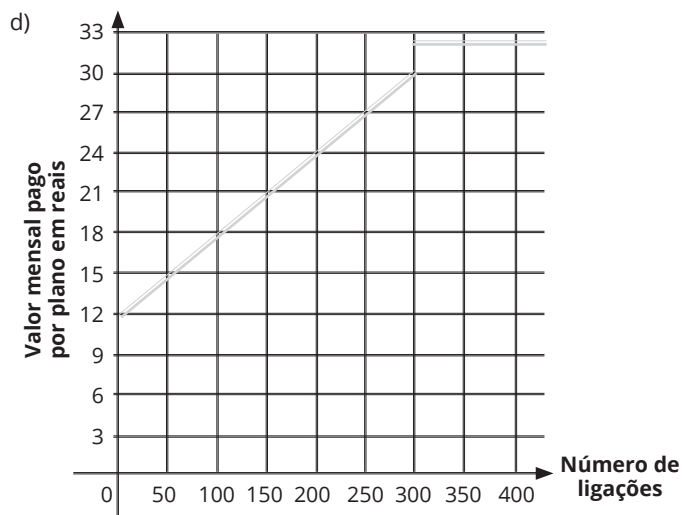
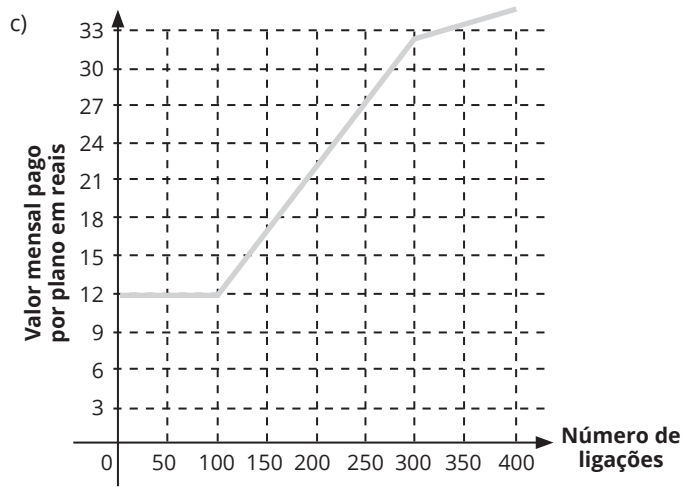
- a) $Y = 80X + 920$.
- b) $Y = 80X + 1.000$.
- c) $Y = 80X + 1.080$.
- d) $Y = 160X + 840$.
- e) $Y = 160X + 1.000$.



○ **28. (ENEM)** Após realizar uma pesquisa de mercado, uma operadora de telefonia celular ofereceu aos clientes que utilizavam até 500 ligações ao mês o seguinte plano mensal: um valor fixo de R\$ 12,00 para os clientes que fazem até 100 ligações ao mês. Caso o cliente faça mais de 100 ligações, será cobrado um valor adicional de R\$ 0,10 por ligação, a partir da 101ª até a 300ª; e, caso realize entre 300 e 500 ligações, será cobrado um valor fixo mensal de R\$ 32,00.

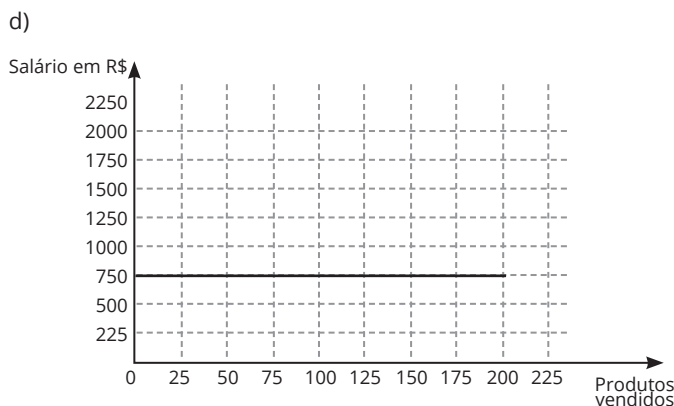
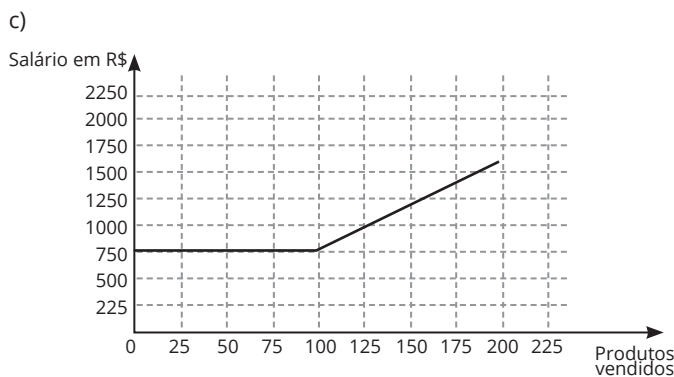
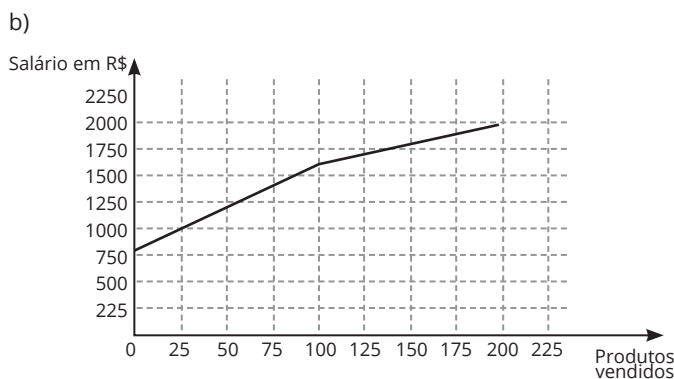
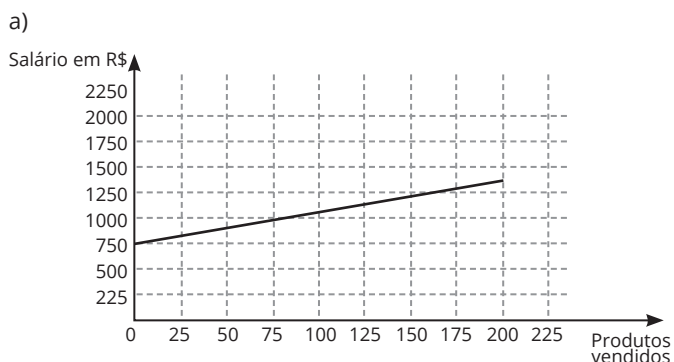
Com base nos elementos apresentados, o gráfico que melhor representa a relação entre o valor mensal pago nesse plano e o número de ligações feitas é:



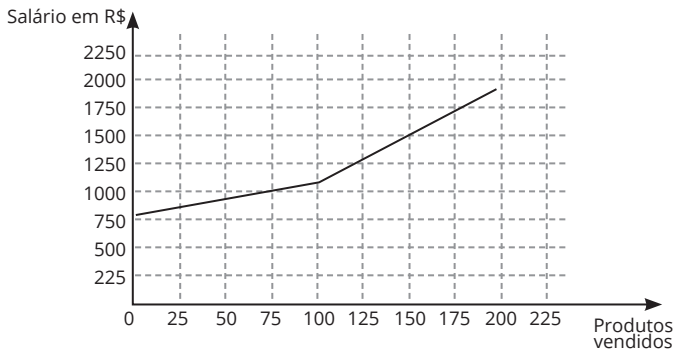


○ 29. (ENEM) Certo vendedor tem seu salário mensal calculado da seguinte maneira: ele ganha um valor fixo de R\$ 750,00, mais uma comissão de R\$ 3,00 para cada produto vendido. Caso ele venda mais de 100 produtos, sua comissão passa a ser de R\$ 9,00 para cada produto vendido, a partir do 101º produto vendido.

Com essas informações, o gráfico que melhor representa a relação entre o salário e o número de produtos vendidos é:



e)



Instrução: Leia o texto e observe a tabela abaixo para responder às questões 30 a 32.

No quadro abaixo, estão as contas de luz e água de uma mesma residência. Além do valor a pagar, cada conta mostra como calculá-lo, em função do consumo de água (em m^3) e de eletricidade (em kWh). Observe que, na conta de luz, o valor a pagar é igual ao consumo multiplicado por um certo fator. Já na conta de água, existe uma tarifa mínima e diferentes faixas de tarifação.

Companhia de Eletricidade		Valor - R\$	
Fornecimento			
401 KWH \times 0,13276000			53,23

Companhia de Saneamento			
TARIFAS DE ÁGUA / M^3			
Faixas de consumo	Tarifa	Consumo	Valor - R\$
até 10	5,50	tarifa mínima	5,50
11 a 20	0,85	7	5,95
21 a 30	2,13		
31 a 50	2,13		
acima de 50	2,36		
Total			11,45

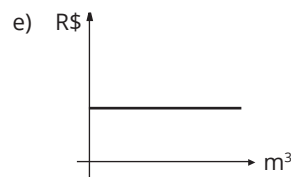
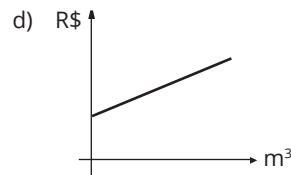
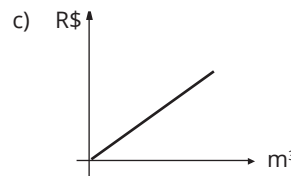
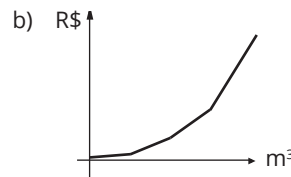
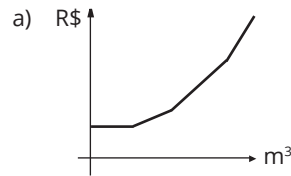
30. (ENEM) Suponha que, no próximo mês, dobre o consumo de energia elétrica dessa residência. O novo valor da conta será de:

- a) R\$ 55,23
- b) R\$ 106,46
- c) R\$ 802,00
- d) R\$ 100,00
- e) R\$ 22,90

31. (ENEM) Suponha agora que dobre o consumo d'água. O novo valor da conta será de:

- a) R\$ 22,90
- b) R\$ 106,46
- c) R\$ 43,82
- d) R\$ 17,40
- e) R\$ 22,52

32. (ENEM) Dos gráficos abaixo, o que melhor representa o valor da conta de água, de acordo com o consumo, é:

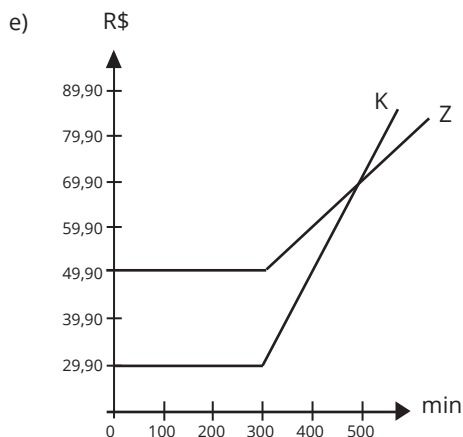
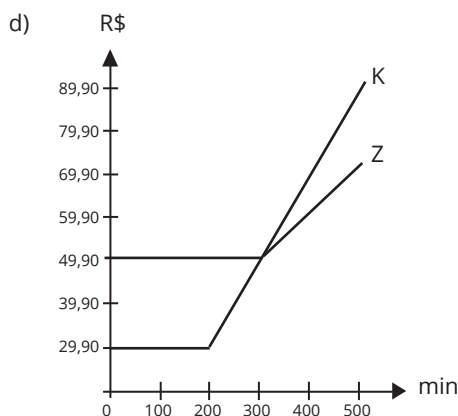
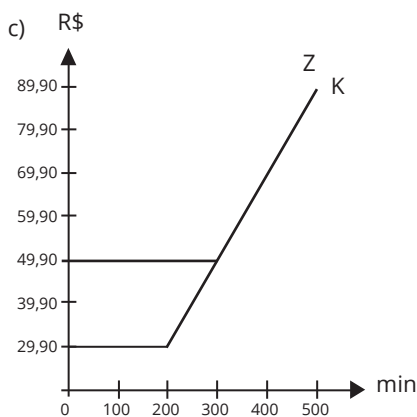
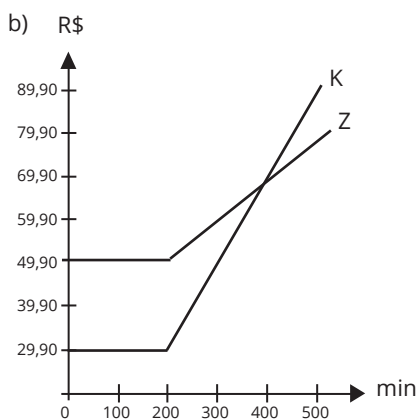
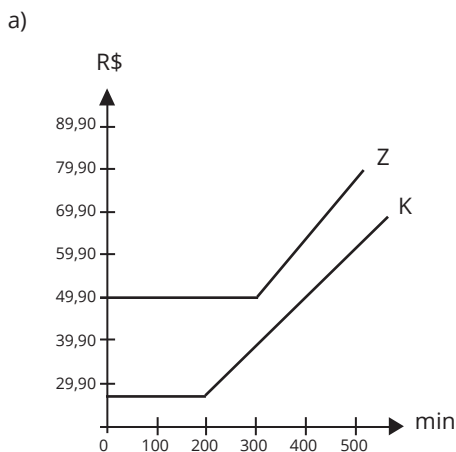


Anotações:

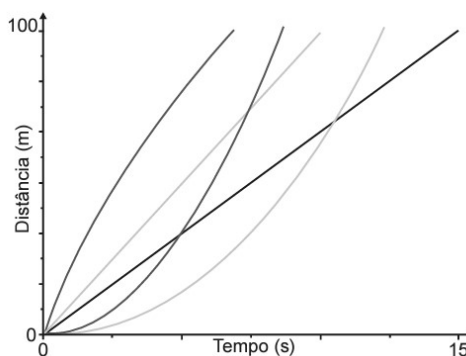


○ 33. (ENEM) Uma empresa de telefonia fixa oferece dois planos aos seus clientes: no plano K, o cliente paga R\$ 29,90 por 200 minutos mensais e R\$ 0,20 por cada minuto excedente; no plano Z, paga R\$ 49,90 por 300 minutos mensais e R\$ 0,10 por cada minuto excedente.

O gráfico que representa o valor pago, em reais, nos dois planos em função dos minutos utilizados é:



○ 34. (ENEM 2022) Em uma competição de velocidade, diz-se que há uma ultrapassagem quando um veículo que está atrás de outro passa à sua frente, com ambos se deslocando no mesmo sentido. Considere uma competição automobilística entre cinco carros em uma pista com 100 m de comprimento, onde todos largam no mesmo instante e da mesma linha. O gráfico mostra a variação da distância percorrida por cada veículo, em função do tempo, durante toda a competição.

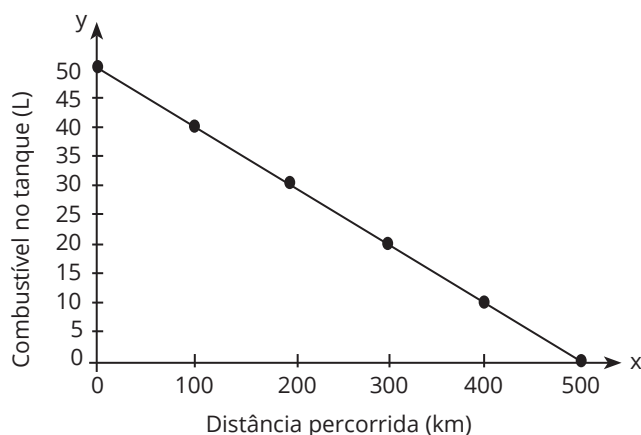


Qual o número de ultrapassagens, após o início da competição, efetuadas pelo veículo que chegou em último lugar?

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4



○ 35. (ENEM) Uma indústria automobilística está testando um novo modelo de carro. Cinquenta litros de combustível são colocados no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo o combustível tenha sido consumido. O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível no tanque é indicada no eixo y (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo x (horizontal).



A expressão algébrica que relaciona a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é:

- a) $y = -10x + 500$
- b) $y = \frac{-x}{10} + 50$
- c) $y = \frac{-x}{10} + 500$
- d) $y = \frac{x}{10} + 50$
- e) $y = \frac{x}{10} + 500$

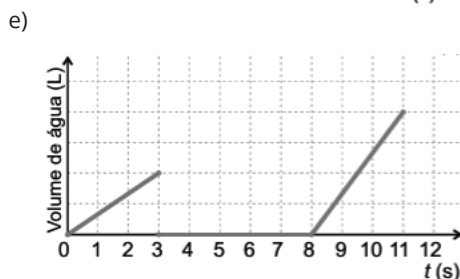
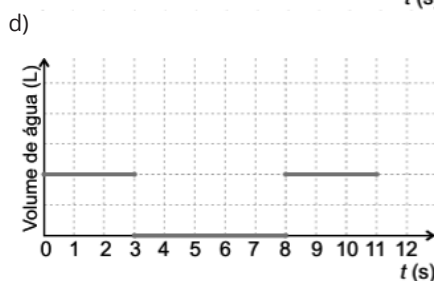
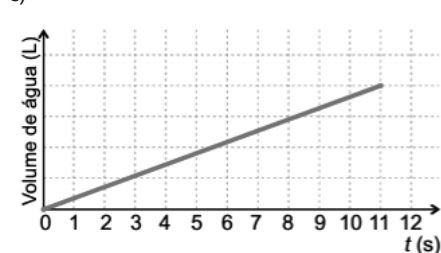
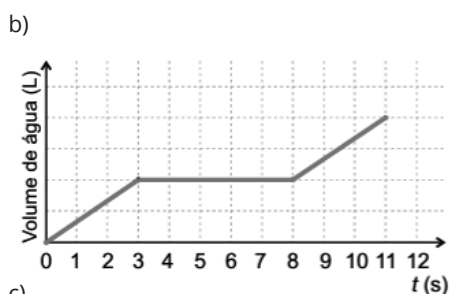
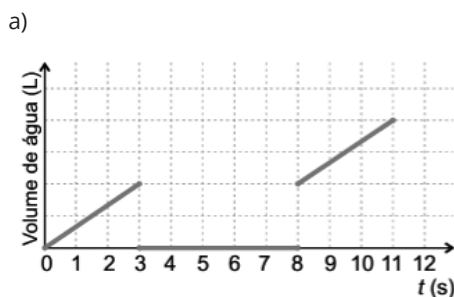
○ 36. (ENEM) Dirigir após ingerir bebidas alcoólicas é uma atitude extremamente perigosa, uma vez que, a partir da primeira dose, a pessoa já começa a ter perda de sensibilidade de movimentos e de reflexos. Apesar de a eliminação e absorção do álcool depender de cada pessoa e de como o organismo consegue metabolizar a substância, ao final da primeira hora após a ingestão, a concentração de álcool (C) no sangue corresponde a aproximadamente 90% da quantidade (q) de álcool ingerida, e a eliminação total dessa concentração pode demorar até 12 horas.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 1 dez. 2018 (adaptado).

Nessas condições, ao final da primeira hora após a ingestão da quantidade q de álcool, a concentração C dessa substância no sangue é expressa algebricamente por

- a) $C = 0,9q$
- b) $C = 0,1q$
- c) $C = 1 - 0,1q$
- d) $C = 1 - 0,9q$
- e) $C = q - 10$

○ 37. (ENEM) Estudantes trabalhando com robótica criaram uma “torneira inteligente” que automatiza sua abertura e seu fechamento durante a limpeza das mãos. A tecnologia funciona da seguinte forma: ao se colocarem as mãos sob a torneira, ela libera água durante 3 segundos para que a pessoa possa molhá-las. Em seguida, interrompe o fornecimento de água por 5 segundos, enquanto a pessoa ensaboa suas mãos, e finaliza o ciclo liberando água para o enxágue por mais 3 segundos. Considere o tempo (t), em segundo, contado a partir do instante em que se inicia o ciclo. A vazão de água nessa torneira é constante. Um esboço de gráfico que descreve o volume de água acumulado, em litro, liberado por essa torneira durante um ciclo de lavagem das mãos, em função do tempo (t), em segundo, é



○ 38. (ENEM) Para concretar a laje de sua residência, uma pessoa contratou uma construtora. Tal empresa informa que o preço y do concreto bombeado é composto de duas partes: uma fixa, chamada de taxa de bombeamento, e uma variável, que depende do volume x de concreto utilizado. Sabe-se que a taxa de bombeamento custa R\$ 500,00 e que o metro cúbico do concreto bombeado é de R\$ 250,00.

A expressão que representa o preço y em função do volume x , em metro cúbico, é

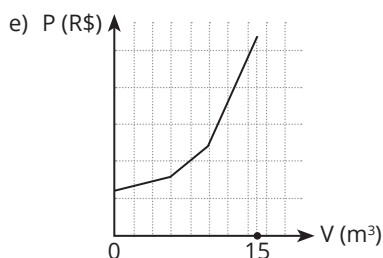
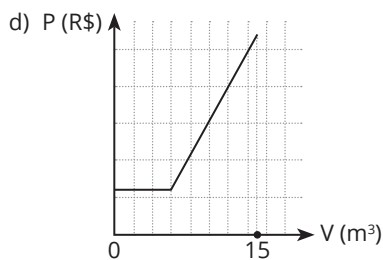
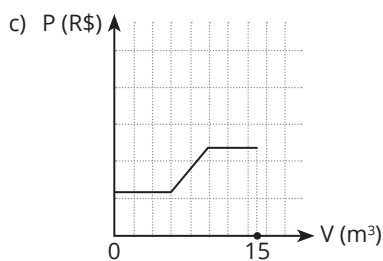
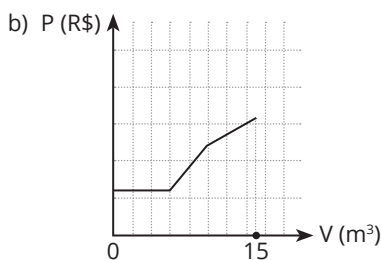
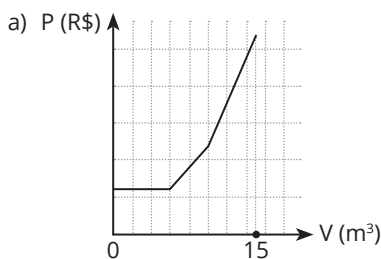
- a) $y = 250x$
- b) $y = 500x$
- c) $y = 750x$
- d) $y = 250x + 500$
- e) $y = 500x + 250$

○ 39. (ENEM) Uma empresa presta serviço de abastecimento de água em uma cidade. O valor mensal a pagar por esse serviço é determinado pela aplicação de tarifas, por faixas de consumo de água, sendo obtido pela adição dos valores correspondentes a cada faixa.

- Faixa 1: para consumo de até 6 m^3 , valor fixo de R\$ 12,00;
- Faixa 2: para consumo superior a 6 m^3 e até 10 m^3 , tarifa de R\$ 3,00 por metro cúbico ao que exceder a 6 m^3 ;
- Faixa 3: para consumo superior a 10 m^3 , tarifa de R\$ 6,00 por metro cúbico ao que exceder a 10 m^3 .

Sabe-se que nessa cidade o consumo máximo de água por residência é de 15 m^3 por mês.

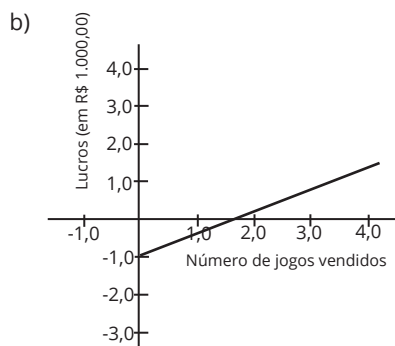
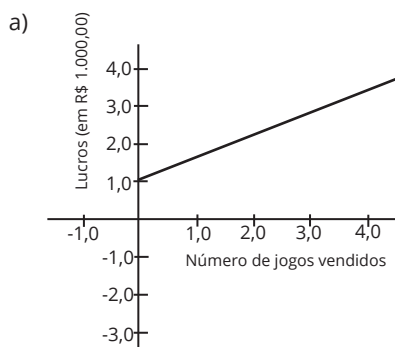
O gráfico que melhor descreve o valor P , em real, a ser pago por mês, em função do volume V de água consumido, em metro cúbico, é:

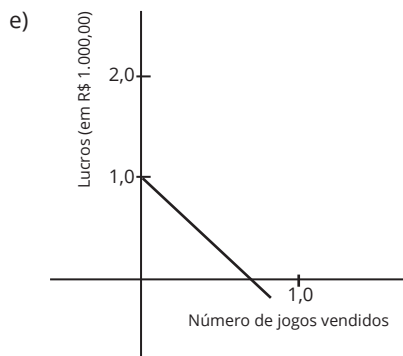
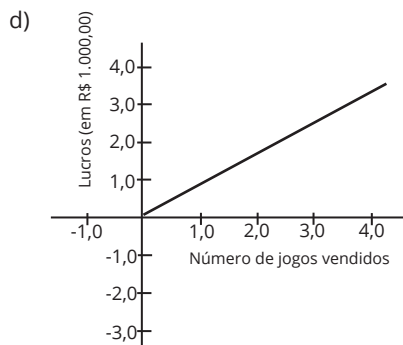
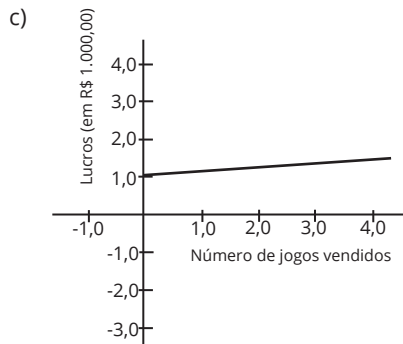


○ 40. (ENEM) Uma empresa produz jogos pedagógicos para computadores, com custos fixos de R\$ 1.000,00 e custos variáveis de R\$ 100,00 por unidade de jogo produzida. Desse modo, o custo total para x jogos produzidos é dado por $C(x) = 1 + 0,1x$ (em R\$ 1.000,00).

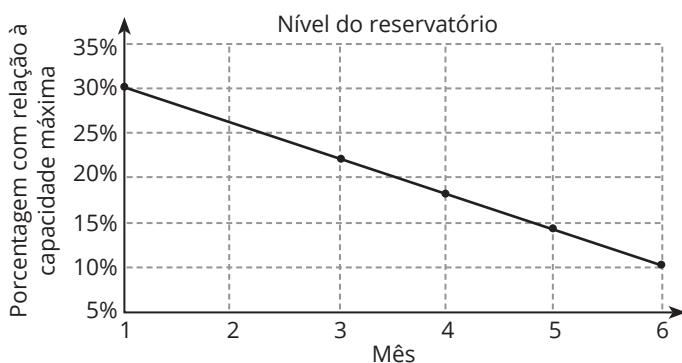
A gerência da empresa determina que o preço de venda do produto seja de R\$ 700,00. Com isso, a receita líquida para x unidades de jogos é calculada pela diferença entre a receita bruta e os custos totais.

O gráfico que modela corretamente o lucro líquido dessa empresa, quando são produzidos x jogos, é:





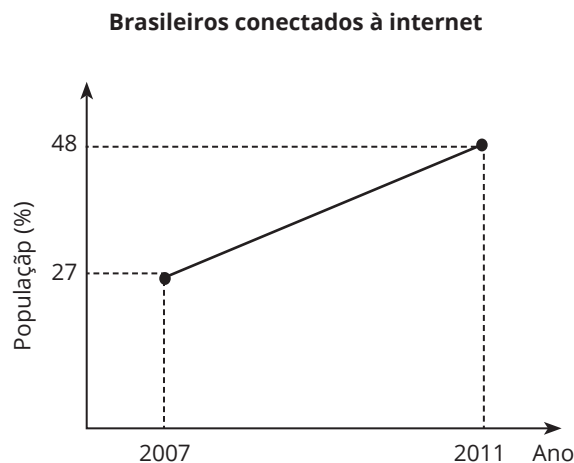
○ 41. (ENEM) Um dos grandes desafios do Brasil é o gerenciamento dos seus recursos naturais, sobretudo os recursos hídricos. Existe uma demanda crescente por água e o risco de racionamento não pode ser descartado. O nível de água de um reservatório foi monitorado por um período, sendo o resultado mostrado no gráfico. Suponha que essa tendência linear observada no monitoramento se prolongue pelos próximos meses.



Nas condições dadas, qual o tempo mínimo, após o sexto mês, para que o reservatório atinja o nível zero de sua capacidade?

- a) 2 meses e meio.
- b) 3 meses e meio.
- c) 1 mês e meio.
- d) 4 meses.
- e) 1 mês.

○ 42. (ENEM) O percentual da população brasileira conectada à internet aumentou nos anos de 2007 a 2011. Conforme dados do Grupo Ipsos, essa tendência de crescimento é mostrada no gráfico.

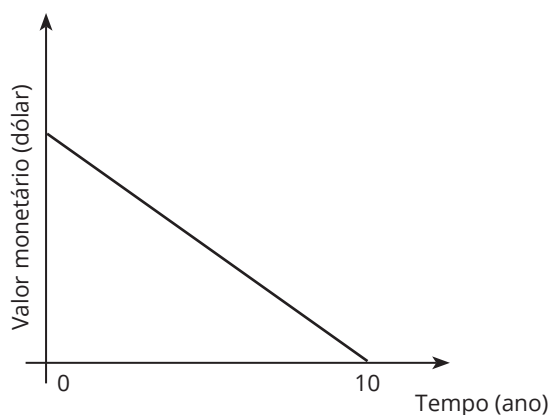


Suponha que foi mantida, para os anos seguintes, a mesma taxa de crescimento registrada no período 2007-2011.

A estimativa para o percentual de brasileiros conectados à internet em 2013 era igual a:

- a) 56,40%
- b) 58,50%
- c) 60,60%
- d) 63,75%
- e) 72,00%

○ 43. (ENEM) Um sistema de depreciação linear, estabelecendo que após 10 anos o valor monetário de um bem será zero, é usado nas declarações de imposto de renda de alguns países. O gráfico ilustra essa situação.



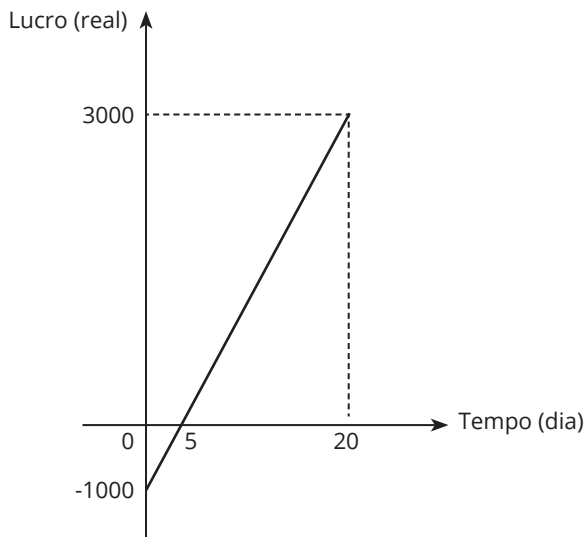
Uma pessoa adquiriu dois bens, A e B, pagando 1.200 e 900 dólares, respectivamente.

Considerando as informações dadas, após 8 anos, qual será a diferença entre os valores monetários, em dólar, desses bens?

- a) 30
- b) 60
- c) 75
- d) 240
- e) 300



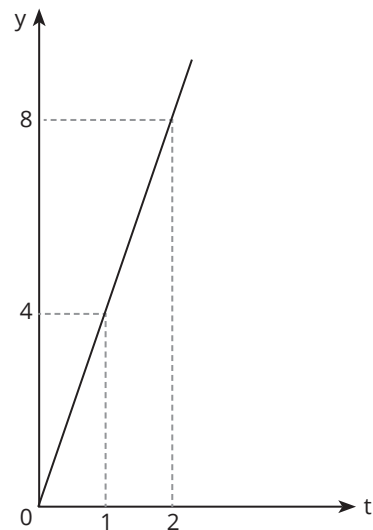
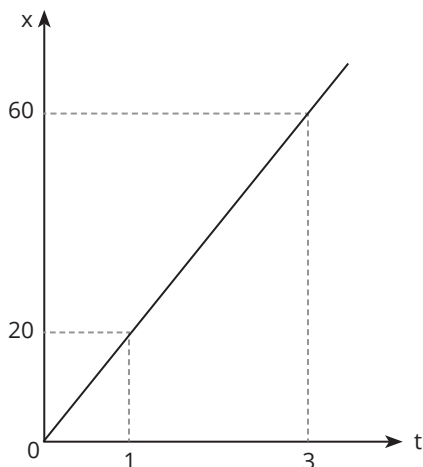
○ 44. (ENEM) Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Porém, esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.



A representação algébrica do lucro (L) em função do tempo (t) é:

- a) $L(t) = 20t + 3.000$
- b) $L(t) = 20t + 4.000$
- c) $L(t) = 200t$
- d) $L(t) = 200t - 1.000$
- e) $L(t) = 200t + 3.000$

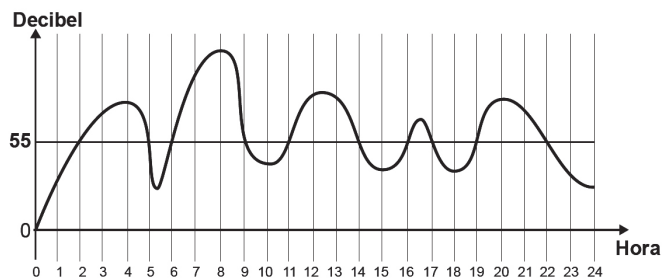
○ 45. (ENEM) A quantidade x de peças, em milhar, produzidas e o faturamento y , em milhar de real, de uma empresa estão representados nos gráficos, ambos em função do número t de horas trabalhadas por seus funcionários.



O número de peças que devem ser produzidas para se obter um faturamento de R\$ 10.000,00 é:

- a) 2.000
- b) 2.500
- c) 40.000
- d) 50.000
- e) 200.000

○ 46. (ENEM) A exposição a barulhos excessivos, como os que percebemos em geral em tráfegos intensos, casas noturnas e espetáculos musicais, podem provocar insônia, estresse, infarto, perda de audição, entre outras enfermidades. De acordo com a Organização Mundial da Saúde, todo e qualquer som que ultrapasse os 55 decibéis (unidade de intensidade do som) já pode ser considerado nocivo para a saúde. O gráfico foi elaborado a partir da medição do ruído produzido, durante um dia, em um canteiro de obras.



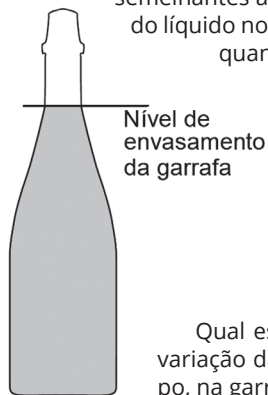
Disponível em: www.revistaencontro.com.br. Acesso em: 12 ago. 2020 (adaptado).

Nesse dia, durante quantas horas o ruído esteve acima de 55 decibéis?

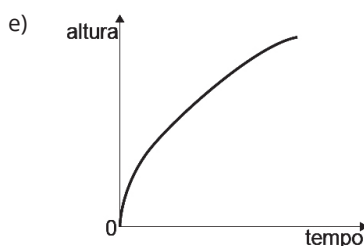
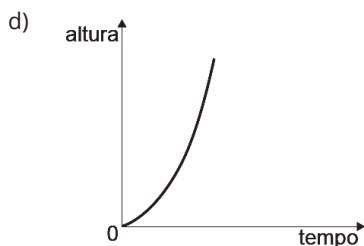
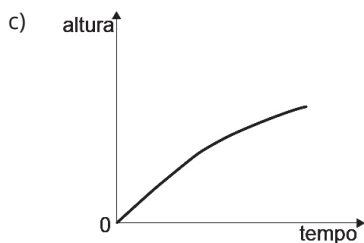
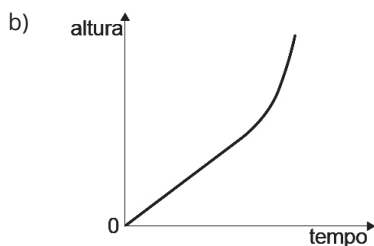
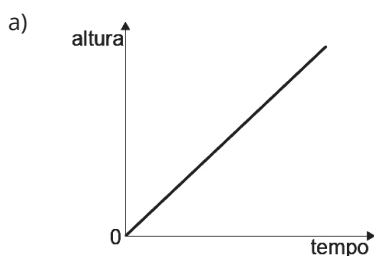
- a) 5
- b) 8
- c) 10
- d) 11
- e) 13



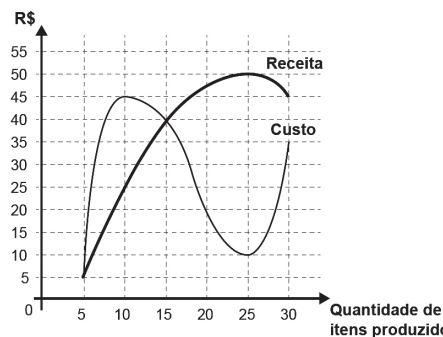
○ 47. (ENEM) O consumo de espumantes no Brasil tem aumentado nos últimos anos. Uma das etapas do seu processo de produção consiste no envasamento da bebida em garrafas semelhantes às da imagem. Nesse processo, a vazão do líquido no interior da garrafa é constante e cessa quando atinge o nível de envasamento.



Qual esboço de gráfico melhor representa a variação da altura do líquido em função do tempo, na garrafa indicada na imagem?

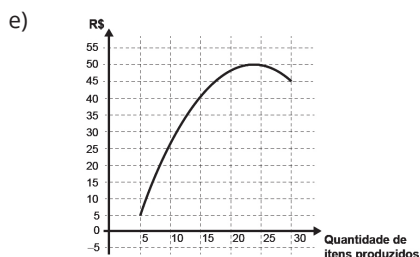
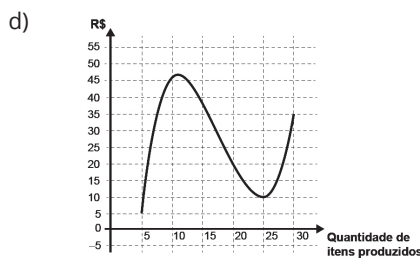
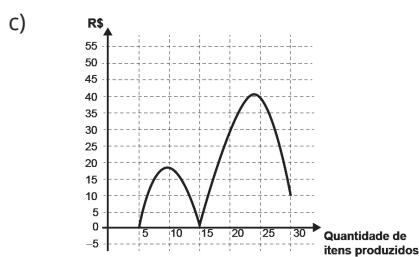
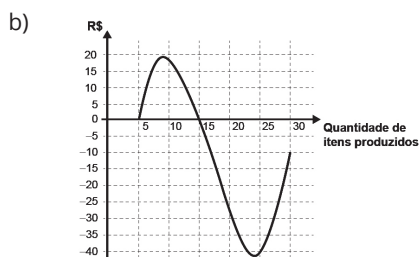
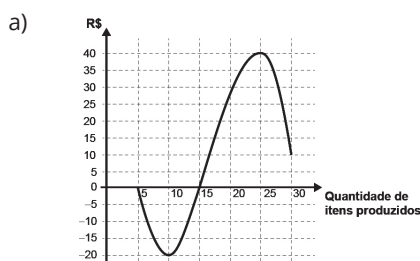


○ 48. (ENEM) Um administrador resolve estudar o lucro de sua empresa e, para isso, traça o gráfico da receita e do custo de produção de seus itens, em real, em função da quantidade de itens produzidos.

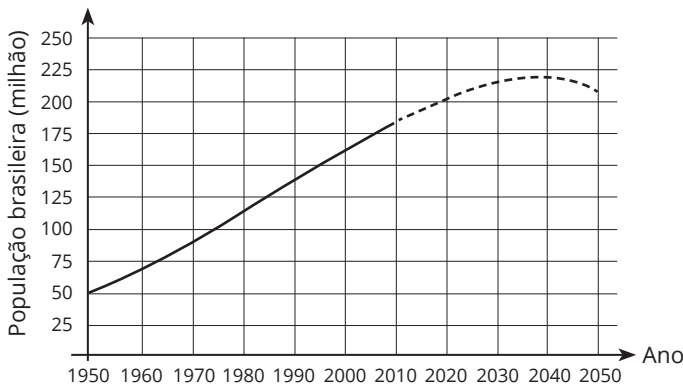


O lucro é determinado pela diferença: Receita – Custo.

O gráfico que representa o lucro dessa empresa, em função da quantidade de itens produzidos, é:



○ 49. (ENEM) Prever a dinâmica populacional de um país é de extrema importância, pois com esse conhecimento as políticas públicas em saúde, educação, habitação e infraestrutura poderão ser executadas sem atraso e de forma eficiente. A linha cheia no gráfico mostra a evolução da população brasileira desde 1950 até 2010, e a extrapolação (previsão) até o ano 2050, representada pela linha tracejada, foi feita com base nos censos demográficos realizados até 2010.

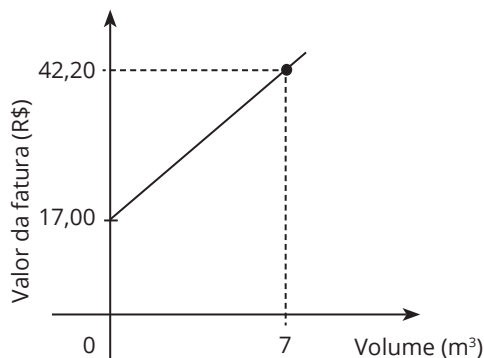


Fonte: IBGE. Projeção da população do Brasil, 2010.

Pelo gráfico apresentado, o intervalo em que se observa aumento da população é:

- a) 1950 a 2010.
- b) 1950 a 2040.
- c) 1950 a 2050.
- d) 2010 a 2040.
- e) 2040 a 2050.

○ 50. (ENEM) Uma fatura mensal de água é composta por uma taxa fixa, independentemente do gasto, mais uma parte relativa ao consumo de água, em metro cúbico. O gráfico relaciona o valor da fatura com o volume de água gasto em uma residência no mês de novembro, representando uma semirreta.

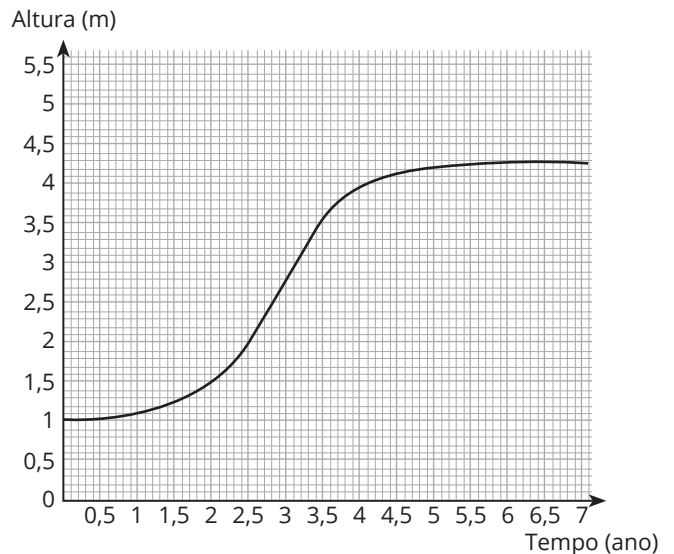


Observa-se que, nesse mês, houve um consumo de 7 m³ de água. Sabe-se que, em dezembro, o consumo de água nessa residência, em metro cúbico, dobrou em relação ao mês anterior.

O valor da fatura referente ao consumo no mês de dezembro nessa residência foi:

- a) superior a R\$ 65,00 e inferior a R\$ 70,00.
- b) superior a R\$ 80,00 e inferior a R\$ 85,00.
- c) superior a R\$ 90,00 e inferior a R\$ 95,00.
- d) superior a R\$ 95,00.
- e) inferior a R\$ 55,00.

○ 51. (ENEM) O gráfico apresenta a evolução do crescimento de uma determinada árvore, plantada a partir de uma muda com 1 metro de altura. Nessa evolução, a altura da árvore, em metro, é descrita em função do tempo, medido em ano.



No período de 1 ano, contado a partir do instante em que a árvore tinha dois anos e meio de plantio, a variação da altura dessa árvore, em metro, teve valor compreendido entre:

- a) 0,55 e 0,65.
- b) 0,65 e 0,75.
- c) 1,05 e 1,15.
- d) 1,25 e 1,35.
- e) 1,45 e 1,55.

○ 52. (ENEM) Uma microempresa especializou-se em produzir um tipo de chaveiro personalizado para brindes. O custo de produção de cada unidade é de R\$ 0,42 e são comercializados em pacotes com 400 chaveiros, que são vendidos por R\$ 280,00. Além disso, essa empresa tem um custo mensal fixo de R\$ 12.800,00 que não depende do número de chaveiros produzidos.

Qual é o número mínimo de pacotes de chaveiros que devem ser vendidos mensalmente para que essa microempresa não tenha prejuízo no mês?

- a) 26
- b) 46
- c) 109
- d) 114
- e) 115



○ 53. (ENEM) Provedores de conteúdos postam anúncios de empresas em seus *websites*. O provedor A cobra R\$ 0,10 por clique feito no anúncio, além do pagamento de uma taxa de contratação de R\$ 50,00. O provedor B cobra uma taxa de contratação por anúncio mais atrativa, no valor de R\$ 20,00, mais um valor por clique feito no anúncio. Para um anúncio que receberá 100 cliques, o provedor B fixará uma proposta com um valor a ser cobrado por clique, de modo que venha a receber, pelo menos, o mesmo total que receberia o provedor A.

O gerente do provedor B deve avaliar os valores por clique a serem fixados.

O valor mínimo que o gerente do provedor B deverá escolher é:

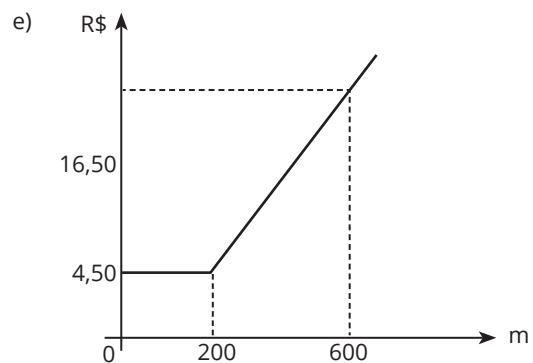
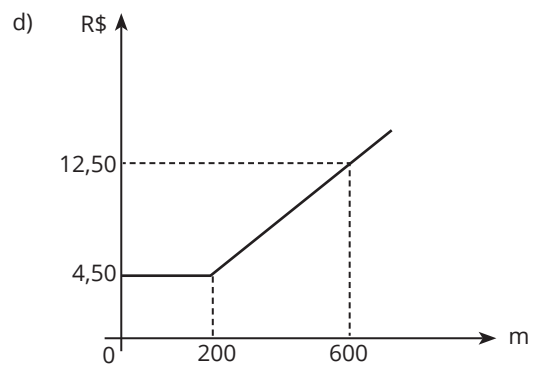
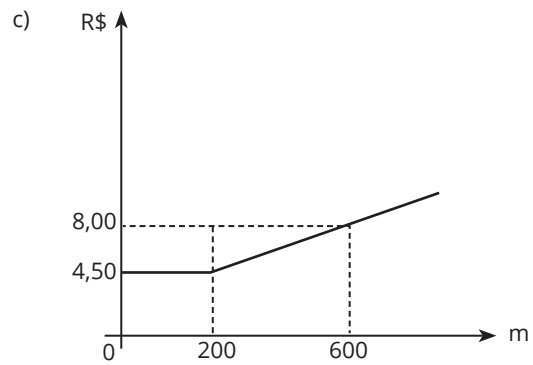
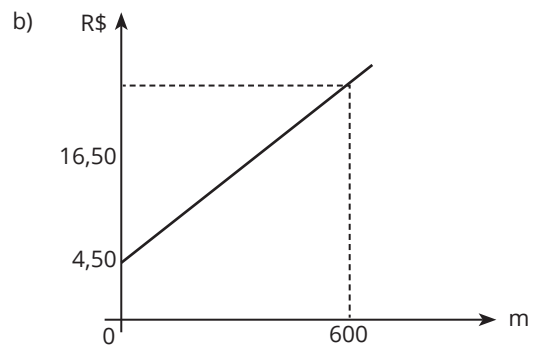
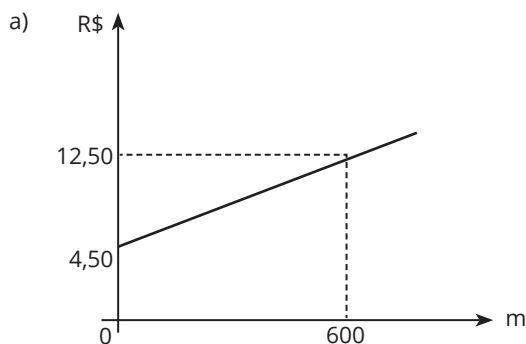
- a) R\$ 0,11
- b) R\$ 0,14
- c) R\$ 0,30
- d) R\$ 0,40
- e) R\$ 0,41

○ 54. (ENEM) O valor cobrado por uma corrida de táxi é calculado somando-se a bandeirada, um valor fixo que é cobrado em qualquer corrida, a um valor variável que depende da distância percorrida.

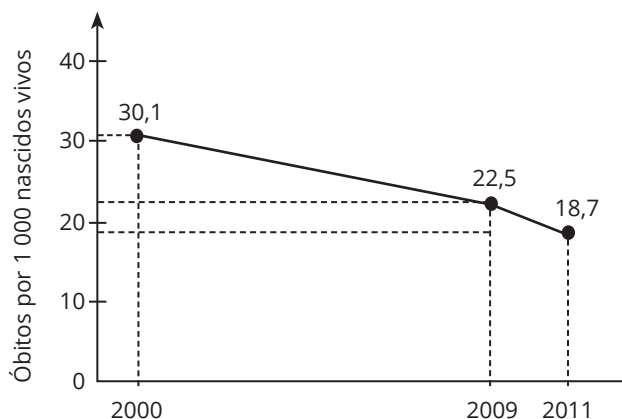
Uma empresa de táxi cobra pela bandeirada o valor de R\$ 4,50. Para corridas de até 200 metros, é cobrada somente a bandeirada, e para corridas superiores a 200 metros é cobrado o valor de R\$ 0,02 para cada metro adicional percorrido.

Para analisar o valor cobrado, em real, em função da distância percorrida, em metro, a empresa elaborou um gráfico, com uma simulação para uma distância de 600 metros.

O gráfico que representa o valor da corrida, em real, em função da distância percorrida, em metro:



○ 55. (ENEM) A taxa de mortalidade infantil vem decaindo a cada ano no Brasil. O gráfico, gerado a partir de dados do IBGE, apresenta a evolução da taxa de mortalidade infantil (número de óbitos para cada 1 000 nascidos vivos) de crianças com até 5 anos, no Brasil, no período de 2000 a 2011.



Considere que, para os próximos anos, o decréscimo anual médio do número de óbitos para cada 1 000 nascidos vivos registrado, no período de 2009 a 2011, será mantido.

A partir das informações fornecidas, a taxa de mortalidade infantil de crianças com até 5 anos tornar-se-á inferior a 10 no período de:

- a) 2011 a 2012.
- b) 2012 a 2013.
- c) 2013 a 2014.
- d) 2015 a 2016.
- e) 2017 a 2018.

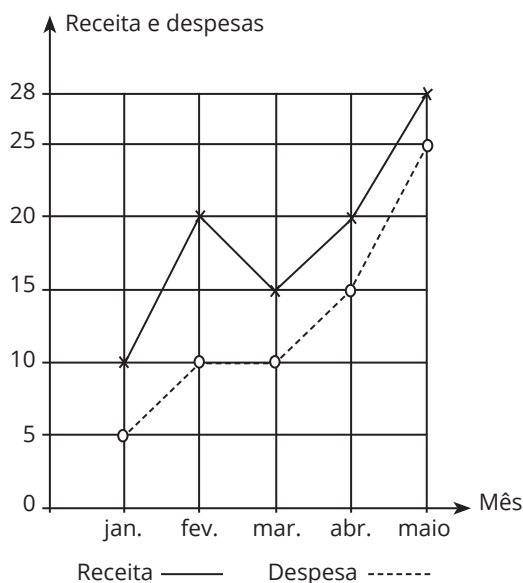
○ 56. (ENEM) Para aumentar a arrecadação de seu restaurante que cobra por quilograma, o proprietário contratou um cantor e passou a cobrar dos clientes um valor fixo de couvert artístico, além do valor da comida. Depois, analisando as planilhas do restaurante, verificou-se em um dia que 30 clientes consumiram um total de 10 kg de comida em um período de 1 hora, sendo que dois desses clientes pagaram R\$ 50,00 e R\$ 34,00 e consumiram 500 g e 300 g, respectivamente.

Qual foi a arrecadação obtida pelo restaurante nesse período de 1 hora, em real?

- a) 800,00.
- b) 810,00.
- c) 820,00.
- d) 1 100,00.
- e) 2 700,00.

○ 57. (ENEM) A receita R de uma empresa ao final de um mês é o volume de dinheiro captado com a venda de mercadorias ou com a prestação de serviços nesse mês, e a despesa D é todo o dinheiro utilizado para pagamento de salários, contas de água e luz, impostos, entre outros. O lucro mensal obtido ao final do mês é a diferença entre a receita e a despesa registradas no mês. O gráfico apresenta as receitas e despesas, em milhão de real, de uma empresa ao final dos cinco primeiros meses de um dado ano.

A previsão para os próximos meses é que o lucro mensal não



seja inferior ao maior lucro obtido até o mês de Maio.

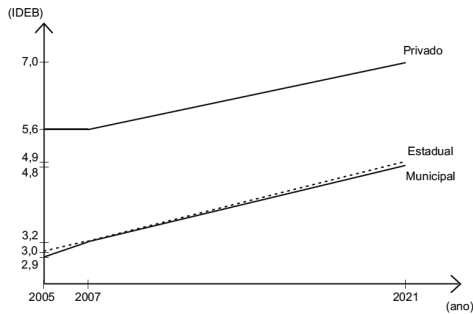
Nessas condições, o lucro mensal para os próximos meses deve ser maior ou igual ao do mês de:

- a) Janeiro.
- b) Fevereiro.
- c) Março.
- d) Abril.
- e) Maio.

Anotações:



○ 58. (UFSM) O gráfico a seguir, obtido a partir dos dados do Inep, mostra os resultados obtidos em 2005 e 2007 e as metas para 2021 do IDEB no Ensino Médio.



Sobre esses dados, são feitas as seguintes afirmações:

- I. Entre 2005 e 2007, as escolas municipais tiveram taxa de crescimento no IDEB maior que a das escolas estaduais.
- II. A taxa de crescimento no IDEB das escolas privadas, prevista no período de 2007 a 2021, é de 0,1 pontos ao ano.
- III. O IDEB a ser atingido em 2014 pelas escolas municipais é menor que o índice a ser atingido pelas escolas estaduais.

Está(ão) correta(s)

- a) apenas I.
- b) apenas II.
- c) apenas I e III.
- d) apenas II e III.
- e) I, II e III.

○ 59. (UFSM)

MINISTÉRIO DA CULTURA
Orçamento maior

(...)

O orçamento do Ministério da Cultura será maior em 2009. A Lei Orçamentária da União (LOA) foi aprovada na última semana pelo Congresso Nacional e reservou ao MinC um total de R\$ 1,35 bilhão contra R\$ 1,15 bilhão aprovado em 2008. Dentro do valor aprovado para o próximo ano, cerca de R\$ 220 milhões estão reservados para investimentos. (...)

<http://www.cultura.gov.br/site/2008/12/23/orcamento-2009/print> - 16/02/2009

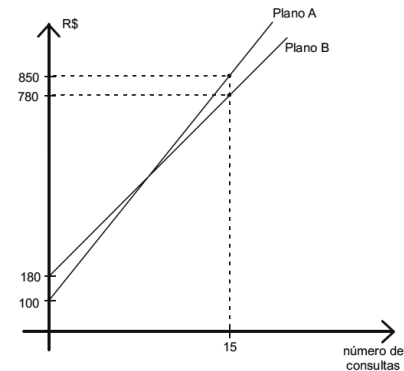
Baseando-se nos dados, afirma-se o seguinte:

- I. O orçamento aprovado para o MinC em 2009 teve um acréscimo de 200 milhões em relação ao orçamento aprovado em 2008.
- II. A função afim $f(t)$, que representa o orçamento (em bilhões) em função do tempo t , com $t = 0$ correspondendo a 2008, pode ser expressa por $f(t) = 1,15 + 0,2t$.
- III. Se for mantido pelos próximos anos o crescimento de 2008-2009, o orçamento para 2012 será maior que 2 bilhões.

Está(ão) correta(s)

- a) apenas I.
- b) apenas III.
- c) apenas I e II.
- d) apenas II e III.
- e) I, II e III.

○ 60. (UFSM) Uma pessoa vai escolher um plano de saúde familiar para o período de um ano entre duas opções: plano A e plano B. Ambos os planos cobram uma anuidade e, para cada consulta, um preço fixo, conforme a figura.



A partir da análise dos gráficos, afirma-se:

- I. Com referência ao plano A, o custo (em R\$), em função do número de consultas, é dado por $f_A(x) = 50x + 100$.
- II. Se o orçamento familiar previsto para ser usado com o plano de saúde é de R\$ 700,00, então o número máximo de consultas, se for utilizado o plano mais vantajoso, é de 13 consultas.
- III. Se o número de consultas for igual a 9, os dois planos são equivalentes, isto é, apresentam o mesmo custo.

Está(ão) correta(s)

- a) apenas I.
- b) apenas III.
- c) apenas I e II.
- d) apenas II e III.
- e) I, II e III.

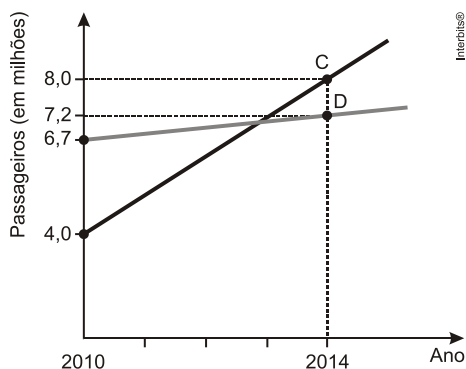
○ 61. (UFSM) De acordo com dados da UNEP - Programa das Nações Unidas para o Meio Ambiente, a emissão de gases do efeito estufa foi de 45 bilhões de toneladas de CO_2 em 2005 e de 49 bilhões de toneladas em 2010. Se as emissões continuarem crescendo no mesmo ritmo atual, a emissão projetada para 2020 é de 58 bilhões de toneladas. Porém, para garantir que a temperatura do planeta não suba mais que 2°C até 2020, a meta é reduzir as emissões para 44 bilhões de toneladas. Suponha que a meta estabelecida para 2020 seja atingida e considere que Q e t representam, respectivamente, a quantidade de gases do efeito estufa (em bilhões de toneladas) e o tempo (em anos), com $t=0$ correspondendo a 2010, com $t=1$ correspondendo a 2011 e assim por diante, sendo Q uma função afim de t . A expressão algébrica que relaciona essas quantidades é

- a) $Q = -\frac{9}{10}t + 45$.
- b) $Q = -\frac{1}{2}t + 49$.
- c) $Q = -5t + 49$.
- d) $Q = \frac{1}{2}t + 45$.
- e) $Q = \frac{9}{10}t + 49$.



○ 62. (UFSM) Os aeroportos brasileiros serão os primeiros locais que muitos dos 600 mil turistas estrangeiros, estimados para a Copa do Mundo FIFA 2014, conhecerão no Brasil. Em grande parte dos aeroportos, estão sendo realizadas obras para melhor receber os visitantes e atender a uma forte demanda decorrente da expansão da classe média brasileira.

Fonte: Disponível em <http://www.copa2014.gov.br>. Acesso em: 7 jun. 2012. (adaptado)



O gráfico mostra a capacidade (C), a demanda (D) de passageiros/ano em 2010 e a expectativa/projeção para 2014 do Aeroporto Salgado Filho (Porto Alegre, RS), segundo dados da Infraero – Empresa Brasileira de Infraestrutura Aeronáutica.

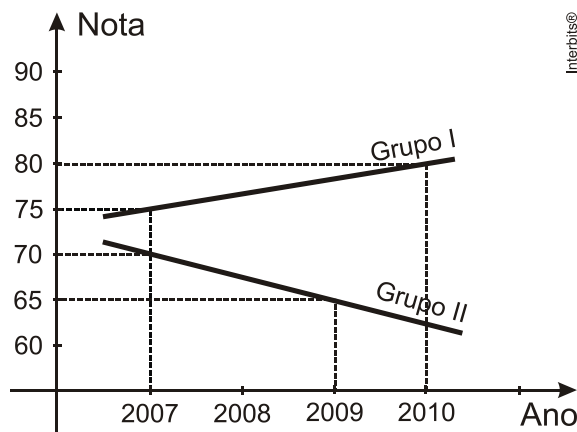
De acordo com os dados fornecidos no gráfico, o número de passageiros/ano, quando a demanda (D) for igual à capacidade (C) do terminal, será, aproximadamente, igual a

- a) sete milhões, sessenta mil e seiscentos
- b) sete milhões, oitenta e cinco mil e setecentos
- c) sete milhões, cento e vinte e cinco mil
- d) sete milhões, cento e oitenta mil e setecentos
- e) sete milhões, cento e oitenta e seis mil

○ 63. (UFSM) Em uma academia de ginástica, o salário mensal de um professor é de R\$ 800,00. Além disso, ele ganha R\$ 20,00 por mês, por cada aluno inscrito em suas aulas. Para receber R\$ 2.400,00 por mês, quantos alunos devem estar matriculados em suas aulas?

- a) 40
- b) 50
- c) 60
- d) 70
- e) 80

GRÁFICO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES



○ 64. (UFSM) O gráfico acima mostra a evolução das notas em Matemática de dois grupos de estudantes, denominados grupo I e grupo II.

Analisando o gráfico e considerando o período de 2007 a 2010, é possível afirmar:

- a) Os dois grupos melhoraram as notas
- b) A nota do grupo I, em 2008, foi 80
- c) A nota do grupo I aumentou de 2008 a 2009 e diminuiu de 2009 a 2010
- d) A nota do grupo II não sofreu alteração
- e) A nota do grupo I aumentou, enquanto a nota do grupo II diminuiu

○ 65. (UFSM) Em relação ao gráfico, considerando 2007 como $x = 1$, 2008 como $x = 2$ e assim, sucessivamente, a função afim $y = ax + b$ que melhor expressa a evolução das notas em Matemática do grupo II é

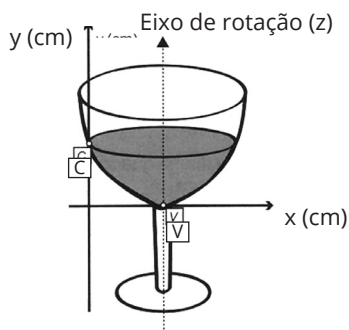
- a) $y = \frac{5}{2}x + \frac{145}{2}$
- b) $y = -\frac{5}{2}x + \frac{145}{2}$
- c) $y = -\frac{2}{5}x - \frac{145}{2}$
- d) $y = \frac{2}{5}x + \frac{145}{2}$
- e) $y = -5x - 145$



HABILIDADES À PROVA 5

» Função Quadrática

○ 1. (ENEM) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z , conforme mostra a figura.



A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$, em que C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V , na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x .

Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é:

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 5
- e) 6

○ 2. (ENEM) Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número f de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que t é expresso em dia e $t = 0$ é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia.

A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1.600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer.

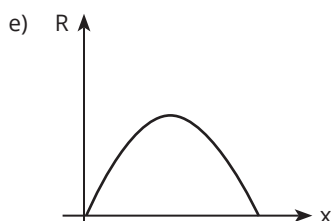
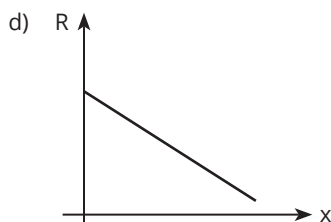
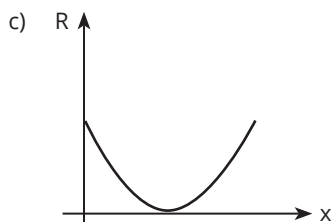
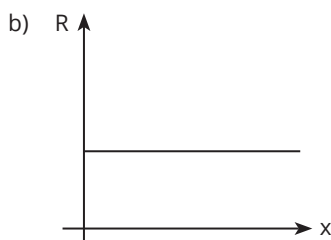
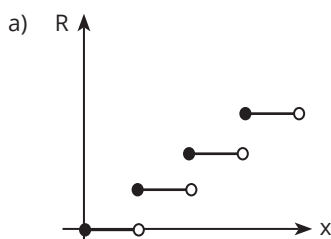
A segunda dedetização começou no:

- a) 19º dia.
- b) 20º dia.
- c) 29º dia.
- d) 30º dia.
- e) 60º dia.

Instrução: Para responder às questões 3 e 4, leia o texto abaixo.

Um boato tem um público-alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral, essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que conhecem o boato e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não o conhecem. Em outras palavras, sendo R a rapidez de propagação, P o público-alvo e x o número de pessoas que conhecem o boato, tem-se: $R(x) = k \cdot x \cdot (P - x)$, em que k é uma constante positiva característica do boato.

○ 3. (ENEM) O gráfico cartesiano que melhor representa a função $R(x)$, para x real, é:



○ 4. (ENEM) Considerando o modelo descrito, se o público-alvo é de 44.000 pessoas, então a máxima rapidez de propagação ocorrerá quando o boato for conhecido por um número de pessoas igual a:

- a) 11.000
- b) 22.000
- c) 33.000
- d) 38.000
- e) 44.000

○ 5. (ENEM) Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão $L(x) = -x^2 + 12x - 20$, em que x representa a quantidade de bonés contidos no pacote. A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo lucro máximo. Para obter o lucro máximo nas vendas, os pacotes devem conter uma quantidade de bonés igual a:

- a) 4
- b) 6
- c) 9
- d) 10
- e) 14

○ 6. (ENEM) Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra, um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola:

$$y = 9 - x^2, \text{ sendo } x \text{ e } y \text{ medidos em metros.}$$

Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a $\frac{2}{3}$ da área do retângulo, cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel.

Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

- a) 18
- b) 20
- c) 36
- d) 45
- e) 54



○ 7. (ENEM) A empresa WQTU Cosmético vende um determinado produto x , cujo custo de fabricação de cada unidade é dado por $3x^2 + 232$, e seu valor de venda é expresso pela função $180x - 116$. A empresa vendeu 10 unidades do produto x , contudo ela deseja saber quantas unidades precisa vender para obter lucro máximo.

A quantidade máxima de unidades a serem vendidas pela empresa WQTU para a obtenção do maior lucro é:

- a) 10
- b) 30
- c) 58
- d) 116
- e) 232

○ 8. (ENEM 2022) Ao analisar os dados de uma epidemia em uma cidade, peritos obtiveram um modelo que avalia a quantidade de pessoas infectadas a cada mês, ao longo de um ano. O modelo é dado por $p(t) = -t^2 + 10t + 24$, sendo t um número natural, variando de 1 a 12, que representa os meses do ano, e $p(t)$ a quantidade de pessoas infectadas no mês t do ano. Para tentar diminuir o número de infectados no próximo ano, a Secretaria Municipal de Saúde decidiu intensificar a propaganda oficial sobre os cuidados com a epidemia. Foram apresentadas cinco propostas (I, II, III, IV e V), com diferentes períodos de intensificação das propagandas:

- I: $1 \leq t \leq 2$;
- II: $3 \leq t \leq 4$;
- III: $5 \leq t \leq 6$;
- IV: $7 \leq t \leq 9$;
- V: $10 \leq t \leq 12$.

A sugestão dos peritos é que seja escolhida a proposta cujo período de intensificação da propaganda englobe o mês em que, segundo o modelo, há a maior quantidade de infectados. A sugestão foi aceita.

A proposta escolhida foi a:

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) IV.
- e) V.

Anotações:



○ 9. (ENEM) A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal dessa abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.

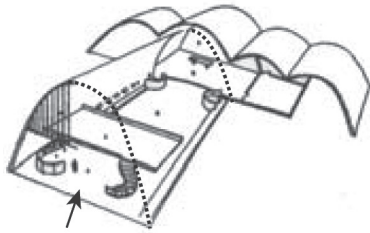


Figura 1

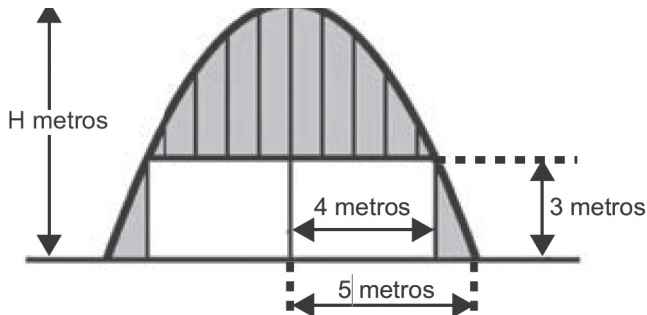
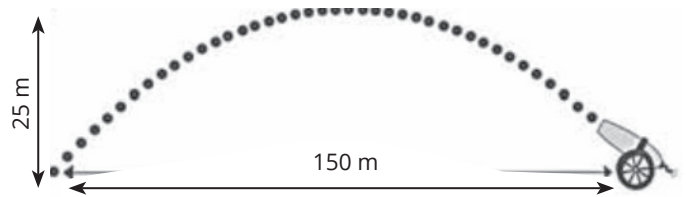


Figura 2

Qual a medida da altura H, em metro, indicada na Figura 2?

- a) $\frac{16}{3}$
- b) $\frac{31}{5}$
- c) $\frac{25}{4}$
- d) $\frac{25}{3}$
- e) $\frac{75}{2}$

○ 10. (ENEM) Um projétil é lançado por um canhão e atinge o solo a uma distância de 150 metros do ponto de partida. Ele percorre uma trajetória parabólica, e a altura máxima que atinge em relação ao solo é de 25 metros.



Admita um sistema de coordenadas xy em que, no eixo vertical y , está representada a altura e , no eixo horizontal x , está representada a distância, ambas em metro. Considere que o canhão está no ponto $(150; 0)$ e que o projétil atinge o solo no ponto $(0; 0)$ do plano xy .

A equação da parábola que representa a trajetória descrita pelo projétil é:

- a) $y = 150x - x^2$
- b) $y = 3.750x - 25x^2$
- c) $75y = 300x - 2x^2$
- d) $125y = 450x - 3x^2$
- e) $225y = 150x - x^2$

○ 11. (ENEM) Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam muito difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f , de grau menor que 3, para alterar as notas x da prova para notas $y = f(x)$, da seguinte maneira:

- A nota zero permanece zero.
- A nota 10 permanece 10.
- A nota 5 passa a ser 6.

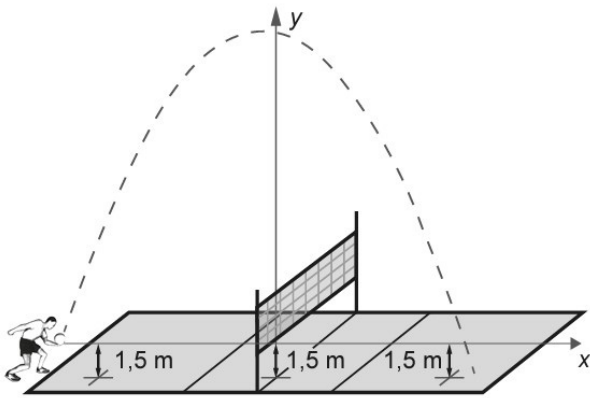
A expressão da função $y = f(x)$ a ser utilizada pelo professor é:

- a) $y = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$
- b) $y = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$
- c) $y = \frac{1}{24}x^2 + \frac{7}{12}x$
- d) $y = \frac{4}{5}x + 2$
- e) $y = x$



○ **12. (ENEM 2022)** Em jogos de voleibol, um saque é invalidado se a bola atingir o teto do ginásio onde ocorre o jogo. Um jogador de uma equipe tem um saque que atinge uma grande altura. Seu recorde foi quando a batida do saque se iniciou a uma altura de 1,5 m do piso da quadra, e a trajetória da bola foi descrita pela

parábola $y = -\frac{x^2}{6} - \frac{7x}{3} + 12$, em que y representa a altura da bola em relação ao eixo x (das abscissas) que está localizado a 1,5 m do piso da quadra, como representado na figura. Suponha que em todas as partidas algum saque desse jogador atinja a mesma altura do seu recorde.



A equipe desse jogador participou de um torneio de voleibol no qual jogou cinco partidas, cada uma delas em um ginásio diferente. As alturas dos tetos desses ginásios, em relação aos pisos das quadras, são:

- ginásio I: 17 m;
- ginásio II: 18 m;
- ginásio III: 19 m;
- ginásio IV: 21 m;
- ginásio V: 40 m.

O saque desse atleta foi invalidado:

- a) apenas no ginásio I.
- b) apenas nos ginásios I e II.
- c) apenas nos ginásios I, II e III.
- d) apenas nos ginásios I, II, III e IV.
- e) em todos os ginásios.

○ **13. (ENEM)** Uma empresa de chocolates consultou o gerente de produção e verificou que existem cinco tipos diferentes de barras de chocolate que podem ser produzidas, com os seguintes preços no mercado:

- Barra I: R\$ 2,00;
- Barra II: R\$ 3,50;
- Barra III: R\$ 4,00;
- Barra IV: R\$ 7,00;
- Barra V: R\$ 8,00.

Analisando as tendências do mercado, que incluem a quantidade vendida e a procura pelos consumidores, o gerente de vendas da empresa verificou que o lucro L com a venda de barras de chocolate é expresso pela função $L(x) = -x^2 + 14x - 45$, em que x representa o preço da barra de chocolate.

A empresa decide investir na fabricação da barra de chocolate cujo preço praticado no mercado renderá o maior lucro.

Nessas condições, a empresa deverá investir na produção da barra:

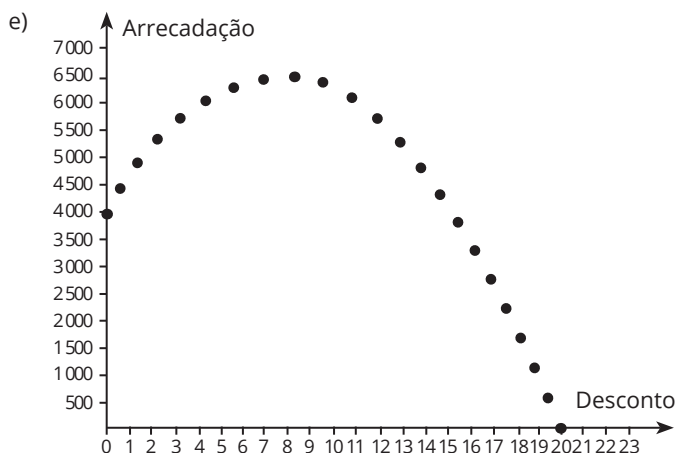
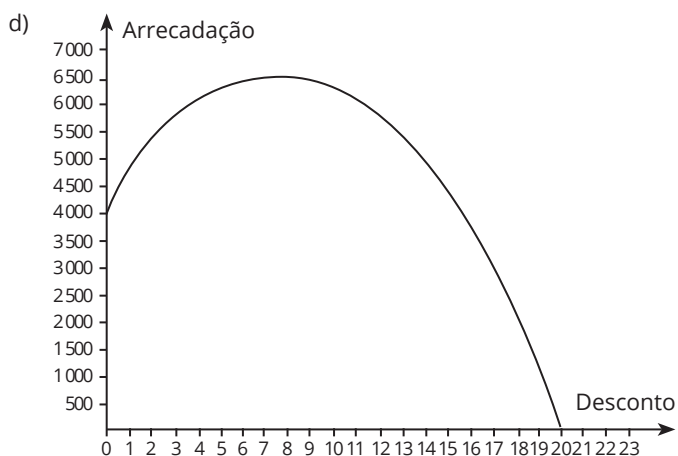
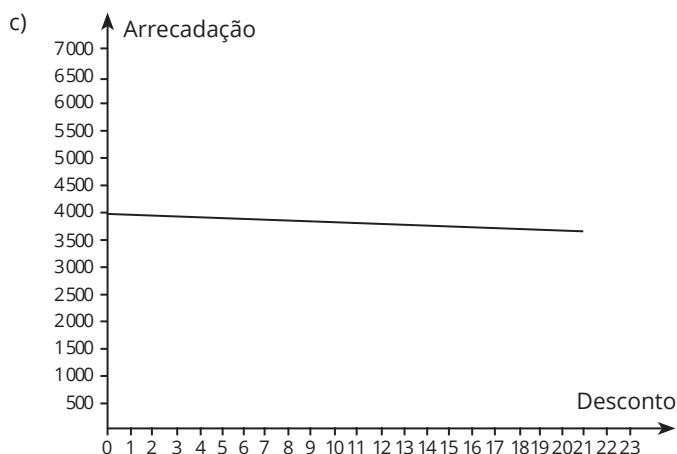
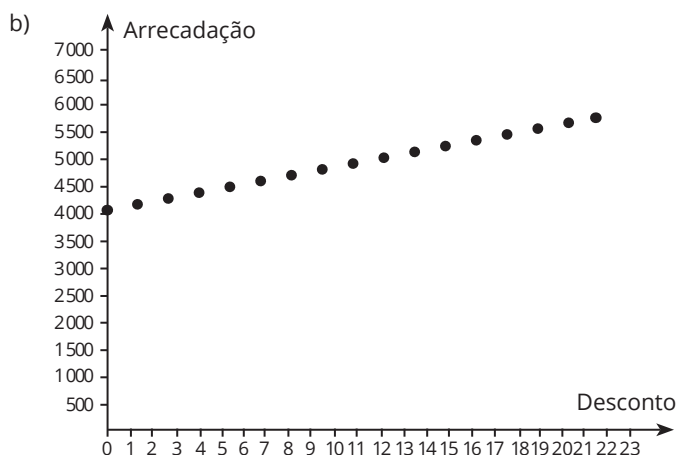
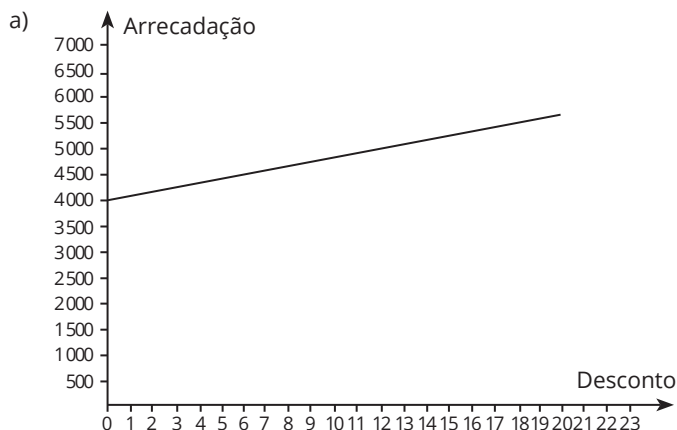
- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) IV.
- e) V.

Anotações:



○ 14. (ENEM) O administrador de um teatro percebeu que, com o ingresso do evento a R\$20,00, um show conseguia atrair 200 pessoas e que, a cada R\$1,00 de redução no preço do ingresso, o número de pessoas aumentava em 40. Ele sabe que os donos do teatro só admitem trabalhar com valores inteiros para os ingressos, pela dificuldade de disponibilizar troco, e pretende convencê-los a diminuir o preço do ingresso. Assim, apresentará um gráfico da arrecadação em função do valor do desconto no preço atual do ingresso.

O gráfico que mais se assemelha ao que deve ser elaborado pelo administrador é:



○ 15. (ENEM) Em um ano, uma prefeitura apresentou o relatório de gastos públicos realizados pelo município. O documento mostra que foram gastos 72 mil reais no mês de janeiro (mês 1), que o maior gasto mensal ocorreu no mês de agosto (mês 8) e que a prefeitura gastou 105 mil reais no mês de dezembro (mês 12).

A curva que modela esses gastos é a parábola $y = T(x)$, com x sendo o número correspondente ao mês e $T(x)$, em milhar de real. A expressão da função cujo gráfico é o da parábola descrita é

a) $T(x) = -x^2 + 16x + 57$

b) $T(x) = -\frac{11}{16}x^2 + 11x + 72$

c) $T(x) = \frac{3}{5}x^2 - \frac{24}{5}x + \frac{381}{5}$

d) $T(x) = -x^2 - 16x + 87$

e) $T(x) = \frac{11}{16}x^2 - \frac{11}{2}x + 72$



○ 16. (ENEM) No desenvolvimento de um novo remédio, pesquisadores monitoram a quantidade de uma substância circulando na corrente sanguínea de um paciente, ao longo do tempo t . Esses pesquisadores controlam o processo, observando que Q é uma função quadrática de t . Os dados coletados nas duas primeiras horas foram:

t (hora)	0	1	2
Q (miligrama)	1	4	6

Para decidir se devem interromper o processo, evitando riscos ao paciente, os pesquisadores querem saber, antecipadamente, a quantidade da substância que estará circulando na corrente sanguínea desse paciente após uma hora do último dado coletado. Nas condições expostas, essa quantidade (em miligrama) será igual a

- a) 4
- b) 7
- c) 8
- d) 9
- e) 10

○ 17. (ENEM) Nos processos industriais, como na indústria de cerâmica, é necessário o uso de fornos capazes de produzir elevadas temperaturas e, em muitas situações, o tempo de elevação dessa temperatura deve ser controlado, para garantir a qualidade do produto final e a economia no processo. Em uma indústria de cerâmica, o forno é programado para elevar a temperatura ao longo do tempo de acordo com a função

$$T(t) = \begin{cases} \frac{7}{5}t + 20, & \text{para } 0 \leq t < 100 \\ \frac{2}{125}t^2 - \frac{16}{5}t + 320, & \text{para } t \geq 100 \end{cases}$$

em que T é o valor da temperatura atingida pelo forno, em graus Celsius, e t é o tempo, em minutos, decorrido desde o instante em que o forno é ligado. Uma peça deve ser colocada nesse forno quando a temperatura for 48°C e retirada quando a temperatura for 200°C . O tempo de permanência dessa peça no forno é, em minutos, igual a

- a) 100
- b) 108
- c) 128
- d) 130
- e) 150

○ 18. (ENEM) Um estudante está pesquisando o desenvolvimento de certo tipo de bactéria. Para essa pesquisa, ele utiliza uma estufa para armazenar as bactérias. A temperatura no interior dessa estufa, em graus Celsius, é dada pela expressão

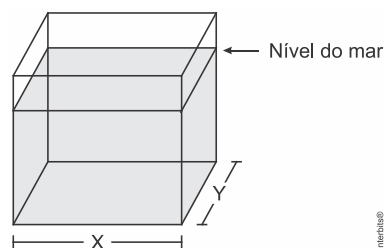
$T(h) = -h^2 + 22h - 85$, em que h representa as horas do dia. Sabe-se que o número de bactérias é o maior possível quando a estufa atinge sua temperatura máxima e, nesse momento, ele deve retirá-las da estufa. A tabela associa intervalos de temperatura, em graus Celsius, com as classificações: muito baixa, baixa, média, alta e muito alta.

Intervalos de temperatura ($^\circ\text{C}$)	Classificação
$T < 0$	Muito baixa
$0 \leq T \leq 17$	Baixa
$17 < T < 30$	Média
$30 \leq T \leq 43$	Alta
$T > 43$	Muito alta

Quando o estudante obtém o maior número possível de bactérias, a temperatura no interior da estufa está classificada como

- a) muito baixa
- b) baixa
- c) média
- d) alta
- e) muito alta

○ 19. (ENEM) Viveiros de lagostas são construídos, por cooperativas locais de pescadores, em formato de prismas reto-retangulares, fixados ao solo e com telas flexíveis de mesma altura, capazes de suportar a corrosão marinha. Para cada viveiro a ser construído, a cooperativa utiliza integralmente 100 metros lineares dessa tela, que é usada apenas nas laterais



Quais devem ser os valores de X e de Y , em metro, para que a área da base do viveiro seja máxima?

- a) 1 e 49
- b) 1 e 99
- c) 10 e 10
- d) 25 e 25
- e) 50 e 50

○ 20. (ENEM) Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R\$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R\$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros.

Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R\$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é

- a) $V = 10.000 + 50x - x^2$
- b) $V = 10.000 + 50x + x^2$
- c) $V = 15.000 - 50x - x^2$
- d) $V = 15.000 + 50x - x^2$
- e) $V = 15.000 - 50x + x^2$

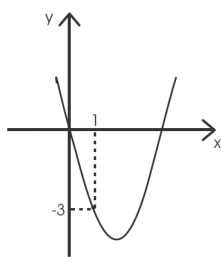


○ 21. (UFSM) Uma empresa que elabora material para panfletagem (santinhos) tem um lucro, em reais, que é dado pela lei $L(x) = -x^2 + 10x - 16$, onde x é a quantidade vendida em milhares de unidades. Assim, a quantidade em milhares de unidades que deverá vender, para que tenha lucro máximo, é

- a) 9
- b) 8
- c) 7
- d) 6
- e) 5

○ 22. (UFSM) Sejam f e g funções tais que, para cada número real x , $f(x) = x^2$ e $g(x) = f(x + m) - m^2$. O gráfico de g é uma parábola, representada na figura. Então, o valor de "m" é

- a) -2
- b) -1
- c) 1
- d) 2
- e) 3



○ 23. (UFSM) Após uma campanha publicitária, as vendas de um produto frequentemente aumentam e, após algum tempo, diminuem. Suponha que o número de unidades vendidas diariamente, após transcorridos t dias do fim da campanha, seja dado por $f(t) = -2t^2 + 100t + 100$.

Então é correto afirmar que

- a) a função f é sempre decrescente.
- b) a função f é crescente para $t > 25$.
- c) o valor de $\frac{f(10) - f(0)}{10}$ é igual a 100.
- d) a função f nunca se anula.
- e) o valor máximo de f é de 1.350 unidades.

○ 24. (UFSM) Segundo dados da UNESCO, o número de pesquisadoras mulheres é inferior a 30%. Porém, por exemplo, em 2019, na biologia, 62,7% dos títulos de doutorado concedidos no Brasil foram para mulheres.

Uma das áreas que tem sido amplamente estudada tanto por biólogos quanto por matemáticos é a biomatemática. Um exemplo disso é o modelo matemático que descreve o percentual de ovos da Mariposa *Cydia Pomonella* que eclodem em função da temperatura. A lagarta dessa mariposa é conhecida popularmente como bicho da maçã.

Em condições de temperatura controlada, mostrou-se que a expressão Então é correto afirmar que

$$H(T) = -0,6T^2 + 27,6T - 221,4$$

descreve o percentual de ovos que eclodem em função da temperatura T , dada em graus Celsius, com $15 \leq T \leq 30$.

Fonte: <<https://matemabio.blogspot.com/p/funcao-quadratica.html>>. Acesso em: 30 maio 2023. (Adaptado)

A partir dos dados apresentados, considere as afirmativas a seguir.

- I. A temperatura na qual o maior percentual de ovos eclodem é $22,5^\circ \text{C}$.
- II. O maior percentual de ovos que eclodem é de 96%.
- III. O percentual de ovos que eclodem a 15°C é maior do que o percentual de ovos que eclodem a 30°C .

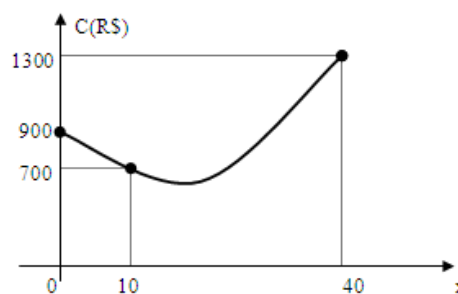
Está(ão) correta(s)

- a) apenas I
- b) apenas II
- c) apenas III
- d) apenas I e III
- e) apenas II e III

○ 25. (UFSM) Durante um passeio noturno de barco, diversão preferida de um grupo de jovens, surgiu uma situação de perigo, em que houve necessidade de disparar um sinalizador para avisar o restante do grupo que ficara no acampamento. A função que descreve o movimento do sinal luminoso é dada por $h(t) = 30t - 3t^2$, onde h é a altura do sinal em metros e t , o tempo decorrido em segundos, desde o disparo até o momento em que o sinalizador cai na água. Assim, a altura máxima atingida pelo sinalizador e o tempo decorrido até cair na água são, respectivamente

- a) 75 m e 10 s
- b) 75 m e 5 s
- c) 74 m e 10 s
- d) 74 m e 5 s
- e) 70 m e 5 s

○ 26. (UFSM)



Na produção de x unidades mensais de um certo produto, uma fábrica tem um custo, em reais, descrito pela função de 2º grau, representada parcialmente na figura. O custo mínimo é, em reais

- a) 500
- b) 645
- c) 660
- d) 675
- e) 690



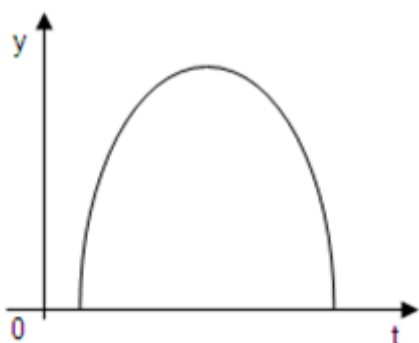
○ 27. (UFSM) A água é essencial para a vida e está presente na constituição de todos os alimentos. Em regiões com escassez de água, é comum a utilização de cisternas para a captação e armazenamento da água da chuva. Ao esvaziar um tanque contendo água da chuva, a expressão

$$V(t) = -\frac{1}{43200}t^2 + 3$$

representa o volume (em m³) de água presente no tanque no instante t (em minutos). Qual é o tempo, em horas, necessário para que o tanque seja esvaziado?

- a) 360
- b) 180
- c) 120
- d) 6
- e) 3

○ 28. (UFSM) Uma pessoa ingere uma certa substância que se concentra em seu cérebro. O gráfico a seguir mostra essa concentração em função do tempo t



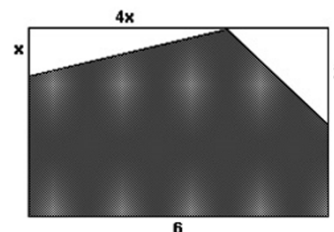
Admitindo que a concentração y seja dada por uma função quadrática $y = at^2 + bt + c$, é correto afirmar que

- a) $a > 0$ e $b^2 - 4ac > 0$.
- b) $a > 0$ e $b^2 - 4ac < 0$.
- c) $a < 0$ e $b^2 - 4ac > 0$.
- d) $a < 0$ e $b^2 - 4ac < 0$.
- e) $a \neq 0$ e $b^2 - 4ac = 0$

○ 29. (UFSM) Em uma partida de futebol a trajetória da bola ao ser batida uma falta do jogo, é tal que a sua altura h em metros, varia com o tempo t em segundos, de acordo com a equação $h = -t^2 + 10t$ com $0 \leq t \leq 10$. Então a afirmativa correta é

- a) A altura máxima atingida pela bola é de 25 m.
- b) A distância do local da falta até o local onde ela atinge o solo é 20m.
- c) o valor de t para o qual a bola atinge a sua altura máxima é maior que 5s.
- d) a bola nesse intervalo de tempo, atinge 3 vezes o solo.
- e) a bola começa a descer a partir de 6 s

○ 30. (UFSM) Na parede da sala de aula de Manolito, que tem 4m de altura e 6m de largura, será pintado um painel, conforme a figura apresentada. O valor de x para que a área hachurada seja máxima é



- a) 1/4
- b) 1/2
- c) 1
- d) 2
- e) 4

○ 31. (UFSM) Ao descartar detritos orgânicos nos lagos, o homem está contribuindo para a redução da quantidade de oxigênio destes. Porém, com o passar do tempo, a natureza vai restaurar a quantidade de oxigênio até o seu nível natural.

Suponha que a quantidade de oxigênio, t dias após os detritos orgânicos serem despejados no lago, é expressa por

$f(t) = 100 \left(\frac{t^2 - 20t + 198}{t^2 + 1} \right)$ por cento (%) de seu nível normal. Se t_1 e t_2 com $t_1 < t_2$ representam o número de dias para que a quantidade de oxigênio seja 50% de seu nível normal, então $t_2 - t_1$ é igual a

- a) $-4\sqrt{5}$.
- b) $-2\sqrt{5}$.
- c) $2\sqrt{5}$.
- d) $4\sqrt{5}$.
- e) 40.

○ 32. (UFSM) O turismo é uma atividade econômica muito importante em várias cidades brasileiras. Supõe-se que, numa determinada cidade, o número de turistas, em milhares, pode ser representado por

$$N(t) = -\frac{1}{10}t^2 + \frac{14}{5}t + 50,2$$

com $t = 0$ correspondendo a 2000, $t = 1$, a 2001 e assim por diante. De acordo com esse modelo, qual é, em milhares, o número máximo de turistas nessa cidade

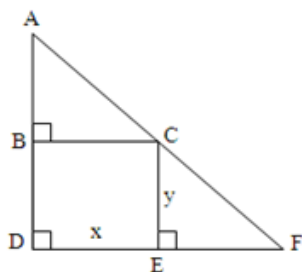
- a) 50,2
- b) 59,8
- c) 63,0
- d) 69,8
- e) 109,0



○ **33. (UFSM)** Um laboratório testou a ação de uma droga em amostra de 720 frangos. Constatou-se que a lei de sobrevivência do lote de frangos era dada pela relação $v(t) = at^2 + b$, onde $v(t)$ é o número de elementos vivos no tempo t (meses). Sabendo-se que o último frango morreu quando $t = 12$ meses após o início da experiência, a quantidade de frangos que ainda estava viva no 10º mês é

- a) 80
- b) 100
- c) 120
- d) 220
- e) 300

○ **34. (UFSM)** Na figura $AD=6m$, $DF=8m$, $DE=x$ metros e $CE=y$ metros. Coloque V nas afirmações verdadeiras e F falsas



- () Os triângulos ADF e CEF são semelhantes, portanto $y = 6 - 3/4x$.
- () A área do retângulo BCED é dada pela função quadrática $A(x) = 6x - 3/4x^2$
- () O valor máximo da área do retângulo BCED é 12 m^2 .

A sequência correta é

- a) F - V - V
- b) V - F - F
- c) F - V - F
- d) V - F - V
- e) V - V - V

○ **35. (UFSM)** A função matemática que descreve o custo C (em reais) para fabricar x unidades de determinado produto é $C(x) = x^2 - 100x + 4000$. Nesse caso, pode-se afirmar que o custo de produção.

- a) de 20 unidades desse produto é maior do que o custo de produção de 10 unidades.
- b) de 60 unidades é maior que o custo de produção de 30 unidades.
- c) será mínimo quando forem produzidas 50 unidades.
- d) será mínimo quando for produzida apenas uma unidade.
- e) será máximo quando forem produzidas 100 unidades.

○ **36. (UFSM)** Ao adicionar um bactericida a uma cultura de bactérias, sua população continuou a crescer e depois começou a diminuir, sendo modelada pela função $f(t) = -10^3t^2 + 10^4t + 10^6$, onde t representa o tempo (em horas).

Analise as afirmações a seguir.

- I - O gráfico de f é uma parábola com a concavidade voltada para baixo.
- II - A população máxima é igual a 1.025×10^3 .
- III - O valor de $f(1) - f(0)$ é igual a 9.000.

Está(ão) correta(s)

- a) apenas II.
- b) apenas I e II.
- c) apenas I e III.
- d) apenas III.
- e) I, II e III

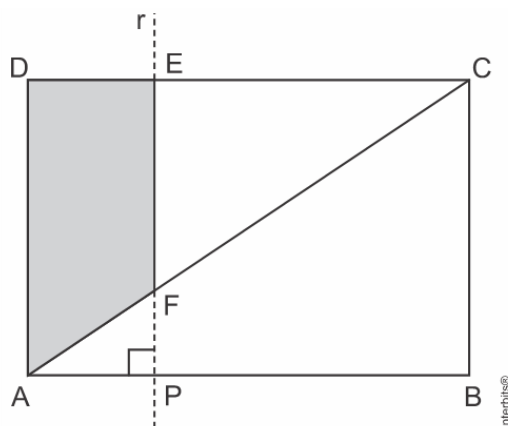
○ **37. (UFRGS)** Se a e b são as raízes da equação $x^2 + 2x - 15 = 0$, então o valor de $(ab)^{a+b}$ é

- a) -225.
- b) $-\frac{1}{225}$
- b) -30.
- d) $\frac{1}{225}$
- e) 225.

Anotações:



○ 38. (UFRGS) Considere um retângulo $ABCD$, de lados $\overline{AB} = 12$ e $\overline{AD} = 8$, e um ponto construído sobre o lado \overline{AB} . Traçando a reta perpendicular ao lado \overline{AB} que passa pelo ponto P , determina-se o polígono $ADEF$, em que E e F são pontos de interseção de com os segmentos \overline{DC} e \overline{AC} , respectivamente, como mostra a figura abaixo



○ 40. (UFRGS) Considere os gráficos das funções f , g e h , definidas por $f(x)=2$, $g(x)=x^2 - 5x + 6$ e $h(x) = x^2 - 11x + 30$, representadas no mesmo sistema de coordenadas cartesianas. O número de pontos distintos em que o gráfico de f intercepta os gráficos de g e h é

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

○ 41. (UFRGS) Se $p = 10$ e q são as raízes reais da equação $x^2 - 5x + 20 = 0$, então o valor de S é

- a) 0
- b) 2
- c) 6
- d) 10
- e) 12

Tomando como a medida do segmento a função que expressa a área de em função de entre as alternativas abaixo, é

- a) $A(x) = 8x - \frac{x^2}{6}$, para $0 \leq x \leq 12$.
- b) $A(x) = 8x - \frac{2x^2}{3}$, para $0 \leq x \leq 12$.
- c) $A(x) = 16x - \frac{2x^2}{3}$, para $0 \leq x \leq 12$.
- d) $A(x) = 8x - \frac{x^2}{3}$, para $0 \leq x \leq 12$.
- e) $A(x) = 8x - \frac{3x^2}{4}$, para $0 \leq x \leq 12$.

○ 39. (UFRGS) Considere as funções f e g , definidas respectivamente por $f(x) = 10x - x^2 - 9$ e $g(x) = 7$, representadas no mesmo sistema de coordenadas cartesianas. O gráfico da função intercepta o gráfico da função f em dois pontos. O gráfico da função f intercepta o eixo das abscissas em dois pontos. A área do quadrilátero convexo com vértices nesses pontos é

- a) 14
- b) 28
- c) 49
- d) 63
- e) 98

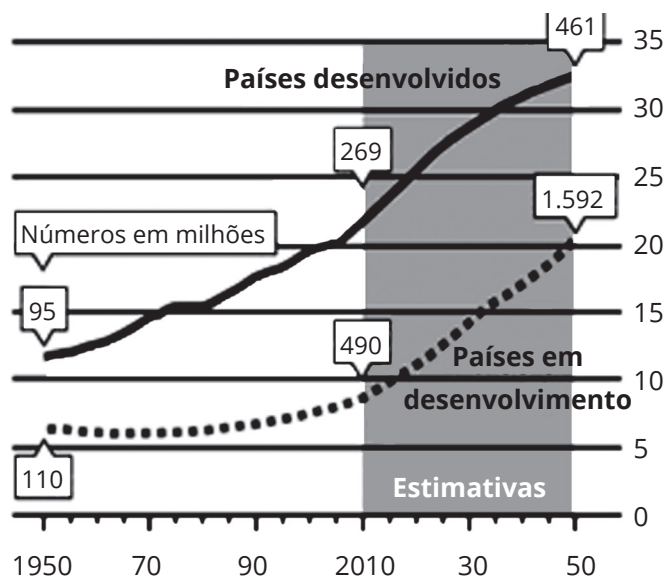
Anotações:



HABILIDADES À PROVA 6

» Exponenciais e Logaritmos

○ 1. (ENEM) A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram, e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



"Perspectivas da População Mundial", ONU, 2009. Disponível em: www.economist.com. Acesso em: 9 jul. 2009 (adaptado).

Suponha que o modelo exponencial $y = 363e^{0,03x}$, em que $x = 0$ corresponde ao ano 2000, $x = 1$ corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e em que y é a população em milhões de habitantes no ano x , seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando $e^{0,3} = 1,35$, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre:

- a) 490 e 510 milhões.
- b) 550 e 620 milhões.
- c) 780 e 800 milhões.
- d) 810 e 860 milhões.
- e) 870 e 910 milhões.

○ 2. (ENEM) O acréscimo de tecnologias no sistema produtivo industrial tem por objetivo reduzir custos e aumentar a produtividade. No primeiro ano de funcionamento, uma indústria fabricou 8.000 unidades de um determinado produto. No ano seguinte, investiu em tecnologia, adquirindo novas máquinas, e aumentou a produção em 50%. Estima-se que esse aumento percentual se repita nos próximos anos, garantindo um crescimento anual de 50%.

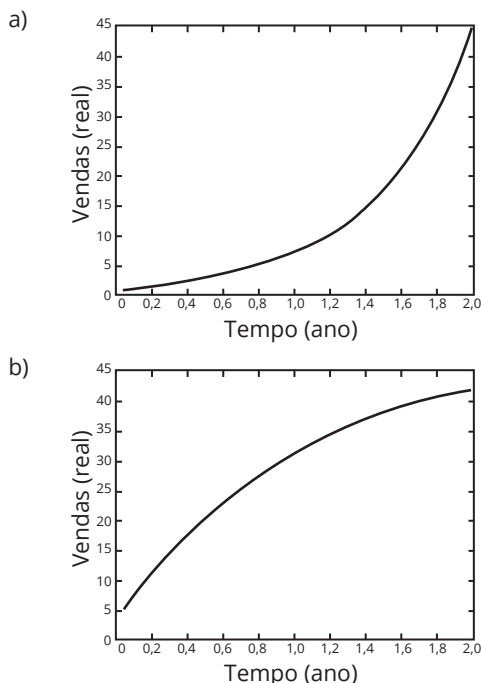
Considere P a quantidade anual de produtos fabricados no ano t de funcionamento da indústria. Se a estimativa for alcançada, qual é a expressão que determina o número de unidades produzidas P em função de t , para $t \geq 1$?

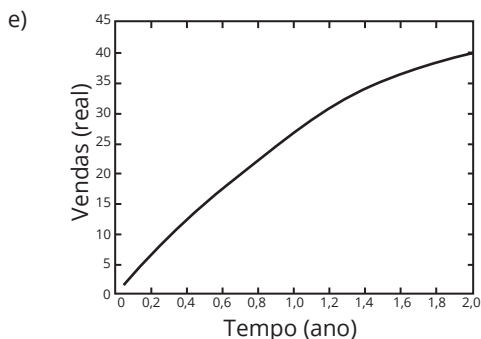
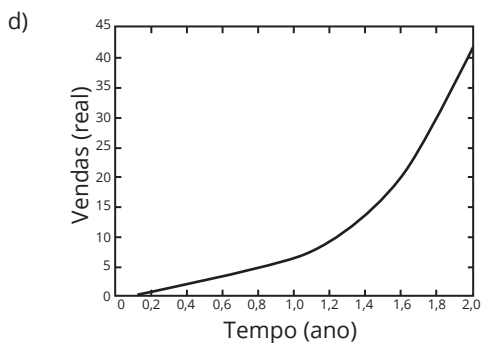
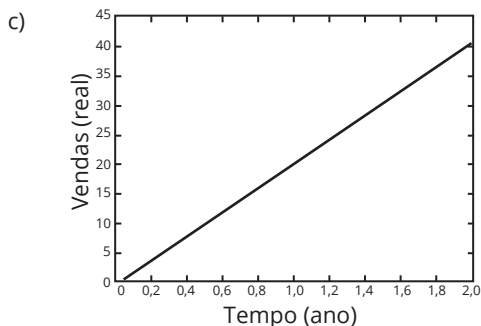
- a) $P(t) = 0,5 \cdot t^{-1} + 8.000$
- b) $P(t) = 50 \cdot t^{-1} + 8.000$
- c) $P(t) = 4.000 \cdot t^{-1} + 8.000$
- d) $P(t) = 8.000 \cdot (0,5)^{t-1}$
- e) $P(t) = 8.000 \cdot (1,5)^{t-1}$



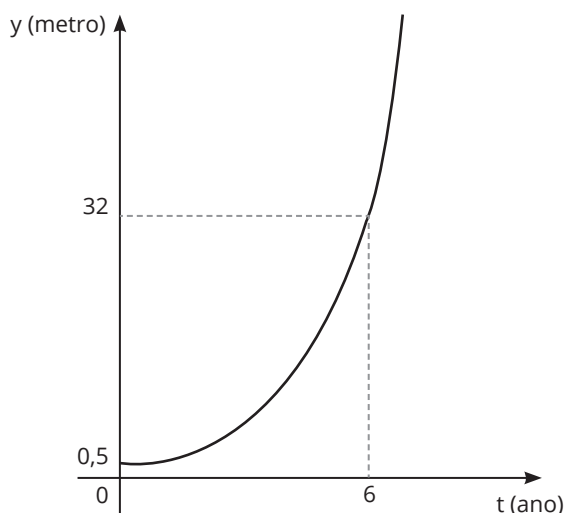
○ 3. (ENEM) Ao abrir um negócio, um microempresário descreveu suas vendas, em milhares de reais (unidade monetária brasileira), durante os dois primeiros anos. No primeiro ano, suas vendas cresceram de modo linear. Posteriormente, ele decidiu investir em propaganda, o que fez suas vendas crescerem de modo exponencial.

Qual é o gráfico que melhor descreve as vendas em função do tempo?





○ 4. (ENEM) Admita que um tipo de eucalipto tenha expectativa de crescimento exponencial, nos primeiros anos após seu plantio, modelado pela função $y(t) = a^{t-1}$, na qual y representa a altura da planta em metro, t é considerado em ano, e a é uma constante maior que 1. O gráfico representa a função y .



Admita ainda que $y(0)$ fornece a altura da muda quando plantada, e deseja-se cortar os eucaliptos quando as mudas crescerem 7,5 m após o plantio.

O tempo entre a plantação e o corte, em ano, é igual a:

- a) 3
- b) 4
- c) 6
- d) $\log_2 7$
- e) $\log_2 15$

○ 5. (ENEM) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$$p(t) = 40 \cdot 2^{3t}$$

em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias.

Em relação à quantidade inicial de bactérias, após 20 min, a população será:

- a) reduzida a um terço.
- b) reduzida à metade.
- c) reduzida a dois terços.
- d) duplicada.
- e) triplicada.

○ 6. (ENEM) A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como MJ), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_w e M_0 relacionam-se pela fórmula:

$$M_w = -10,7 + \frac{2}{3} \log_{10} (M_0)$$

Em que M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, por meio dos sismogramas), cuja unidade é o dina · cm.

O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude $M_w = 7,3$

U.U.S. GEOLOGICAL SURVEY. USGS Earthquake Magnitude Policy. Disponível em: www.earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1º maio 2010 (adaptado).

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina · cm)?

- a) $10^{-5,10}$
- b) $10^{-0,73}$
- c) $10^{12,00}$
- d) $10^{21,65}$
- e) $10^{27,00}$



○ **7. (ENEM)** Em março de 2011, um terremoto de 9,0 graus de magnitude na escala Richter atingiu o Japão matando milhares de pessoas e causando grande destruição. Em janeiro daquele ano, um terremoto de 7,0 graus na escala Richter atingiu a cidade de Santiago Del Estero, na Argentina. A magnitude de um terremoto, medida pela escala Richter, é $R = \log(A/A_0)$, em que A é a amplitude do movimento vertical do solo, informado em um sismógrafo, A_0 é uma amplitude de referência, e log representa o logaritmo na base 10.

Disponível em: <http://earthquake.usgs.gov>. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

A razão entre as amplitudes dos movimentos verticais dos terremotos do Japão e da Argentina é:

- a) 1,28
- b) 2,0
- c) $10^{9/7}$
- d) 100
- e) $10^9 - 10^7$

○ **8. (ENEM)** Em 2011, um terremoto de magnitude 9,0 na escala Richter causou um devastador tsunami no Japão, provocando um alerta na usina nuclear de Fukushima. Em 2013, outro terremoto, de magnitude 7,0 na mesma escala, sacudiu Sichuan (sudoeste da China), deixando centenas de mortos e milhares de feridos. A magnitude de um terremoto na escala Richter pode ser calculada por:

$$M = \frac{2}{3} \log\left(\frac{E}{E_0}\right),$$

sendo E a energia, em kWh, liberada pelo terremoto, e E_0 uma constante real positiva. Considere que E_1 e E_2 representam as energias liberadas nos terremotos ocorridos no Japão e na China, respectivamente.

Disponível em: www.terra.com.br. Acesso em: 15 ago. 2013 (adaptado).

Qual a relação entre E_1 e E_2 ?

- a) $E_1 = E_2 + 2$
- b) $E_1 = 10^2 \cdot E_2$
- c) $E_1 = 10^3 \cdot E_2$
- d) $E_1 = 10^{\frac{9}{7}} \cdot E_2$
- e) $E_1 = \frac{9}{7} \cdot E_2$

○ **9. (ENEM)** A água comercializada em garrafas pode ser classificada como muito ácida, ácida, neutra, alcalina ou muito alcalina, dependendo de seu pH, dado pela expressão:

$$\text{pH} = \log_{10} \frac{1}{H}$$

em que H é a concentração de íons de hidrogênio, em mol por decímetro cúbico. A classificação da água de acordo com seu pH é mostrada no quadro.

pH	Classificação
$\text{pH} \geq 9$	Muito alcalina
$7,5 \leq \text{pH} < 9$	Alcalina
$6 \leq \text{pH} < 7,5$	Neutra
$3,5 \leq \text{pH} < 6$	Ácida
$\text{pH} < 3,5$	Muito ácida

Para o cálculo da concentração H, uma distribuidora mede dois parâmetros A e B, em cada fonte, e adota H como sendo o quociente de A por B. Em análise realizada em uma fonte, obteve $A = 10^{-7}$ e a água dessa fonte foi classificada como neutra.

O parâmetro B, então, encontrava-se no intervalo:

- a) $(-10^{14,5}, -10^{13})$
- b) $[10^{-6/7}, 10^{-1})$
- c) $[10^{-1}, 10^{1/2})$
- d) $[10^{13}, 10^{14,5})$
- e) $[10^{6 \cdot 10^7}, 10^{7,5 \cdot 10^7})$

○ **10. (ENEM)** Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R\$ 5.000,00. Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R\$ 400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação (P) é calculado em função do número de prestações (n) segundo a fórmula

$$P = \frac{5.000 \cdot 1,013^n \cdot 0,013}{(1,013^n - 1)}$$

Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para $\log 1,013$; 2,602 como aproximação para $\log 400$; 2,525 como aproximação para $\log 335$.

De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é:

- a) 12
- b) 14
- c) 15
- d) 16
- e) 17



○ **11. (ENEM)** Com o avanço da ciência da computação, estamos próximos do momento em que o número de transistores no processador de um computador pessoal será da mesma ordem de grandeza que o número de neurônios em um cérebro humano, que é da ordem de 100 bilhões.

Uma das grandezas determinantes para o desempenho de um processador é a densidade de transistores, que é o número de transistores por centímetro quadrado. Em 1986, uma empresa fabricava um processador contendo 100.000 transistores distribuídos em 0,25 cm² de área. Desde então, o número de transistores por centímetro quadrado que se pode colocar em um processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore)

Disponível em: www.pocket-lint.com. Acesso em: 1 dez. 2017 (adaptado).

Considere 0,30 como aproximação para $\log_{10} 2$.

Em que ano a empresa atingiu ou atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores?

- a) 1999
- b) 2002
- c) 2022
- d) 2026
- e) 2146



○ **12. (ENEM)** Um contrato de empréstimo prevê que, quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-à uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse caso, paga-se o valor presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura. Um valor presente P submetido a juros compostos com taxa i , por um período de tempo n , produz um valor futuro V determinado pela fórmula.

$$V = P(1 + i)^n$$

Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais de R\$ 820,00, a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela, será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela.

Utilize 0,2877 como a aproximação para $\ln(4/3)$ e 0,0131 como aproximação para $\ln(1,0132)$.

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a:

- a) 56ª
- b) 55ª
- c) 52ª
- d) 51ª
- e) 45ª

○ **13. (ENEM)** Um agricultor é informado sobre um método de proteção para sua lavoura que consiste em inserir larvas específicas, de rápida reprodução. A reprodução dessas larvas faz com que sua população multiplique-se por 10 a cada 3 dias e, para evitar eventuais desequilíbrios, é possível cessar essa reprodução aplicando-se um produto X . O agricultor decide iniciar esse método com 100 larvas e dispõe de 5 litros do produto X , cuja aplicação recomendada é de exatamente 1 litro para cada população de 200 000 larvas. A quantidade total do produto X de que ele dispõe deverá ser aplicada de uma única vez.

Quantos dias após iniciado esse método o agricultor deverá aplicar o produto X ?

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 12
- e) 18

○ **14. (ENEM)** A exposição a alguns níveis sonoros pode causar lesões auditivas. Por isso, em uma indústria, são adotadas medidas preventivas de acordo com a máquina que o funcionário opera e o nível N de intensidade do som, medido em decibel (dB), a que o operário é exposto, sendo $N = \log_{10} I^{10} - \log_{10} I_0^{10}$, I a intensidade do som e $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

Disponível em: www.sofisica.com.br. Acesso em: 8 jul. 2015 (adaptado).

Quando o som é considerado baixo, ou seja, $N = 48 \text{ dB}$ ou menos, deve ser utilizada a medida preventiva I. No caso de o som ser moderado, quando N está no intervalo (48 dB, 55 dB), deve ser utilizada a medida preventiva II. Quando o som é moderado alto, que equivale a N no intervalo (55 dB, 80 dB), a medida preventiva a ser usada é a III. Se N estiver no intervalo (80 dB, 115 dB), quando o som é considerado alto, deve ser utilizada a medida preventiva IV. E se o som é considerado muito alto, com N maior que 115 dB, deve-se utilizar a medida preventiva V.

Uma nova máquina, com $I = 8 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$, foi adquirida e será classificada de acordo com o nível de ruído que produz.

Considere 0,3 como aproximação para $\log_{10} 2$.

O funcionário que operará a nova máquina deverá adotar a medida preventiva

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

○ **15. (ENEM)** A Lei de Zipf, batizada com o nome do linguista americano George Zipf, é uma lei empírica que relaciona a frequência (f) de uma palavra em um dado texto com o seu ranking

$$(r). \text{ Ela é dada por } f = \frac{A}{r^B}$$

O ranking da palavra é a sua posição ao ordenar as palavras por ordem de frequência. Ou seja, $r = 1$ para a palavra mais frequente, $r = 2$ para a segunda palavra mais frequente e assim sucessivamente. A e B são constantes positivas.

Disponível em: <http://klein.sbm.org.br>. Acesso em: 12 ago. 2020 (adaptado).

Com base nos valores de $X = \log(r)$ e $Y = \log(f)$, é possível estimar valores para A e B . No caso hipotético em que a lei é verificada exatamente, a relação entre Y e X é

$$a) Y = \log(A) - B \cdot X$$

$$b) Y = \frac{\log(A)}{X + \log(B)}$$

$$c) Y = \frac{\log(A)}{B} - X$$

$$d) Y = \frac{\log(A)}{B \cdot X}$$

$$e) Y = \frac{\log(A)}{X^B}$$



○ 16. (ENEM) Enquanto um ser está vivo, a quantidade de carbono 14 nele existente não se altera. Quando ele morre, essa quantidade vai diminuindo. Sabe-se que a meia-vida do carbono 14 é de 5.730 anos, ou seja, num fóssil de um organismo que morreu há 5.730 anos haverá metade do carbono 14 que existia quando ele estava vivo. Assim, cientistas e arqueólogos usam a seguinte fórmula para saber a idade de um fóssil encontrado:

$$Q(t) = Q_0 \cdot 2^{-\frac{t}{5730}}$$
 em que t é o tempo, medido em ano, $Q(t)$

é a quantidade de carbono 14 medida no instante t e Q_0 é a quantidade de carbono 14 no ser vivo correspondente.

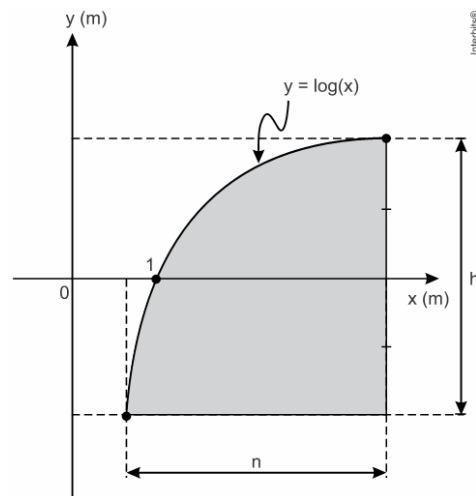
Um grupo de arqueólogos, numa de suas expedições, encontrou 5 fósseis de espécies conhecidas e mediram a quantidade de carbono 14 neles existente. Na tabela temos esses valores juntamente com a quantidade de carbono 14 nas referidas espécies vivas

Fóssil	Q_0	$Q(t)$
1	128	32
2	256	8
3	512	64
4	1024	512
5	2048	128

O fóssil mais antigo encontrado nessa expedição foi

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

○ 17. (ENEM) Um engenheiro projetou um automóvel cujos vidros das portas dianteiras foram desenhados de forma que suas bordas superiores fossem representadas pela curva de equação $y = \log(x)$, conforme a figura.



A forma do vidro foi concebida de modo que o eixo x sempre divida ao meio a altura h do vidro e a base do vidro seja paralela ao eixo x . Obedecendo a essas condições, o engenheiro determinou uma expressão que fornece a altura h do vidro em função da medida n de sua base, em metros. A expressão algébrica que determina a altura do vidro é

a) $\log\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right) - \log\left(\frac{n - \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$

b) $\log\left(1 + \frac{n}{2}\right) - \log\left(1 - \frac{n}{2}\right)$

c) $\log\left(1 + \frac{n}{2}\right) + \log\left(1 - \frac{n}{2}\right)$

d) $\log\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$

e) $2 \log\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$



○ 18. (UFSM) A partir de dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), o índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) para as Séries Iniciais do Ensino Fundamental da Escola Estadual Básica Professora Margarida Lopes (Santa Maria, RS) pode ser representado pela expressão

$$f(t) = 5 + \log_2 \left(\frac{t - 1997}{8} \right)$$

onde $f(t)$ representa o IDEB em função do ano t em que o dado foi coletado. Diante dessas informações, pode-se afirmar que o acréscimo do IDEB previsto para essa escola, de 2005 a 2013, é de

- a) 5
- b) 1
- c) 1/2
- d) 1/4
- e) 0

○ 19. (UFSM) Considerando a função

$$f(t) = 5 + \log_2 \left(\frac{t - 1997}{8} \right)$$

da questão anterior, o ano t pode ser obtido, em função do IDEB $u = f(t)$, pela expressão

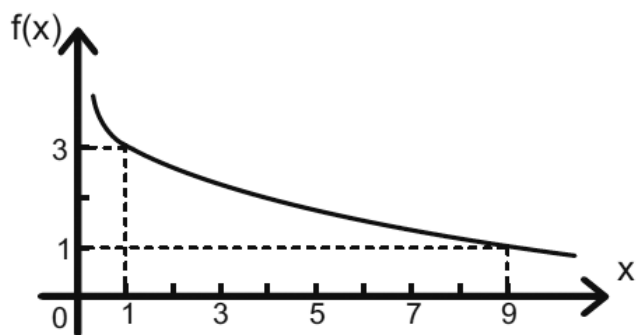
- a) $1997 - 2^{u-1}$
- b) $1997 - 2^{u-5}$
- c) $1997 + 2^{u-2}$
- d) $1997 + 2^{u-1}$
- e) $1997 + 2^{u-5}$

○ 20. (UFSM) Embora boa parte da população brasileira nunca tenha entrado na internet, o número de pessoas que acessam a Web vem crescendo vertiginosamente. A partir dos dados da Internet World Stats, uma das organizações que monitoram o desenvolvimento da Web, o número (em milhões) de internautas brasileiros, em função do tempo t (em anos), contado a partir de 2000 ($t = 0$), pode ser expresso por $N(t) = 5 e^{0,276t}$.

Assim, de acordo com esse modelo, o número de internautas brasileiros atingirá 100 milhões

- a) entre 2010 e 2011.
- b) entre 2012 e 2013.
- c) entre 2013 e 2014. Dado: $\ln 20 = 2,99$
- d) entre 2014 e 2015.
- e) somente a partir de 2015.

○ 21. (UFSM)

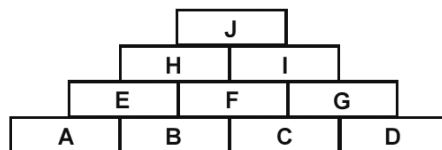


O gráfico do desempenho de certo candidato à Câmara Federal foi ajustado através da função $f(x) = \log_3 x + m$ e está apresentado na figura, onde x representa o número de dias que precediam o pleito e $f(x)$ o número de votos em milhares de unidades.

Sabendo que $g(x) = f(x) - 3$, o valor de $g^{-1}(-4)$ é

- a) 1
- b) 3
- c) 9
- d) 27
- e) 81

○ 22. (UFSM) Observe que cada letra equivale à soma dos números das duas casas imediatamente abaixo.



Sabendo que

$$A = 16^{0,5} + 8^{1/3} + (1/32)^{-0,2}$$

$$B = 9^{2,5} - (1024)^{0,1}$$

$$C \text{ é a solução da equação } 3^{2x} + 4 \cdot 3^x = 5$$

$$D = 3^{\log_3 5} + \log_6 6 - \log_8 1$$

o valor da letra J que está no topo da pirâmide é

- a) 750
- b) 742
- c) 740
- d) 738
- e) 737



○ **23. (UFSM)** Segundo o Ibope, o número de internautas no Brasil chegou, em março de 2007, a 16,3 milhões de pessoas. Em 2000, esse número era de aproximadamente 5 milhões.

Suponha que a função $N(t)$, que representa o número de internautas (em milhões) em função do tempo t (em anos), possa ser expressa por

$$N(t) = 5(1,184)^t$$

onde $t = 0$ representa o ano de 2000, $t = 1$, o ano de 2001 e assim por diante. Então, de acordo com esse modelo, o número de internautas atingirá 50 milhões

Dado: $\log 1,184 = 0,073$

- a) entre 2008 e 2009.
- b) entre 2009 e 2010.
- c) em março de 2010.
- d) entre 2013 e 2014.
- e) somente a partir de 2015.

○ **24. (UFSM)** Na escala Richter, a magnitude M de um terremoto está relacionada com a energia liberada E , em joules (J), pela equação

$$\log E = 4,4 + 1,5 M$$

Se um terremoto registrou $M = 6,4$, então a energia liberada E foi de

- a) 5,9
- b) 14
- c) 10^7
- d) 10^{14}
- e) 10^{20}

○ **25. (UFSM)** Segundo a Organização Mundial do Turismo (OMT), o Ecoturismo cresce a uma taxa de 5% ao ano. No Brasil, em 2011, o Ecoturismo foi responsável pela movimentação de 6,775 bilhões de dólares. Supondo que o percentual de crescimento incida sobre a movimentação do ano anterior, pode-se expressar o valor movimentado V (em bilhões de dólares), em função do tempo t (em anos), por

$$V = 6,775(1,05)^{t-1}$$

com $t = 1$ correspondendo a 2011, $t = 2$, a 2012 e assim por diante. Em que ano o valor movimentado será igual a 13,55 bilhões de dólares? Dados: $\log 2 = 0,3$ e $\log 1,05 = 0,02$.

- a) 2015
- b) 2016
- c) 2020
- d) 2025
- e) 2026

○ **26. (UFSM)** Num raio de x km, marcando a partir de uma escola de periferia, o Sr. Jones constatou que o número de famílias que recebem menos de 4 salários mínimos é dado por $N(x) = k \cdot 2^{2x}$, em que k é uma constante e $x > 0$. Se há 6 144 famílias nessa situação num raio de 5km da escola, o número que você encontraria delas, num raio de 2km da escola, seria:

- a) 2048
- b) 1229
- c) 192
- d) 96
- e) 48

○ **27. (UFSM)** Um piscicultor construiu uma represa para criar traíras. Inicialmente, colocou 1000 traíras na represa e, por um descuido, soltou 8 lambaris. Suponha-se que o aumento das populações de lambaris e traíras ocorre, respectivamente, sendo as leis $L(t) = L_0 \cdot 10^t$ e $T(t) = T_0 \cdot 2^t$, onde L_0 é a população inicial de lambaris, T_0 , a população inicial de traíras e t , o número de anos que se conta a partir do ano inicial. Considerando-se $\log 2 = 0,3$, o número de lambaris será igual ao de traíras depois de quantos anos?

- a) 30
- b) 18
- c) 12
- d) 6
- e) 3

○ **28. (UFSM)** Na pesquisa e no desenvolvimento de uma nova linha de defensivos agrícolas, constatou-se que a ação do produto sobre a população de insetos em uma lavoura pode ser descrita pela expressão $N(t) = N_0 \cdot 2^{kt}$, sendo N_0 a população no início do tratamento, $N(t)$, a população após t dias de tratamento, e k , uma constante, que descreve a eficácia do produto. Dados de campo mostraram que, após dez dias de aplicação, a população havia sido reduzida à quarta parte da população inicial. Com esses dados, podemos afirmar que o valor da constante de eficácia desse produto é igual a:

- a) 5^{-1}
- b) -5^{-1}
- c) 10
- d) 10^{-1}
- e) -10^{-1}



○ 29. (UFSM) Suponha que, em um ano, o número de casos de uma doença seja reduzido em 20%. Se, inicialmente, existem 10.000 casos, após t anos, esse número é dado por $N(t) = 10.000 \cdot (0,8)^t$. Considerando-se $\log 2 = 0,3$, o tempo necessário para reduzir o número de casos a 1.000 é, em anos, igual a:

- a) 1
- b) 5
- c) 10
- d) 50
- e) 100

○ 30. (UFSM) A população de uma cidadezinha no instante t é de $P(t) = 100 \cdot \log_4(1 + t)^5 + 1.000$ habitantes, sendo $t \geq 0$, em que t indica o tempo em anos. Então, o valor de $P(0)$ é igual a _____ habitantes, e o valor de $P(1)$ é igual a _____ habitantes, sendo necessário que sejam transcorridos no mínimo _____ anos para que a cidade atinja 1.500 habitantes.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas:

- a) 1.600 - 1.250 - 2
- b) 1.500 - 1.300 - 2
- c) 1.000 - 1.250 - 2
- d) 1.000 - 1.300 - 5
- e) 1.000 - 1.250 - 3

○ 31. (UFSM) O valor de $\log 2^2 + \log 2^3 + \log 2^4 + \dots + \log 2^{50}$ é

- a) $\log 2^{1247}$
- b) $\log 2^{1274}$
- c) $\log 2^{1472}$
- d) $\log 2^{59}$
- e) $\log 8^{59}$

○ 32. (ENEM) Em 2011, a costa nordeste do Japão foi sacudida por um terremoto com magnitude de 8,9 graus na escala Richter. A energia liberada E por esse terremoto, em kWh, pode ser

calculada por $R = \frac{2}{3} \log \left(\frac{E}{E_0} \right)$, sendo $E_0 = 7 \cdot 10^{-3}$ kWh e R a magnitude desse terremoto na escala Richter. Considere 0,84 como aproximação para $\log 7$. A energia liberada pelo terremoto que atingiu a costa nordeste do Japão em 2011, em kWh, foi de e

- a) $10^{10,83}$
- b) $10^{11,19}$
- c) $10^{14,19}$
- d) $10^{15,51}$
- e) $10^{17,19}$

○ 33. (ENEM) Uma liga metálica sai do forno a uma temperatura de 3.000 °C e diminui 1% de sua temperatura a cada 30 min. Use 0,477 como aproximação para $\log_{10}(3)$ e 1,041 como aproximação para $\log_{10}(11)$. O tempo decorrido, em hora, até que a liga atinja 30 °C é mais próximo de

- a) 22
- b) 50
- c) 100
- d) 200
- e) 400

○ 34. (UFRGS) A concentração de alguns medicamentos no organismo está relacionada com a meia-vida, ou seja, o tempo necessário para que a quantidade inicial do medicamento no organismo seja reduzida pela metade. Considere que a meia-vida de determinado medicamento é de 6 horas. Sabendo que um paciente ingeriu 120 mg desse medicamento às 10 horas, assinale a alternativa que representa a melhor aproximação para a concentração desse medicamento, no organismo desse paciente, às 16 horas do dia seguinte.

- a) 2,75 mg.
- b) 3 mg.
- c) 3,75 mg.
- d) 4 mg.
- e) 4,25 mg.



35. (UFRGS) Leia o texto abaixo, sobre terremotos.

Magnitude é uma medida quantitativa do tamanho do terremoto. Ela está relacionada com a energia sísmica liberada no foco e também com a amplitude das ondas registradas pelos sismógrafos. Para cobrir todos os tamanhos de terremotos, desde os microterremotos de magnitudes negativas até os grandes terremotos com magnitudes superiores a 8,0, foi idealizada uma escala logarítmica, sem limites. No entanto, a própria natureza impõe um limite superior a esta escala, já que ela está condicionada ao próprio limite de resistência das rochas da crosta terrestre. Magnitude e energia podem ser relacionadas pela fórmula descrita

por Gutenberg e Richter em 1935: $\log(E) = 11,8 + 1,5 M$ onde:

E = energia liberada em Erg ; M = magnitude do terremoto.

Disponível em: <<http://www.iag.usp.br/siae98/terremoto/terremotos.htm>>. Acesso em: 20 set. 2017.

Sabendo que o terremoto que atingiu o México em setembro de 2017 teve magnitude 8,2 assinala a alternativa que representa a melhor aproximação para a energia liberada por esse terremoto,

em Erg .

- a) 13,3
- b) 20
- c) 24
- d) 10^{24}
- e) 10^{28}

36. (UFRGS) No estudo de uma população de bactérias, identificou-se que o número N de bactérias, t horas após o início

do estudo, é dado por $N(t) = 20 \cdot 2^{1,5t}$. Nessas condições, em quanto tempo a população de bactérias duplicou

- a) 15min
- b) 20min
- c) 30min
- d) 40min
- e) 45min

37. (UFRGS) Se $\log_2 x + (\log_2 x)^2 = 12$, então o valor de x é

- a) 8 ou $\frac{1}{16}$.
- b) $\frac{1}{8}$ ou 16
- c) -4 ou 3
- d) 4 ou -3
- e) 2^{12}

38. (UFRGS) O valor de

$$\log\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \log\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \dots + \log\left(1 - \frac{1}{1000}\right)$$

- a) -3
- b) -2
- c) -1
- d) 0
- e) 1

39. (UFRGS) Considere as seguintes afirmações sobre quaisquer funções f reais de variável real.

I. Se $x \in \mathbb{R}$ e $x > 0$, então $f(x) > 0$.

II. Se $f(x) = 0$, então x é zero da função $f(x)$.

III. Se x_1 e x_2 são números reais, com $x_1 < x_2$, então $f(x_1) < f(x_2)$.

Qual(is) está(ão) correta(s)?

- a) Apenas I.
- b) Apenas II.
- c) Apenas III.
- d) Apenas I e II.
- e) I, II e III.

40. (UFRGS) Considere a função real de variável real $f(x) = 2^{x-1}$. Com relação à $f(x)$, é correto afirmar que:

a) se $x < 1$, então $f(x) < 0$.

b) se $x \geq 1$, então $f(x) \leq 1$.

c) a função $f(x)$ é decrescente para $x < 0$ e crescente para $x \geq 0$.

d) os valores das imagens de $f(x) : A \rightarrow \mathbb{R}$, em que $A = \{x \in \mathbb{N} / x \geq 0\}$, formam uma progressão aritmética.

e) os valores das imagens de $f(x) : A \rightarrow \mathbb{R}$, em que $A = \{x \in \mathbb{N} / x \geq 0\}$, formam uma progressão geométrica.

41. (UFRGS) O valor de $E = \log\left(\frac{1}{2}\right) + \log\left(\frac{2}{3}\right) + \dots + \log\left(\frac{999}{1000}\right)$ é:

- a) -3
- b) -2
- c) -1
- d) 0
- e) 1



42. (UFRGS) Se $\log 2 = x$ e $\log 3 = y$, então $\log 288$ é:

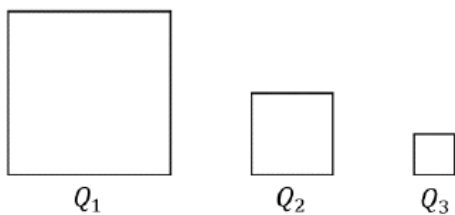
- a) $2x + 5y$.
- b) $5x + 2y$.
- c) $10xy$
- d) $x^2 + y^2$
- e) $x^2 - y^2$



○ 43. (UFRGS) Dadas as funções reais de variável real f e g , definidas por $f(x) = -\log_2 x$ e $g(x) = x^2 - 4$, pode-se afirmar que $f(x) = g(x)$ é verdadeiro para um valor de x localizado no intervalo:

- a) $[0; 1]$.
- b) $[1; 2]$.
- c) $[2; 3]$.
- d) $[3; 4]$.
- e) $[4; 5]$.

○ 44. (UFRGS) A figura abaixo mostra o início de uma sequência infinita de quadrados. A medida dos lados dos quadrados Q_1 , Q_2 e Q_3 são, respectivamente, $\log(2)$, $\log(\sqrt{2})$ e $\log(\sqrt[4]{2})$.



A soma das áreas dessa sequência infinita de quadrados é

- a) $\frac{1}{3} \cdot [\log(2)]^2$
- b) $\frac{4}{3} \cdot [\log(2)]^2$
- c) $\frac{2}{3} \cdot [\log(2)]^2$
- d) $\log(2 + \sqrt{2} + \sqrt[4]{2})$.
- e) $\log(2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2})$.



GABARITO



• Habilidades à prova

Unidade 1

1. A	22.D	43.B	64.C	85.A
2. D	23.D	44.C	65.B	86.C
3. B	24.E	45.D	66.C	87.B
4. C	25.C	46.B	67.E	88.D
5. E	26.D	47.A	68.A	89.A
6. E	27.C	48.C	69.E	90.E
7. C	28.B	49.A	70.B	91.D
8. C	29.B	50.C	71.D	92.B
9. D	30.C	51.C	72.B	93.C
10.C	31.E	52.B	73.E	94.D
11.C	32.C	53.E	74.A	95.C
12.A	33.A	54.E	75.C	96.A
13.E	34.E	55.A	76.E	97.C
14.E	35.C	56.C	77.B	
15.B	36.E	57.B	78.C	
16.D	37.C	58.B	79.C	
17.B	38.E	59.A	80.D	
18.C	39.E	60.E	81.D	
19.B	40.A	61.B	82.C	
20.A	41.B	62.C	83.E	
21.C	42.D	63.D	84.A	

Unidade 3

1. E	19. C	37. B	55. C
2. B	20. A	38. D	56. D
3. C	21. B	39. B	57. D
4. E	22. D	40. B	58. E
5. D	23. E	41. D	59. D
6. C	24. B	42. A	60. A
7. C	25. C	43. C	61. A
8. B	26. B	44. D	62. B
9. D	27. A	45. E	63. B
10. B	28. E	46. E	64. C
11. A	29. A	47. C	65. C
12. D	30. D	48. C	66. D
13. A	31. C	49. C	67. C
14. A	32. D	50. E	68. D
15. B	33. C	51. B	69. C
16. B	34. A	52. E	
17. C	35. E	53. D	
18. C	36. A	54. C	

Unidade 2

1. B	21. C	41. D	61. B	81. D
2. D	22. E	42. C	62. B	82. A
3. E	23. D	43. A	63. C	
4. E	24. C	44. B	64. C	
5. E	25. C	45. D	65. C	
6. B	26. E	46. A	66. A	
7. A	27. E	47. B	67. B	
8. E	28. A	48. B	68. B	
9. C	29. C	49. E	69. D	
10. B	30. A	50. B	70. E	
11. D	31. D	51. E	71. A	
12. D	32. B	52. A	72. D	
13. B	33. C	53. C	73. C	
14. B	34. B	54. C	74. C	
15. B	35. D	55. B	75. B	
16. B	36. D	56. D	76. D	
17. B	37. C	57. E	77. B	
18. C	38. A	58. E	78. E	
19. D	39. C	59. C	79. B	
20. E	40. C	60. B	80. E	

Unidade 4

1. A	12. A	23. B	34. A	45. D	56. D
2. D	13. C	24. B	35. B	46. E	57. B
3. C	14. A	25. D	36. A	47. B	58. E
4. B	15. D	26. C	37. B	48. A	59. C
5. E	16. B	27. D	38. D	49. B	60. C
6. D	17. D	28. B	39. A	50. A	61. B
7. C	18. E	29. E	40. B	51. E	62. B
8. E	19. B	30. B	41. A	52. E	63. E
9. C	20. C	31. C	42. B	53. D	64. E
10. D	21. A	32. A	43. B	54. D	65. B
11. A	22. E	33. D	44. D	55. D	

Unidade 5

1. E	8. C	15. A	22. A	29. A	36. E
2. B	9. D	16. B	23. E	30. C	37. D
3. E	10. E	17. D	24. B	31. C	38. D
4. B	11. A	18. D	25. A	32. D	39. C
5. B	12. D	19. D	26. D	33. D	40. C
6. C	13. D	20. D	27. D	34. E	41. E
7. B	14. E	21. E	28. C	35. C	

Unidade 6

1. E	9. C	17. E	25. E	33. D	41. A
2. E	10. D	18. B	26. D	34. C	42. B
3. D	11. C	19. C	27. E	35. D	43. B
4. B	12. C	20. A	28. B	36. D	44. B
5. D	13. D	21. E	29. C	37. A	
6. E	14. B	22. E	30. E	38. A	
7. D	15. A	23. D	31. B	39. B	
8. C	16. B	24. D	32. B	40. E	