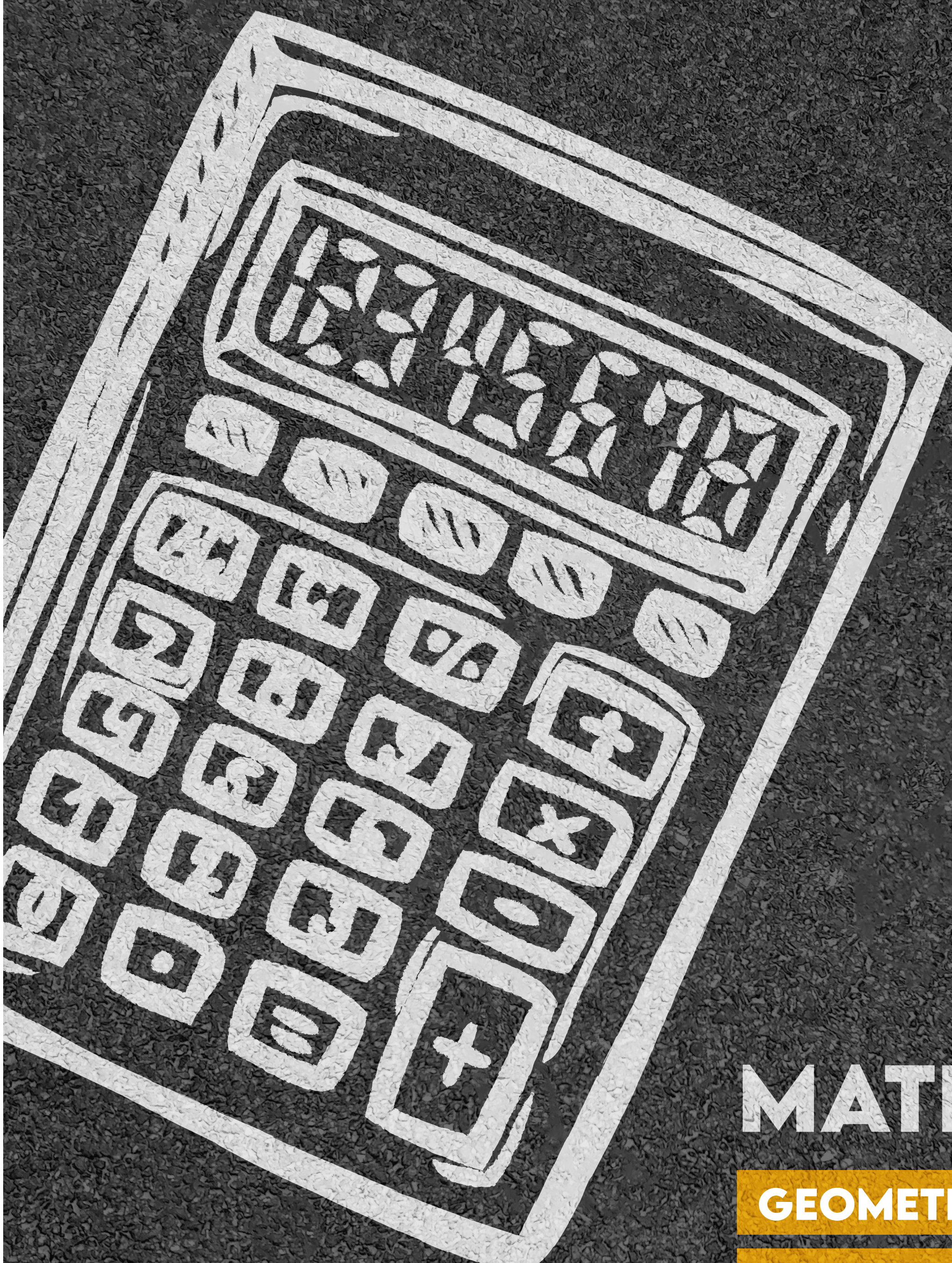


MATEMÁTICA

GEOMETRIA PLANA, ESPACIAL E ESTATÍSTICA

Editora: Valley Editora Ltda.

Direção: João Vicente Strapasson Silveira Netto

Gestão: Vinícius Azambuja de Almeida

Coordenação Editorial: Camila Nunes da Rosa

Coordenação Pedagógica: Vanessa Bianchi Gatto

Autoria: Hector Giorgis (*in memoriam*)
João Vicente Strapasson Silveira Netto
Jackson Karpischin Ribas

Revisão técnica: **Alan Antunes**
Mateus Beltrame

Revisão Editorial: Alana Hoffmann
Caroline Guerra

Pesquisa Iconográfica*: Camila Nunes da Rosa

*As imagens identificadas com a sigla BID pertencem ao Banco de Imagem e Documentação da Valley Editora.

Programação Visual: Camile Weber
Sibele Righi Scaramussa

Capa: Camile Weber

Editoração Eletrônica: Camila Nunes da Rosa
Camile Webber
Juliana Facco Segalla
Sibele Righi Scaramussa

Ilustrações: Fabiano da Costa Alvares
Gabriel La Rocca Coser
Sibele Righi Scaramussa

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP

G499m
Giorgis, Hector (in memoriam)
Matemática: Geometria plana, espacial e estatística / Hector Giorgis (in memoriam), João Vicente Strapasson Silveira Netto, Jackso Karpischin Ribas; Revisão técnica Mateus Beltrame. Santa Maria: Valley Editora, 2024.
v. 3
166 p.
ISBN 978-65-89574-70-5
1. Matemática básica 2. Estatística 3. Funções 4. Porcentagem I. Título
CDU 51

Bibliotecária responsável Trilce Morales – CRB 10/2209

Coleção 2024

Sistema de Ensino

TOTEM VESTIBULARES

Comercialização e distribuição: NTRV Distribuidora

SUMÁRIO

AULA-
-PÍLULA

» Geometria Plana

• Geometria

A palavra de origem grega *Geometria* significa "medida da terra". Segundo Boyer (1974), Heródoto dizia que as necessidades práticas foram as grandes responsáveis pelo desenvolvimento inicial da geometria. Para concordar com Heródoto, basta lembrar que medir uma extensão de terra, construir moradias e entender o movimento dos astros (atividades que exigem o conhecimento de operações geométricas) eram atividades já praticadas pelas civilizações egípcia e babilônica. Por outro lado, é conveniente dizer que nem todo mundo concorda com a tese de Heródoto – Aristóteles, por exemplo, afirmava que a Geometria se originou do lazer sacerdotal e ritual.

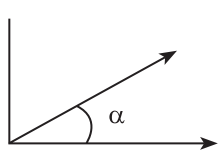
Entretanto, apesar de as civilizações citadas terem bom conhecimento do assunto, foi na Grécia que a Geometria recebeu um estudo mais detalhado. Conforme alguns historiadores, Tales de Mileto (um dos sete sábios da Antiguidade) importou a Geometria do Egito para a Grécia, mas foi o filósofo Euclides o grande nome no assunto. A esse estudioso é atribuída a autoria da obra do século V a.C. intitulada "Os Elementos", um conjunto de 13 livros com grande consistência matemática, que contribui há mais de 20 séculos para o desenvolvimento da ciência. Euclides compilou o conhecimento de matemáticos anteriores (Tales, Pitágoras e outros) e também formulou as próprias definições e proposições, como "ponto é aquilo que não tem partes, e reta é o comprimento sem espessura".

Nesta unidade, você vai estudar resumidamente alguns resultados da Geometria euclidiana plana. É fundamental que você compreenda bem essa unidade, para ter um bom aproveitamento nas unidades posteriores, que tratam da Geometria no espaço.

• Ângulos

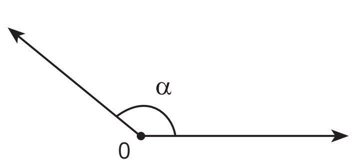
Ângulo agudo

Menor que 90º.



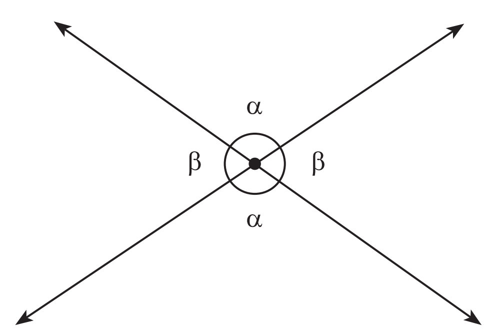
Ângulo obtuso

Maior que 90º e menor que 180º.



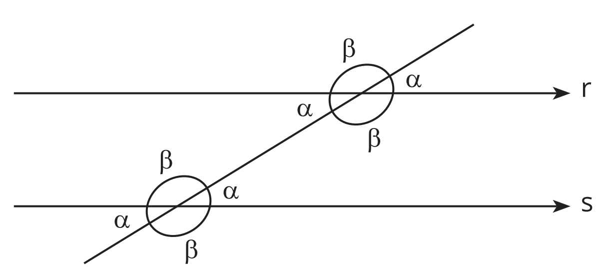
Anotações:

Ângulos opostos pelo vértice



$\alpha + \beta = 180^\circ$

Retas paralelas e uma transversal



agudo + obtuso = 180º

Polígonos

Tipos de polígonos convexos	
Triângulo	3 lados
Quadrilátero	4 lados
Pentágono	5 lados
Hexágono	6 lados
Heptágono	7 lados
Octógono	8 lados
Eneágono	9 lados
Decágono	10 lados
Icoságono	20 lados

Número de diagonais

Diagonal do polígono é o segmento de reta que une dois vértices não consecutivos.

$$D = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

n: número de lados do polígono.

Soma dos ângulos internos de um polígono

$$S_i = 180° \cdot (n - 2)$$

Se o polígono for regular, ele tem todos os lados e os ângulos congruentes, logo:

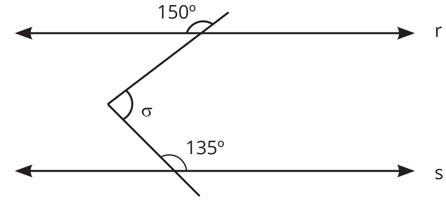
$$a_i = \frac{S_i}{n}$$

a_i: medida de cada ângulo interno.

Anotações:

APOIO AO TEXTO

1.



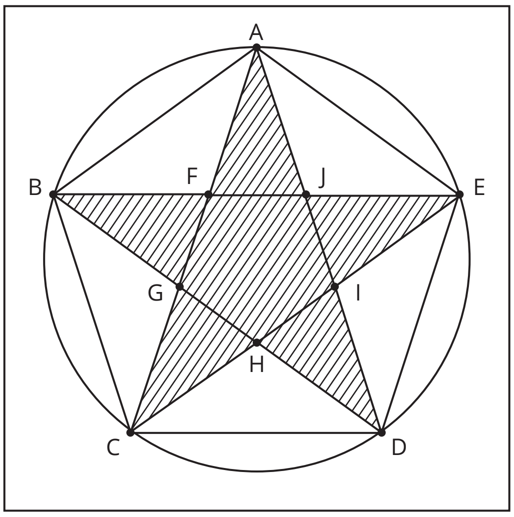
Na figura, as retas **r** e **s** são paralelas. A medida, em graus, do ângulo σ é:

a) 45°
b) 75°
c) 85°
d) 135°
e) 145°

2. (UFSM 2024)

As mandalas são utilizadas na cultura brasileira em diversos contextos, tais como religiosos, decorativos, entre outros.

Considere uma mandala composta por um pentágono inscrito em uma circunferência, cujos vértices são A, B, C, D e E. Traçando os segmentos AC, AD, BD, BE e CE, obtemos uma estrela como ilustra a figura a seguir.



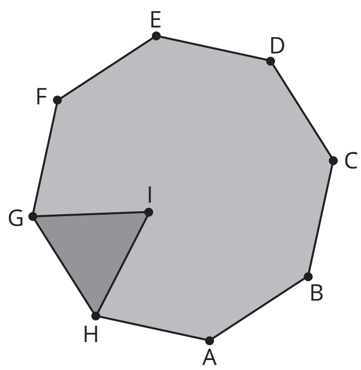
Com base no exposto, considere as afirmativas a seguir.

I. O ângulo BÂE mede 72°.
II. O triângulo ACD é isósceles.
III. O ângulo FÂJ mede 36°.

Está(ão) correta(s)

a) apenas I.
b) apenas III.
c) apenas I e II.
d) apenas II e III.
e) I, II e III.

3. (ENEM) As Artes Marciais Mistas, tradução do inglês: MMA – *mixed martial arts* são realizadas num octógono regular. De acordo com a figura, em certo momento os dois lutadores estão respectivamente nas posições G e F, e o juiz está na posição I. O triângulo IGH é equilátero e GÎF é o ângulo formado pelas semirretas com origem na posição do juiz, respectivamente passando pelas posições de cada um dos lutadores.

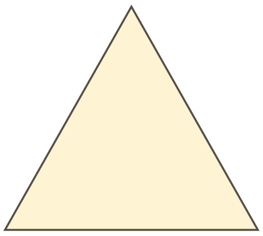


A medida do ângulo GÎF é

a) 120º
b) 75º
c) 67,5º
d) 60º
e) 52,5º

Triângulos

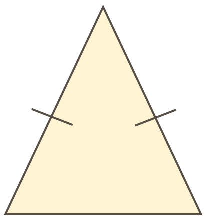
Triângulo é o polígono que possui três lados.



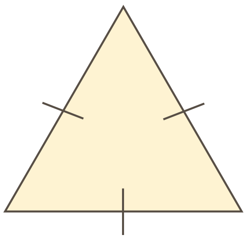
Classificação dos triângulos

QUANTO AOS LADOS

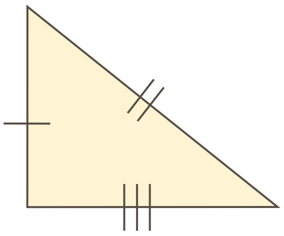
- **Triângulo isósceles:** apresenta dois lados iguais.



- **Triângulo equilátero:** possui os três lados iguais. Cada ângulo interno de um triângulo equilátero mede 60º.



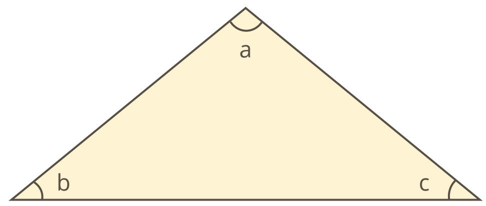
- **Triângulo escaleno:** possui os três lados diferentes.



Anotações:

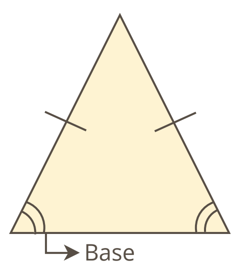
Propriedades dos triângulos

A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180º.



$$a + b + c = 180^\circ$$

Em um triângulo isósceles, os ângulos que ficam na base são iguais.



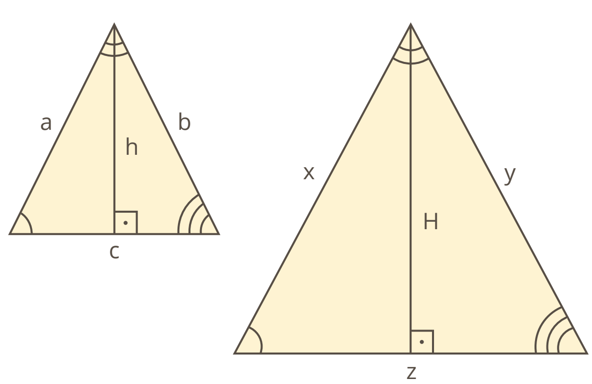
Triângulo retângulo isósceles é o triângulo retângulo que possui os catetos iguais.

Em um triângulo retângulo isósceles, cada ângulo agudo mede 45º.

• Triângulos semelhantes

Dois triângulos são semelhantes quando:

- três ângulos de um são iguais a três ângulos do outro;
- os lados correspondentes são **proporcionais**.

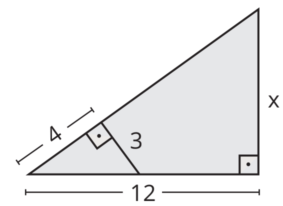


$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = \frac{h}{H}$$

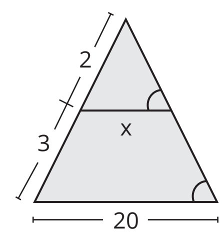
APOIO AO TEXTO

4. Calcule x em cada figura.

a)



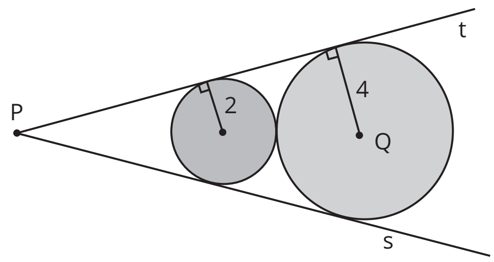
b)



5. Uma rampa de inclinação constante, apoiada sobre uma superfície horizontal, mede 4 m de altura na sua parte mais alta. Uma pessoa, após caminhar 12,3 m sobre essa rampa, para quando se encontra a 1,5 m de altura em relação ao solo. O número de metros que a pessoa ainda deve caminhar, para atingir o ponto mais alto da rampa, é:

a) 30
b) 26,5
c) 20,5
d) 18,5
e) 13,8

6. (UFRGS) Observe os discos de raios 2 e 4, tangentes entre si e às semirretas s e t, representados na figura abaixo.



A distância entre os pontos P e Q é

a) 9.
b) 10.
c) 11.
d) 12.
e) 13.

APOIO AO TEXTO

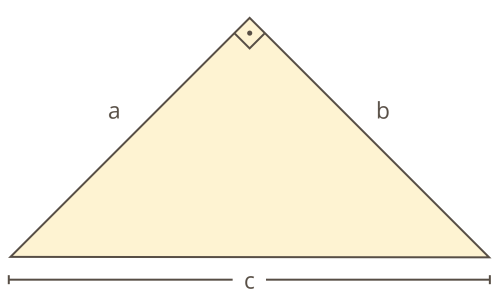
7. O perímetro de um triângulo retângulo mede 12 metros e seus lados medem x, $x + 1$ e $x + 2$. Determine a área desse triângulo.

a) 6
b) 12
c) 7
d) 10
e) 16

• Tipos de triângulos

Triângulo retângulo

Chama-se triângulo retângulo o triângulo que possui um ângulo reto (ângulo que mede 90º).



Elementos:

a, **b:** catetos;

c: hipotenusa.

RELAÇÕES MÉTRICAS

$$CAT^2 + CAT^2 = HIP^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\text{Área} = \frac{CAT \cdot CAT}{2}$$

$$A = \frac{ab}{2}$$

$$\text{Perímetro} = CAT + CAT + HIP$$

$$P = a + b + c$$

Triângulo equilátero

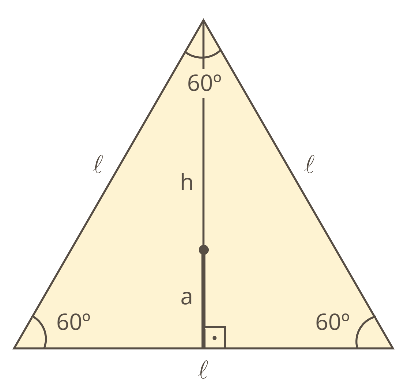
É o triângulo que possui três lados iguais e três ângulos internos iguais, sendo que cada um mede 60º.

Em que:

ℓ: lado;

a: apótema;

h: altura.



Perímetro

$$P = 3 \cdot \ell$$

Área

$$A = \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

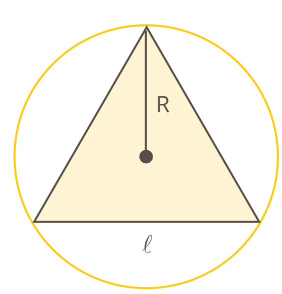
Apótema

$$a = \frac{\ell \cdot \sqrt{3}}{6}$$

Altura

$$h = \frac{\ell \cdot \sqrt{3}}{2}$$

TRIÂNGULO EQUILÁTERO INSCRITO EM UM CÍRCULO



$$\ell = R \cdot \sqrt{3}$$

APOIO AO TEXTO

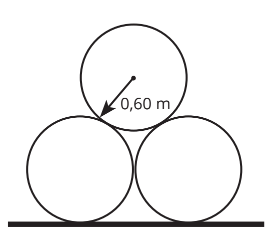
8. Determine a altura de um triângulo equilátero de área igual a $16\sqrt{3}$ cm².

9. (ENEM) A manchete demonstra que o transporte de grandes cargas representa cada vez mais preocupação quando feito em vias urbanas.

Caminhão entala em viaduto no Centro

Um caminhão de grande porte entalou embaixo do viaduto no cruzamento das avenidas Borges de Medeiros e Loureiro da Silva no sentido Centro-Bairro, próximo à Ponte de Pedra, na capital. Esse veículo vinha de São Paulo para Porto Alegre e transportava três grandes tubos, conforme ilustrado.

Considere que o raio externo de cada cano da imagem seja 0,60 m e que eles estejam em cima de uma carroceria cuja parte superior está a 1,30 m do solo. O desenho representa a vista traseira do empilhamento dos canos.

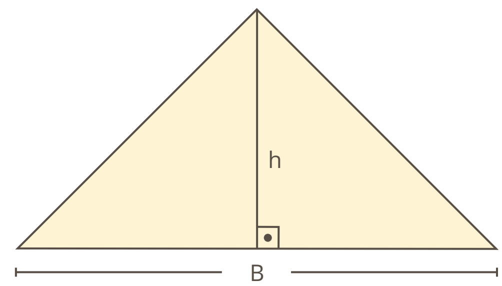


A margem de segurança recomendada para que um veículo passe sob um viaduto é que a altura total do veículo com a carga seja, no mínimo, 0,50 m menor do que a altura do vão do viaduto. Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$. Qual deveria ser a altura mínima do viaduto, em metro, para que esse caminhão pudesse passar com segurança sob seu vão?

a) 2,82
b) 3,52
c) 3,70
d) 4,02
e) 4,20

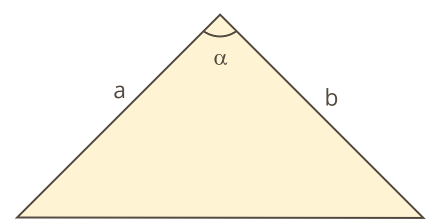
TRIÂNGULO QUALQUER

- **1ª fórmula:** em função da base e da altura.



$$A = \frac{B \cdot h}{2}$$

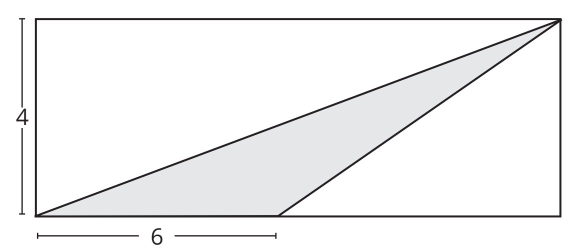
- **2ª fórmula:** em função do seno.



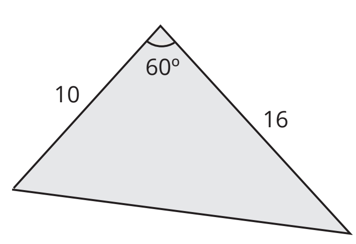
$$A = \frac{ab \cdot \text{sen}\ \alpha}{2}$$

APOIO AO TEXTO

10. Determine a área do triângulo hachurado inscrito no retângulo abaixo.

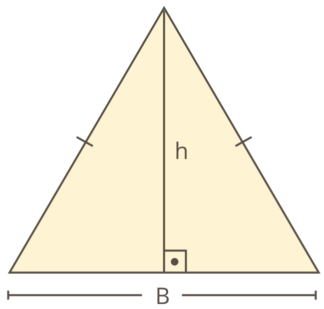


11. Calcule a área do triângulo abaixo:



TRIÂNGULO ISÓSCELES

A área de um triângulo isósceles de base B e altura **h** é dada por:



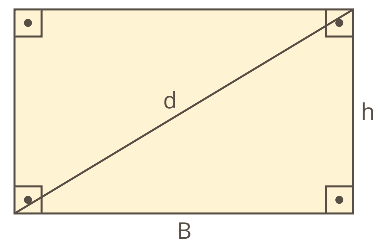
$$A = \frac{B \cdot h}{2}$$

APOIO AO TEXTO

12. Determine a área de um triângulo de lados 5 cm, 5 cm e 6 cm.

RETÂNGULO

É o quadrilátero que possui os quatro ângulos internos iguais a 90º.



$$A = B \cdot h$$

$$P = 2B + 2h$$

$$d^2 = B^2 + h^2$$

Em que:

A: área;

P: perímetro.

APOIO AO TEXTO

13. Em um retângulo, uma dimensão é o dobro da outra. Se a área do retângulo é 18 cm², calcule o seu perímetro e a sua diagonal.

14. (ENEM) Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.

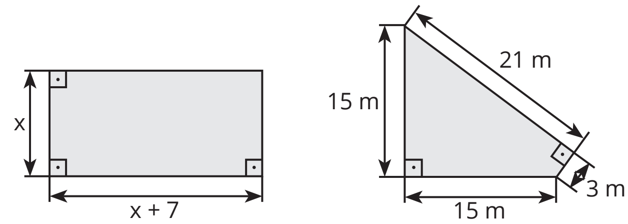


Figura A

Figura B

Para satisfazer o filho mais novo, esse senhor precisa encontrar um terreno retangular cujas medidas, em metro, do comprimento e da largura sejam iguais, respectivamente, a

a) 7,5 e 14,5.

b) 9,0 e 16,0.

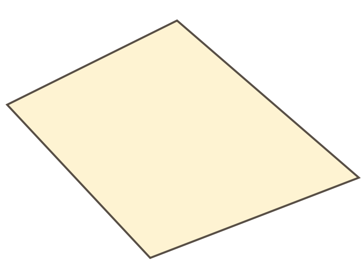
c) 9,3 e 16,3.

d) 10,0 e 17,0.

e) 13,5 e 20,5.

• Quadriláteros

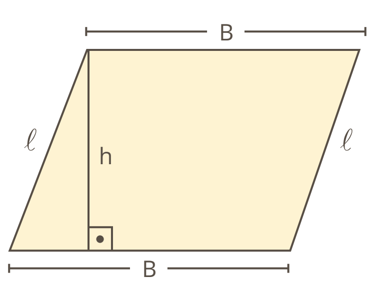
Quadrilátero é o polígono que possui quatro lados.



Principais quadriláteros

PARALELOGRAMO

É o quadrilátero que possui os lados opostos paralelos.



$$A = B \cdot h$$

$$P = 2B + 2 \cdot \ell$$

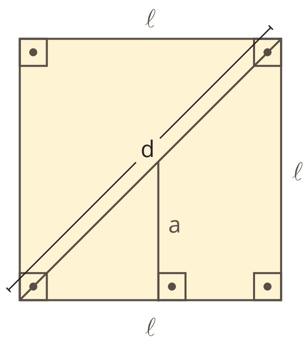
Em que:

A: área;

P: perímetro.

QUADRADO

É o quadrilátero que possui os quatro lados iguais e os quatro ângulos internos iguais a 90º.



$a = \frac{\ell}{2}$

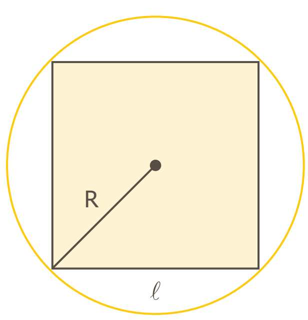
$P = 4 \cdot \ell$

$A = \ell^2$

$d = \ell\sqrt{2}$

Em que:
ℓ: lado;
a: apótema;
d: diagonal.

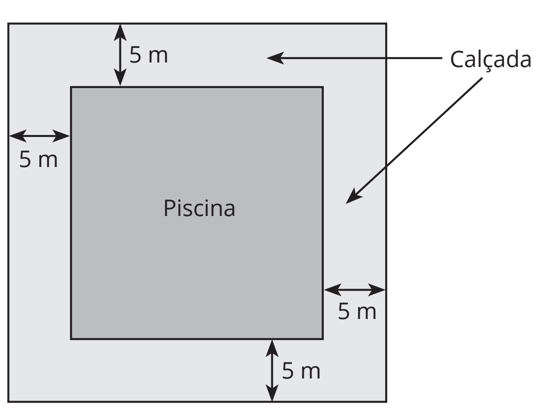
QUADRADO INSCRITO EM UM CÍRCULO



$\ell = R\sqrt{2}$

APOIO AO TEXTO

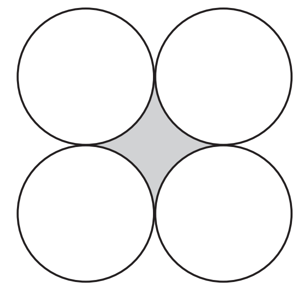
15. (ENEM) Na planta baixa de um clube, a piscina é representada por um quadrado cuja área real mede 400 m². Ao redor dessa piscina, será construída uma calçada, de largura constante igual a 5 m.



Qual é a medida da área, em metro quadrado, ocupada pela calçada?

a) 1 000
b) 900
c) 600
d) 500
e) 400

16. (UFRGS) Os círculos desenhados na figura abaixo são tangentes dois a dois.



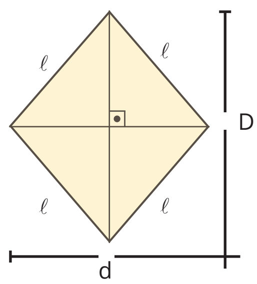
A razão entre a área de um círculo e a área da região sombreada é

a) 1.
b) 2.
c) $\frac{3}{4-\pi}$
d) $\frac{\pi}{4-\pi}$
e) $\frac{2\pi}{4-\pi}$

17. Dois lados opostos de um quadrado têm um aumento de 40%, e os outros dois lados opostos têm um decréscimo de 40%. A área desse quadrado:

a) aumenta 20%.
b) aumenta 16%.
c) permanece inalterada.
d) diminui 16%.
e) diminui 20%.

LOSANGO

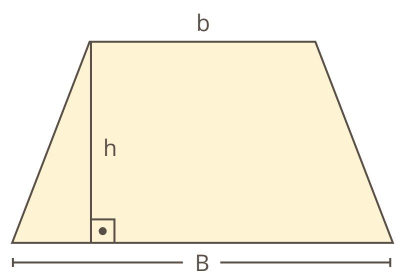


Fórmula da área

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

TRAPÉZIO

É o quadrilátero que possui apenas dois lados paralelos.



Fórmula da área

$$A = \frac{(B + b)\,h}{2}$$

Em que:

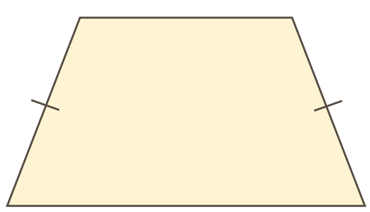
B: base maior;

b: base menor;

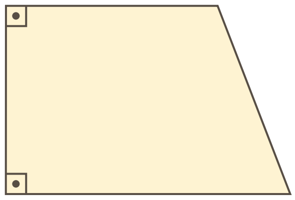
h: altura.

Os dois principais tipos de trapézio são:

- **Trapézio isósceles:** possui os lados não paralelos iguais.

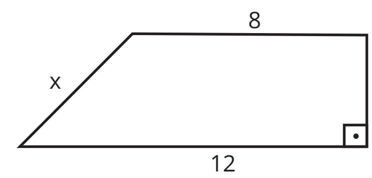


- **Trapézio retângulo:** possui dois ângulos retos.



APOIO AO TEXTO

18. A área do polígono da figura é 30. O lado x mede:



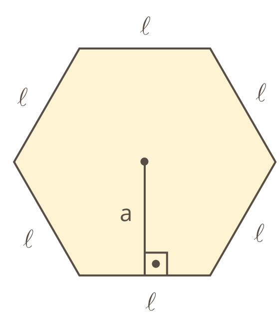
• Hexágono regular

É o hexágono que possui seis lados iguais e seis ângulos internos iguais, sendo que cada um mede 120°.

Em que:

ℓ: lado;

a: apótema.



Perímetro

$$P = 6 \cdot \ell$$

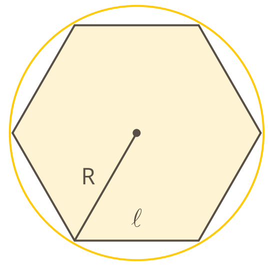
Área

$$A = \frac{6\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

Apótema

$$a = \frac{\ell \cdot \sqrt{3}}{2}$$

Hexágono regular inscrito em um círculo



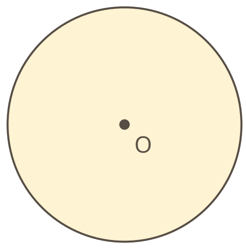
$$\ell = R$$

APOIO AO TEXTO

19. O apótema de um hexágono regular mede $2\sqrt{3}$ cm. Determine a sua área.

• Circunferência

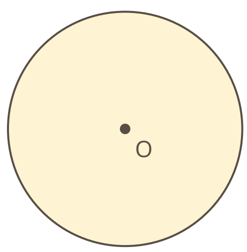
É o conjunto de todos os pontos de um plano equidistantes de um ponto fixo chamado **centro**.



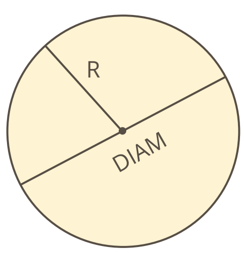
Em que:
O: centro.

Círculo

É o conjunto de todos os pontos de um plano, interiores a uma circunferência ou pertencentes a ela.



Fórmulas do círculo e da circunferência



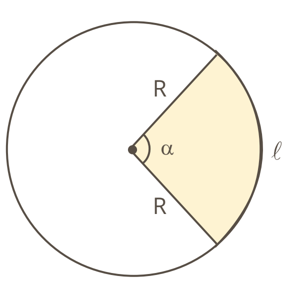
$\text{DIAM} = 2R$

$A_O = \pi R^2$

$C_O = 2\pi R$

Em que:
Diam: diâmetro do círculo;
A_O: área do círculo;
C_O: comprimento da circunferência.

Setor circular

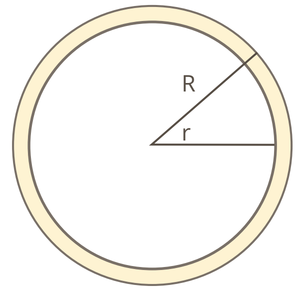


$$A_{sc} = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \alpha}{360^o}$$

$$\ell = \frac{2\pi \cdot R \cdot \alpha}{360^o}$$

Em que:
A_{sc}: área do setor circular;
R: raio do setor;
α: ângulo do setor medido em graus;
ℓ: comprimento do arco do setor.

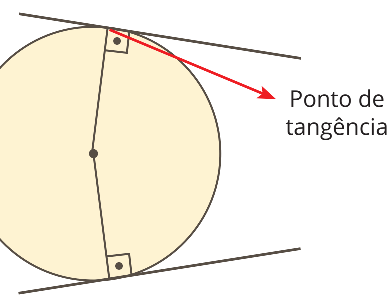
Coroa circular



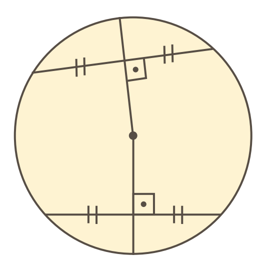
$$A_{cc} = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

PROPRIEDADES DA CIRCUNFERÊNCIA OU DO CÍRCULO

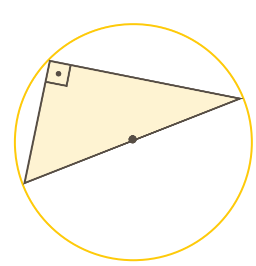
- Toda reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência.



- Todo raio perpendicular a uma corda divide a corda ao meio.

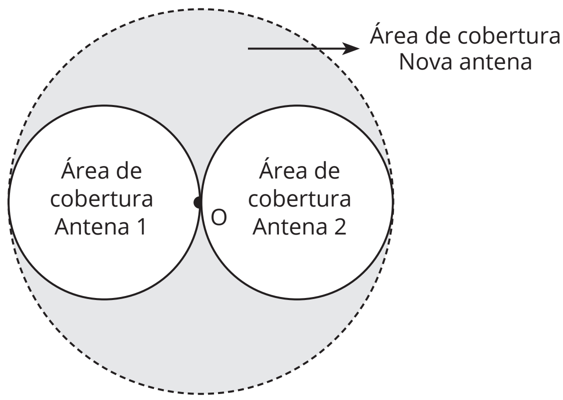


- Todo triângulo inscrito em um círculo, em que um dos lados é o diâmetro desse círculo, é triângulo retângulo. O diâmetro do círculo é a hipotenusa desse triângulo retângulo.



APOIO AO TEXTO

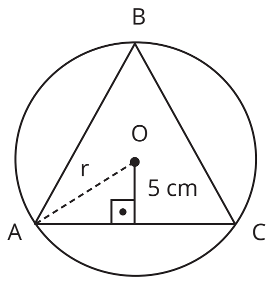
20. (ENEM) Uma empresa de telefonia celular possui duas antenas que serão substituídas por uma nova, mais potente. As áreas de cobertura das antenas que serão substituídas são círculos de raio 2 km, cujas circunferências se tangenciam no ponto O, como mostra a figura.



O ponto O indica a posição da nova antena, e sua região de cobertura será um círculo cuja circunferência tangenciará externamente as circunferências das áreas de cobertura menores. Com a instalação da nova antena, a medida da área de cobertura, em quilômetros quadrados, foi ampliada em

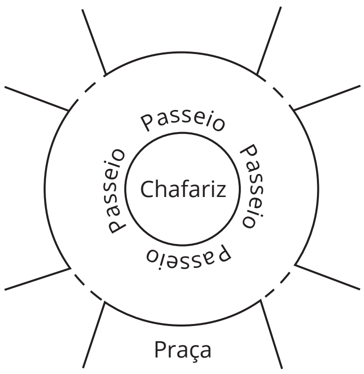
a) 8 π.
b) 12 π.
c) 16 π.
d) 32 π.
e) 64 π.

21. (UFSM) A figura mostra um triângulo eqüilátero inscrito numa circunferência de centro O e raio r. A área dessa circunferência, em centímetros quadrados, é:

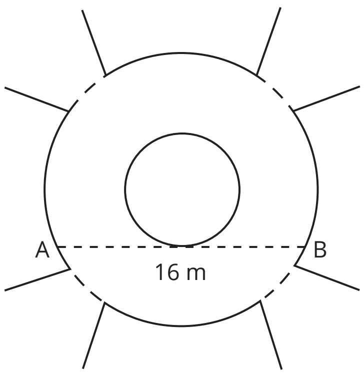


a) 100 π
b) 75 π
c) $\sqrt{75}$ π
d) 20 π
e) 10 π

22. (ENEM) A figura mostra uma praça circular que contém um chafariz em seu centro e, em seu entorno, um passeio. Os círculos que definem a praça e o chafariz são concêntricos.



O passeio terá seu piso revestido com ladrilhos. Sem condições de calcular os raios, pois o chafariz está cheio, um engenheiro fez a seguinte medição: esticou uma trena tangente ao chafariz, medindo a distância entre dois pontos A e B, conforme a figura. Com isso, obteve a medida do segmento de reta AB: 16 m.



Dispondo apenas dessa medida, o engenheiro calculou corretamente a medida da área do passeio, em metro quadrado. A medida encontrada pelo engenheiro foi

a) 4π
b) 8π
c) 48π
d) 64π
e) 192π

Geometria Espacial

• Primórdios

Problemas de Geometria Espacial já intrigavam os povos da Mesopotâmia desde aproximadamente 2000 anos a.C. A figura abaixo é uma réplica do Papiro de Moscou (deteriorado pelo tempo), em que é proposto o problema do volume do tronco de uma pirâmide.

Paul James Cowie/BID

Papiro de Moscou.

Os matemáticos já citados na unidade 1 e outros filósofos da mesma época também se preocuparam com a Geometria Espacial. Pitágoras e Platão, por exemplo, associavam o estudo da Geometria no espaço ao estudo da metafísica e da religião; Arquimedes estudou as esferas e os cilindros; Pitágoras também deu atenção especial a sólidos, como o tetraedro, o cubo, o dodecaedro e a esfera. Portanto, a Geometria Espacial não é recente e tem seus primórdios ainda na Antiguidade de nossa civilização.

Usaremos em nosso livro a seguinte simbologia:

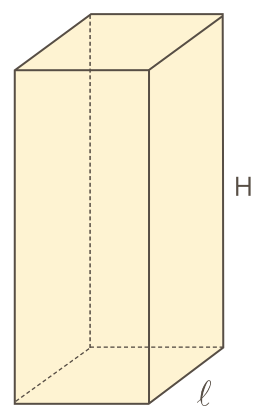
P: perímetro da base;
A_b: área da base;
a: apótema da base;
d: diagonal da base;
A_{FL}: área de uma face lateral;
A_ℓ: área lateral;
A_t: área total;
V: volume;
ℓ: aresta ou lado da base;
H: altura.

• Prismas

Prisma quadrangular regular

É o sólido em que:

- as bases são quadrados iguais;
- as faces laterais são retângulos iguais.



$A_b = \ell^2$

$A_\ell = 4 \cdot \ell \cdot H$

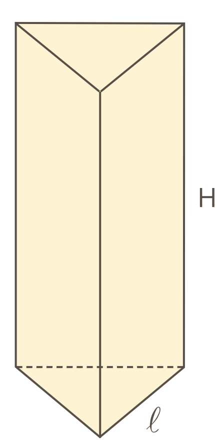
$A_t = A_\ell + 2A_b$

$V = A_b \cdot H$

Prisma triangular regular

É o sólido em que:

- as bases são triângulos equiláteros iguais;
- as faces laterais são retângulos iguais.



$A_b = \dfrac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$

$A_\ell = 3 \cdot \ell \cdot H$

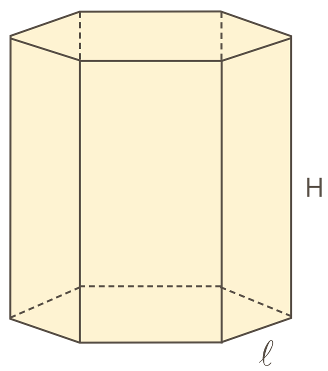
$A_t = A_\ell + 2A_b$

$V = A_b \cdot H$

Prisma hexagonal regular

É o sólido em que:

- as bases são hexágonos regulares iguais;
- as faces laterais são retângulos iguais.



$$A_b = \frac{6 \cdot \ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$A_\ell = 6 \cdot \ell \cdot H$$

$$A_t = A_\ell + 2A_b$$

$$V = A_b \cdot H$$

APOIO AO TEXTO

1. Calcule a área total de um prisma quadrangular regular cuja aresta da base mede 7 cm, e a altura, 10 cm.

2. (UFSM) Deseja-se construir um aquário de vidro na forma de um prisma regular, de base hexagonal, com 20 cm de aresta. A altura de aquário, em cm, para que o mesmo, totalmente cheio, contenha 3,6 litros de água, deve ser:

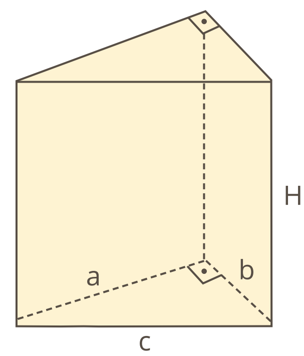
a) $\sqrt{3}$
b) $2\sqrt{3}$
c) $3\sqrt{3}$
d) $4\sqrt{3}$
e) $5\sqrt{3}$

Prismas especiais

PRISMA RETO DE BASE TRIÂNGULO RETÂNGULO

É o sólido em que:

- as bases são triângulos retângulos iguais;
- as faces laterais são retângulos.



$$A_b = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$V = A_b \cdot H$$

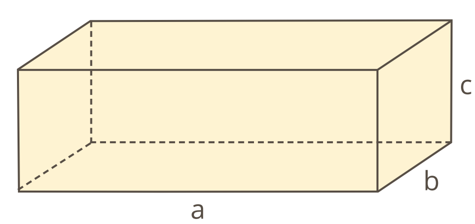
$$A_t = A_\ell + 2A_b$$

$$A_\ell = aH + bH + cH$$

PARALELEPÍPEDO RETÂNGULO OU ORTOEDRO

É o sólido em que todas as faces são retângulos iguais dois a dois. As três dimensões de um paralelepípedo retângulo são representadas por **a**, **b** e **c**, sendo **a** e **b** os lados ou arestas da base e **c** a altura do paralelepípedo.

Representaremos por D a diagonal do paralelepípedo retângulo e por **d**, a diagonal da base.



$$A_b = a \cdot b$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$A_\ell = 2ac + 2bc$$

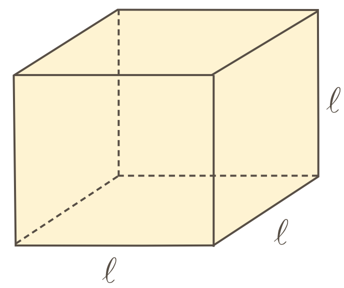
$$D^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$A_t = 2ab + 2ac + 2bc$$

Anotações:

CUBO OU HEXAEDRO REGULAR

É um tipo especial de paralelepípedo retângulo em que todas as faces são quadrados iguais. Portanto, as arestas de um cubo são iguais e as representaremos por ℓ. A diagonal do cubo representaremos por D e a diagonal de uma face do cubo, por **d**.



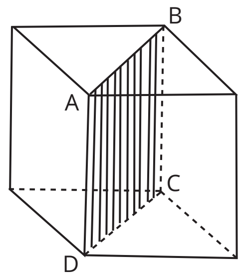
$A_{face} = \ell^2$	$V = \ell^3$
$A_\ell = 4\ell^2$	$d = \ell\sqrt{2}$
$A_t = 6\ell^2$	$D = \ell\sqrt{3}$

APOIO AO TEXTO

3. Calcule a área lateral e a área total de um paralelepípedo retângulo com dimensões 5 cm, 4 cm e 3 cm.

4. A área lateral de um cubo é 36 cm². Calcule a sua área total.

5. (UFSM) Na figura, o perímetro do quadrilátero ABCD mede $4(1+\sqrt{2})$ cm. Então, o volume do cubo, em cm³, é:



a) $4(1+\sqrt{2})$
b) 8
c) 16
d) 64
e) $2\sqrt{3}$

6. (ENEM) Uma fábrica produz barras de chocolates no formato de paralelepípedos e de cubos, com o mesmo volume. As arestas da barra de chocolate no formato de paralelepípedo medem 3 cm de largura, 18 cm de comprimento e 4 cm de espessura. Analisando as características das figuras geométricas descritas, a medida das arestas dos chocolates que têm o formato de cubo é igual a

a) 5 cm.
b) 6 cm.
c) 12 cm.
d) 24 cm.
e) 25 cm.

• Pirâmides

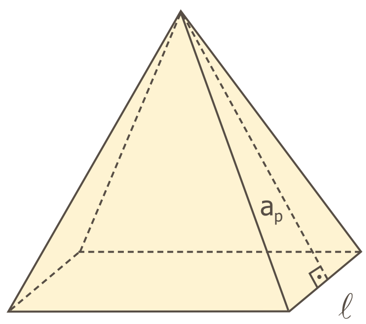
No estudo das pirâmides, usaremos esta simbologia:

a_p: apótema da pirâmide;
ℓ: aresta lateral da pirâmide.

Pirâmide quadrangular regular

É o sólido em que:

- a base é um quadrado;
- as faces laterais são triângulos iguais.



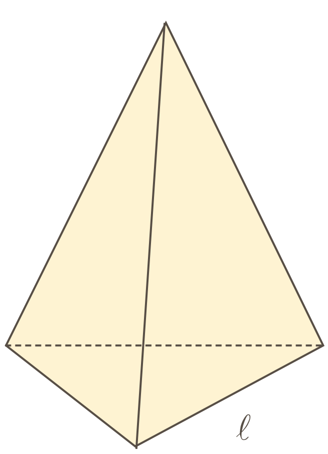
$$A_b = \ell^2 \qquad A_t = A_\ell + A_b$$

$$A_\ell = \frac{4 \cdot \ell \cdot a_p}{2} \qquad V = \frac{A_b \cdot H}{3}$$

Pirâmide triangular regular

É o sólido em que:

- a base é um triângulo equilátero;
- as faces laterais são triângulos iguais.



$$A_b = \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$A_t = A_\ell + A_b$$

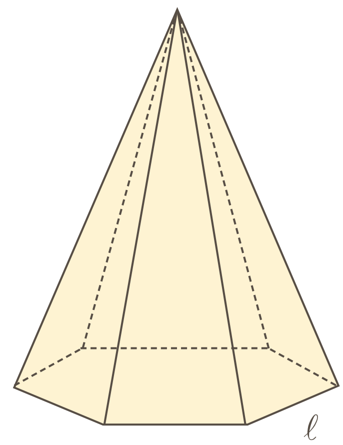
$$A_\ell = \frac{3 \cdot \ell \cdot a_p}{2}$$

$$V = \frac{A_b \cdot H}{3}$$

Pirâmide hexagonal regular

É o sólido em que:

- a base é um hexágono regular;
- as faces laterais são triângulos iguais.



$$A_b = \frac{6 \cdot \ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$A_t = A_\ell + A_b$$

$$A_\ell = \frac{6 \cdot \ell \cdot a_p}{2}$$

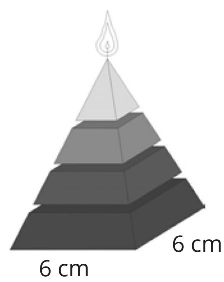
$$V = \frac{A_b \cdot H}{3}$$

APOIO AO TEXTO

7. Em uma pirâmide quadrangular regular, a aresta da base mede 6 cm, e a altura mede 4 cm. Calcule a área lateral, a área total e o volume da pirâmide.

8. Calcule o volume de uma pirâmide hexagonal regular cuja aresta da base mede 8 cm, e a altura 4 cm.

9. (ENEM) Uma fábrica produz velas de parafina em forma de pirâmide quadrangular regular com 19 cm de altura e 6 cm de aresta da base. Essas velas são formadas por 4 blocos de mesma altura – 3 troncos de pirâmide de bases paralelas e 1 pirâmide na parte superior –, espaçados de 1 cm entre eles, sendo que a base superior de cada bloco é igual à base inferior do bloco sobreposto, com uma haste de ferro passando pelo centro de cada bloco, unindo-os, conforme a figura.



Se o dono da fábrica resolver diversificar o modelo, retirando a pirâmide da parte superior, que tem 1,5 cm de aresta na base, mas mantendo o mesmo molde, quanto ele passará a gastar com parafina para fabricar uma vela?

a) 156 cm³.

b) 189 cm³.

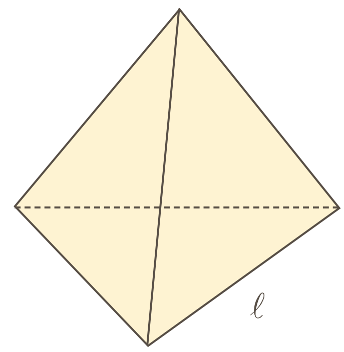
c) 192 cm³.

d) 216 cm³.

e) 540 cm³.

Tetraedro regular

É a pirâmide triangular regular em que todas as faces são triângulos equiláteros iguais. Portanto, todas as arestas de um tetraedro regular são iguais, e vamos representar cada uma por ℓ.



$$A_b = \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$A_\ell = \frac{3\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$A_t = \frac{4\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$H = \frac{\ell \cdot \sqrt{6}}{3}$$

$$V = \frac{\ell^3 \cdot \sqrt{2}}{12}$$

APOIO AO TEXTO

10. O perímetro da base de um tetraedro regular é 12 cm. Calcule a área total do tetraedro.

Anotações:

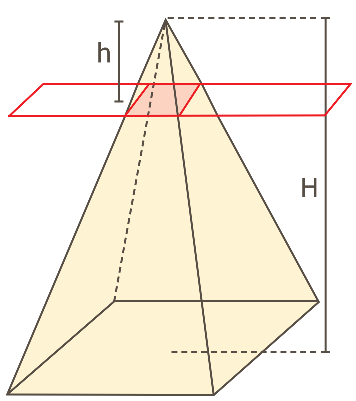
SECÇÃO PLANA PARALELA À BASE NAS PIRÂMIDES

Sejam:

- **h:** distância da secção ao vértice da pirâmide, ou distância do plano paralelo à base ao vértice da pirâmide, ou altura da pirâmide parcial;
- **H:** altura da pirâmide "grande";
- **A_s:** área de secção;
- **A_B:** área da base da pirâmide;
- **v:** volume da pirâmide parcial;
- **V:** volume da pirâmide "grande".

Quando cortamos uma pirâmide por um plano paralelo à base, temos:

a) $\dfrac{A_s}{A_b} = \dfrac{h^2}{H^2}$ b) $\dfrac{v}{V} = \dfrac{h^3}{H^3}$



APOIO AO TEXTO

11. Uma pirâmide quadrangular regular de altura 6 e área da base 27 é intersectada por um plano paralelo à base cuja distância do vértice é 2. Indique o volume do tronco de pirâmide assim determinado.

• Cilindro de revolução

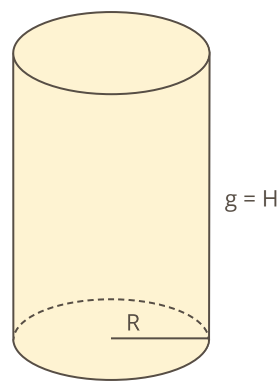
Cilindro de revolução ou cilindro circular reto é o sólido que se obtém girando um retângulo em torno de um de seus lados.

Em que:

R = raio da base;

g = geratriz;

H = altura do cilindro.



$$g = H$$

$$A_b = \pi R^2$$

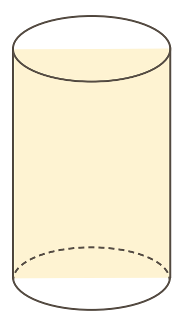
$$A_\ell = 2\pi Rg$$

$$A_t = 2\pi Rg + 2\pi R^2$$

$$V = \pi R^2 H$$

Secção meridiana de um cilindro de revolução

É o retângulo que divide o cilindro ao meio.



A área da secção meridiana é dada por:

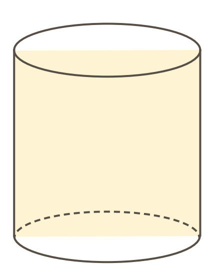
$$A_{SM} = 2Rg$$

ou

$$A_{SM} = 2RH$$

Cilindro equilátero

É o cilindro de revolução cuja secção meridiana é um quadrado.



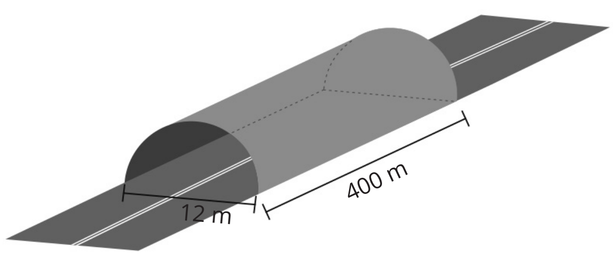
Em um cilindro equilátero, a geratriz ou a altura é igual ao dobro do raio, ou seja:

$$g = H = 2R$$

APOIO AO TEXTO

12. A área lateral de um cilindro circular reto é 150π cm². Se a medida da altura é o triplo da medida do raio da base, calcule o seu volume.

13. (UFSM) Uma alternativa encontrada para a melhoria da circulação em grandes cidades e em rodovias é a construção de túneis. A realização dessas obras envolve muita ciência e tecnologia. Um túnel em formato semicircular, destinado ao transporte rodoviário, tem as dimensões conforme a figura a seguir.



Qual é o volume, em m³ no interior desse túnel?

a) $4.800\ \pi$.

b) $7.200\ \pi$.

c) $14.400\ \pi$.

d) $28.800\ \pi$.

e) $57.600\ \pi$.

• Cone de revolução

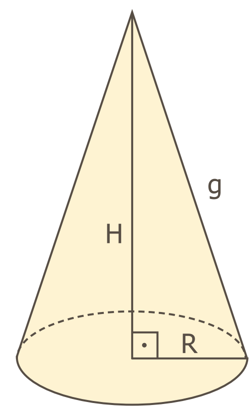
Cone de revolução ou cone circular reto é o sólido que se obtém girando um triângulo retângulo em torno de um de seus catetos.

Em que:

R: raio da base;

g: geratriz;

H: altura.



$g \neq H$

$A_b = \pi R^2$

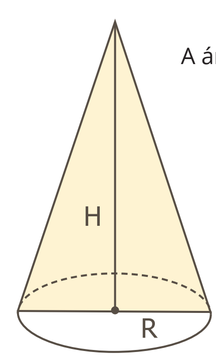
$A_\ell = \pi Rg$

$A_t = \pi Rg + \pi R^2$

$V = \dfrac{\pi R^2 H}{3}$

Secção meridiana de um cone de revolução

É o triângulo isósceles que divide o cone ao meio.

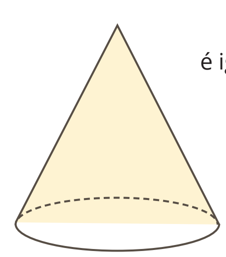


A área da secção meridiana é dada por:

$A_{SM} = RH$

• Cone equilátero

É o cone cuja secção meridiana é um triângulo equilátero.



Em um cone equilátero, a geratriz é igual ao dobro do raio, ou seja:

$g = 2R$

APOIO AO TEXTO

14. Em um cone de revolução, a área da base é 36π cm², e a área total é 96π cm². Calcule o volume do cone.

15. (ENEM) No período de fim de ano, o síndico de um condomínio resolveu colocar, em um poste, uma iluminação natalina em formato de cone, lembrando uma árvore de Natal, conforme as figuras 1 e 2.

Figura 1

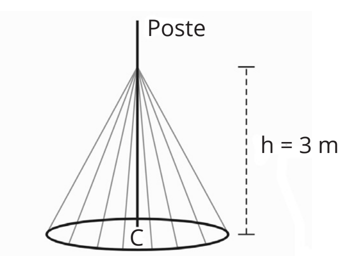


Figura 2

A árvore deverá ser feita colocando-se mangueiras de iluminação, consideradas segmentos de reta de mesmo comprimento, a partir de um ponto situado a 3 m de altura no poste até um ponto de uma circunferência de fixação, no chão, de tal forma que esta fique dividida em 20 arcos iguais. O poste está fixado no ponto C (centro da circunferência) perpendicularmente ao plano do chão. Para economizar, ele utilizará mangueiras de iluminação aproveitadas de anos anteriores, que juntas totalizaram pouco mais de 100 m de comprimento, dos quais ele decide usar exatamente 100 m e deixar o restante como reserva. Para que ele atinja seu objetivo, o raio, em metro, da circunferência deverá ser de

a) 4,00.
b) 4,87.
c) 5,00.
d) 5,83.
e) 6,26.

Secção plana paralela à base nos cones

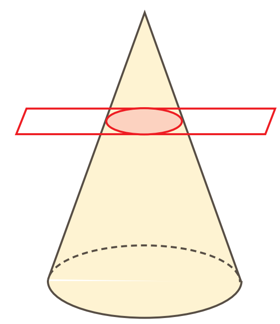
Em que:

- **h:** distância da secção ao vértice do cone, ou distância do plano ao vértice do cone, ou altura do cone parcial;
- **H:** altura do cone "grande";
- **A_s:** área de secção;
- **A_b:** área da base do cone "grande";
- **v:** volume do cone parcial;
- **V:** volume do cone "grande".

Quando cortamos um cone de revolução por um plano paralelo à base, temos:

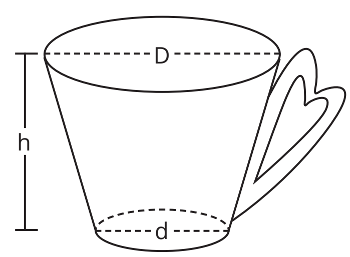
$$\frac{A_s}{A_b} = \frac{h^2}{H^2}$$

$$\frac{v}{V} = \frac{h^3}{H^3}$$



APOIO AO TEXTO

16. (ENEM) Uma pessoa comprou uma caneca para tomar sopa, conforme ilustração.

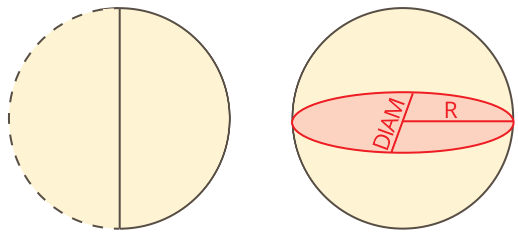


Sabe-se que 1 cm³ = 1 mL e que o topo da caneca é uma circunferência de diâmetro (D) medindo 10 cm, e a base é um círculo de diâmetro (d) medindo 8 cm. Além disso, sabe-se que a altura (h) dessa caneca mede 12 cm (distância entre o centro das circunferências do topo e da base). Utilize 3 como aproximação para π. Qual é a capacidade volumétrica, em mililitro, dessa caneca?

a) 216.
b) 408.
c) 732.
d) 2.196.
e) 2.928.

• Esfera

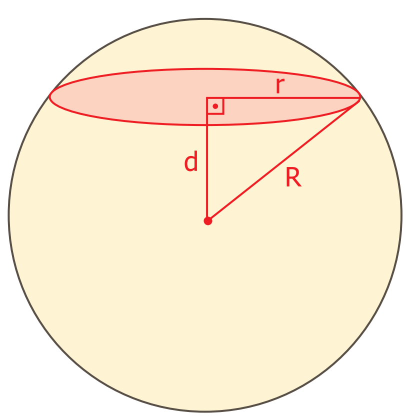
Esfera é o sólido que se obtém girando um semicírculo em torno do seu diâmetro.



Fórmulas	
R: raio da esfera	
A: área da esfera	$\mathbf{A} = 4\pi R^2$
V: volume da esfera	$\mathbf{V} = \dfrac{4\pi R^3}{3}$
$\mathbf{A_{CM}}$: área do círculo máximo	$\mathbf{A_{CM}} = \pi R^2$
DIAM: diâmetro	**DIAM** = 2R

Secção na esfera

Quando um plano corta uma esfera, ele determina sobre ela um círculo que é chamado secção da esfera.



Portanto, a secção de uma esfera sempre é um círculo.

Em que:

r: raio da secção (círculo);

d: distância da secção ao centro da esfera;

R: raio da esfera;

$\mathbf{A_s}$: área da secção;

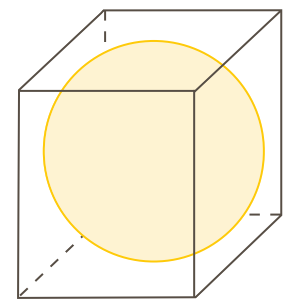
$\mathbf{P_s}$: perímetro da secção.

Esfera inscrita em um cubo

DIAM: diâmetro da esfera;

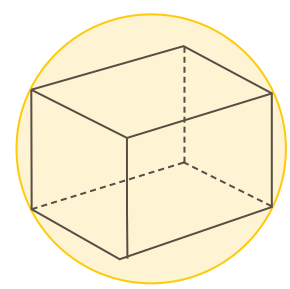
R: raio da esfera;

ℓ**:** aresta do cubo.



$\ell = 2R$

Cubo inscrito em uma esfera



$2R = \ell\sqrt{3}$

APOIO AO TEXTO

17. Um plano intersecta uma esfera a 6 cm do centro, determinando uma secção de 8 cm de raio. Calcule o volume da esfera.

18. (UFRGS) Fundindo três esferas idênticas e maciças de diâmetro 2 cm, obtém-se uma única esfera maciça de raio

a) $\sqrt[3]{3}$.

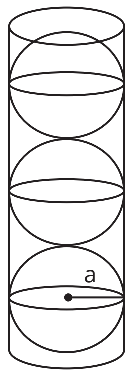
b) $\sqrt[3]{4}$.

c) $\sqrt[3]{6}$.

d) 3.

e) 6.

19. (UFSM) Bolas de tênis são vendidas, normalmente, em embalagens cilíndricas contendo 3 unidades.



Supondo-se que as bolas têm raio a em centímetros e tangenciam as paredes internas da embalagem, o espaço interno dessa embalagem que NÃO é ocupado pelas bolas é, em cm^3,

a) $2\pi a^3$

b) $\frac{4}{3}\pi a^3$

c) $\frac{\pi a^3}{3}$

d) a^3

e) $\frac{2}{3}\pi a^3$

Anotações:

Estatística

Seguidamente entramos em contato com gráficos que fornecem uma série de informações, como índices de inflação, desemprego e aumento da expectativa de vida.

O levantamento de informações e sua exposição em tabelas e gráficos são feitos, em geral, de forma científica, utilizando a estatística, um dos ramos da matemática.

A estatística, portanto, trata do conjunto de métodos utilizados para a obtenção de dados, sua organização em tabelas e gráficos e sua posterior análise.

• Termos estatísticos

POPULAÇÃO E UNIDADE ESTATÍSTICA

A estatística parte da observação de grupos geralmente numerosos, os quais denominamos **população estatística** ou **universo estatístico**.

Cada elemento da população estatística é chamado de **unidade estatística**.

População estatística	Unidade estatística
160 alunos de um colégio.	Cada aluno que estuda no colégio.
Todos os eleitores brasileiros.	Cada eleitor brasileiro.

AMOSTRAS

A população estatística (ou universo estatístico) pode ser:

FINITA

Uma amostra finita apresenta um número finito de elementos.

– *Exemplo:* O número de operários que trabalham em uma fábrica.

INFINITA

Uma amostra infinita apresenta um número infinito de elementos.

– *Exemplo:* As temperaturas, nos diversos pontos do Brasil, em determinado momento.

AMOSTRA é um subconjunto (ou uma parte selecionada) da população.

Mesmo quando o universo é finito, há razões que nos levam à utilização da técnica da amostragem: desde razões econômicas, por ser dispendioso observar um grande número de elementos, até razões de tempo, pois uma observação demorada pode fornecer dados desatualizados.

Frequência absoluta e frequência relativa

Imagine, por exemplo, um campeonato de futebol disputado entre Internacional, Corinthians, São Paulo e Grêmio, sendo realizado em um único dia, no Estádio Maracanã.

Vamos considerar que, nesse exemplo, o conjunto de torcedores seja de:

Colorados	40.000
Corinthianos	20.000
São-paulinos	12.000
Gremistas	28.000
Total	**100.000**

A **frequência absoluta** de cada variável é o número de vezes que essa variável aparece no conjunto considerado. Vamos representá-la por F_A.

A **frequência total** da amostra é o número total de elementos da amostra. Vamos representá-la por F_T.

A **frequência relativa** de cada variável é a frequência absoluta, escrita em porcentagem, em relação à frequência total. Vamos representá-la por F_R.

Anotações:

• Construção de tabelas e gráficos

Para facilitar a apresentação de um estudo estatístico, podemos construir tabelas e gráficos:

TABELAS

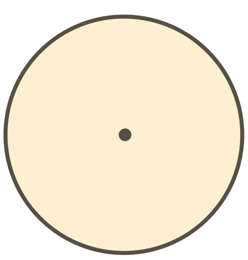
Construa uma tabela com os dados das frequências anteriores.

Torcedores	Frequência absoluta	Frequência relativa
Colorados	40.000	40%
Corinthianos	20.000	20%
São-paulinos	12.000	12%
Gremistas	28.000	28%
Total	**100.000**	**100%**

GRÁFICO DE SETORES

Ainda trabalhando com o exemplo dos times de futebol, podemos construir um gráfico de setores. Para tanto, devemos lembrar que o ângulo central de cada setor pode ser obtido a partir da seguinte informação:

Uma "volta completa" tem 360°.



• Medidas de tendência central ou médias

Nas aplicações da estatística, aparece a necessidade de se realizarem inferências acerca dos dados de uma amostra. Recorre-se, então, a um número chamado média, que "representa" todos os elementos da amostra. Desse modo, deixamos de olhar a unidade estatística e passamos a observar a amostra inteira. Por exemplo, falar sobre a altura de cada brasileiro é inviável; então, falamos sobre uma altura média, ou seja, a altura média do brasileiro é x centímetros.

Dependendo do modo como é calculada essa média, temos distorções, que também são objeto de estudo da estatística. Aqui, entretanto, vamos focar nosso estudo apenas no cálculo das principais médias.

MÉDIA ARITMÉTICA (MA)

A média aritmética dos valores x_1, x_2, x_3, ... x_n é determinada pelo quociente entre a soma desses valores e a quantidade destes.

$$MA = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots x_n}{n}$$

APOIO AO TEXTO

1. (ENEM) Em uma cidade, o número de casos de dengue confirmados aumentou consideravelmente nos últimos dias. A prefeitura resolveu desenvolver uma ação contratando funcionários para ajudar no combate à doença, os quais orientarão os moradores a eliminarem criadouros do mosquito *Aedes aegypti*, transmissor da dengue. A tabela apresenta o número atual de casos confirmados, por região da cidade.

Região	Casos confirmados
Oeste	237
Centro	262
Norte	158
Sul	159
Noroeste	160
Leste	278
Centro-Oeste	300
Centro-Sul	278

A prefeitura optou pela seguinte distribuição dos funcionários a serem contratados:

I. 10 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja maior que a média dos casos confirmados.

II. 7 funcionários para cada região da cidade cujo número de casos seja menor ou igual à média dos casos confirmados.

Quantos funcionários a prefeitura deverá contratar para efetivar a ação?

a) 59
b) 65
c) 68
d) 71
e) 80

2. (ENEM) A permanência de um gerente em uma empresa está condicionada à sua produção no semestre. Essa produção é avaliada pela média do lucro mensal do semestre. Se a média for, no mínimo, de 30 mil reais, o gerente permanece no cargo, caso contrário, ele será despedido. O quadro mostra o lucro mensal, em milhares de reais, dessa empresa, de janeiro a maio do ano em curso.

Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio
21	35	21	30	38

Qual deve ser o lucro mínimo da empresa no mês de junho, em milhares de reais, para o gerente continuar no cargo no próximo semestre?

a) 26
b) 29
c) 30
d) 31
e) 35

MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA (MAP)

Anotações:

Calcula-se fazendo a divisão entre o somatório do produto de cada elemento pelo seu respectivo peso (nº de vezes que o valor se repete) e a soma de todos os pesos.

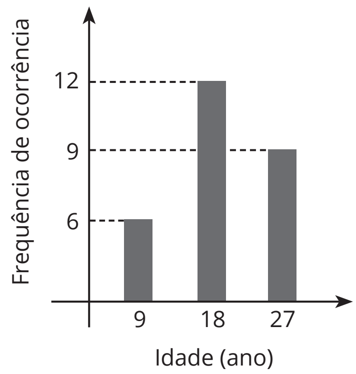
$$\text{MAP} = \frac{x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 + \ldots x_n \cdot p_n}{p_1 + p_2 + p_3 + \ldots p_n}$$

Importante

Calcule primeiro os pesos.

APOIO AO TEXTO

3. (ENEM 2021) Uma pessoa realizou uma pesquisa com alguns alunos de uma escola, coletando suas idades, e organizou esses dados no gráfico.



Qual é a média das idades, em ano, desses alunos?

a) 9
b) 12
c) 18
d) 19
e) 27

Importante

MODA (MO)

A moda de uma distribuição é representada pelo elemento de maior frequência.

- *Exemplo:* As alturas de cinco alunos, em metros, são 1,80; 1,76; 1,76; 1,55 e 1,63. A moda é 1,76.

MEDIANA (MD)

Para obter a mediana de uma distribuição, organize os dados em ordem crescente (ou decrescente), formando, assim, um **rol**.

Se o rol tiver em número ímpar de termos, a mediana é o elemento do meio; se o rol tiver um número par de termos, a mediana é a média aritmética dos dois termos mais centrais do rol.

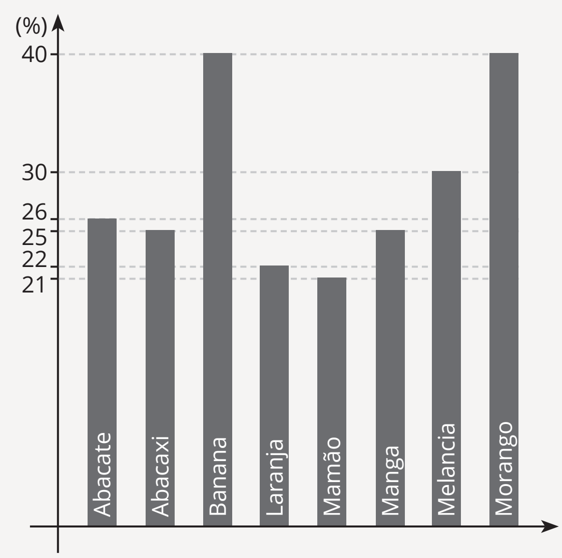
– *Exemplo 1:* Rol 1; 1; 2; $\boxed{5;}$ 6; 7; 10   Md = 5   – *Exemplo 2:* Rol 8; 9; $\boxed{10; 12;}$ 13; 20 $Md = \frac{10 + 12}{2} = 11$

APOIO AO TEXTO

4. (UFSM) O Brasil é o quarto produtor mundial de alimentos, produzindo mais do que o necessário para alimentar sua população. Entretanto, grande parte da produção é desperdiçada. O gráfico mostra o percentual do desperdício de frutas nas feiras do estado de São Paulo.

Considerando os dados do gráfico, a média aritmética, a moda e a mediana são, respectivamente,

a) 28,625; 25 e 40; 25,5.
b) 28,625; 25 e 40; 26.
c) 28,625; 40; 26.
d) 20,5; 25 e 40; 25,5.
e) 20,5; 40; 25,5.



Disponível em: http:www.youtube.com/watch?uwXcErXvp1E.
Acesso em: 10 set. 2014 (adaptado.

5. (ENEM) O quadro apresenta o número de terremotos de magnitude maior ou igual a 7, na escala Richter, ocorridos em nosso planeta nos anos de 2000 a 2011.

Ano	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Terremoto	15	16	13	15	16	11	11	18	12	17	24	20

Um pesquisador acredita que a mediana representa bem o número anual típico de terremotos em um período. Segundo esse pesquisador, o número anual típico de terremotos de magnitude maior ou igual a 7 é

a) 11.
b) 15.
c) 15,5.
d) 15,7.
e) 17,5.

Demais vestibulares

DESVIO PADRÃO

O desvio padrão é uma medida que expressa o grau de dispersão de um conjunto de dados. Ou seja, o desvio padrão indica o quanto um conjunto de dados é uniforme. Quanto mais próximo de 0 for o desvio padrão, mais homogêneos são os dados.

APOIO AO TEXTO

6. Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para a classificação no concurso, o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir, são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

Dados dos candidatos no concurso:

	Matemática	Português	Conhecimentos	Média	Mediana	Desvio padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,81
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é:

a) Marco, pois a média e a mediana são iguais.
b) Marco, pois obteve menor desvio padrão.
c) Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português.
d) Paulo, pois obteve maior mediana.
e) Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

Anotações:

MATEMÁTICA

UNIDADE 4

AULA-
-PÍLULA

» Educação Financeira

• Juros simples

Juro é a remuneração de um capital aplicado (ou uma compensação pelo pagamento de uma dívida), a partir de um prazo determinado. No sistema de capitalização simples, os juros são calculados baseados no valor da dívida ou da aplicação. Dessa forma, o valor dos juros é igual no período de aplicação ou composição da dívida. A expressão matemática utilizada para o cálculo das situações envolvendo juros simples é a seguinte:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

J = juros
C = capital
i = taxa de juros
t = tempo de aplicação (mês, bimestre, trimestre, semestre, ano...)

Montante

$$M = C + J$$

Anotações:

• Juros composto

O atual sistema financeiro utiliza o regime de juros compostos, pois ele oferece uma maior rentabilidade se comparado ao regime de juros simples, onde o valor dos rendimentos se torna fixo, e no caso do composto o juro incide mês a mês de acordo com o somatório acumulativo do capital com o rendimento mensal, isto é, prática do juro sobre juro. As modalidades de investimentos e financiamentos são calculadas de acordo com esse modelo de investimento, pois ele oferece um maior rendimento, originando mais lucro. Uma expressão matemática utilizada no cálculo dos juros compostos é a seguinte:

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

M: montante
C: capital
i: taxa de juros
t: tempo de aplicação

Anotações:

APOIO AO TEXTO

1. (UFSM) A chegada da televisão no Brasil facilitou o acesso à informação. Com o avanço da tecnologia, os aparelhos estão cada dia mais modernos e consequentemente mais caros. Um consumidor deseja adquirir uma televisão com tecnologia de última geração. Enquanto aguarda o preço da televisão baixar, ele aplica o capital disponível de R$3000,00 a juros simples de 0,8% ao mês em uma instituição financeira, por um período de um ano e meio. O montante, ao final desse período, é igual a

a) R$ 7.320,00.

b) R$ 5.400,00.

c) R$ 4.320,00.

d) R$ 3.432,00.

e) R$ 3.240,00.

2. (UFSM) Uma cooperativa de microcrédito cobra juros simples de 1,5¨% ao mês. Um comerciante ambulante, para repor suas mercadorias, tomou emprestado R$ 1.000,00 a ser pago após 4 meses. Na data do vencimento do empréstimo, não tendo dinheiro para quitá-lo integralmente, pagou metade do valor devido e renegociou o restante a ser pago novamente após 4 meses, porém com juros simples de 2,0% ao mês. Na nova data do vencimento, o valor a ser pago será

a) R$ 500,00.

b) R$ 530,60.

c) R$ 542,40.

d) R$ 572,40.

e) R$ 612,35.

3. (ENEM) Um empréstimo foi feito a taxa mensal de i%¨ usando juros compostos, em oito parcelas fixas e iguais a P. O devedor tem a possibilidade de quitar a dívida antecipadamente a qualquer momento, pagando para isso o valor atual das parcelas ainda a pagar. Após pagar a 5ª parcela, resolve quitar a dívida no ato de pagar a 6ª parcela. A expressão que corresponde ao valor total pago pela quitação do empréstimo é

a) $P\left[1+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2}\right]$

b) $P\left[1+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{2i}{100}\right)}\right]$

c) $P\left[1+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2}\right]$

d) $P\left[1+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{2i}{100}\right)}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{3i}{100}\right)}\right]$

e) $P\left[1+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^2}+\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{i}{100}\right)^3}\right]$

4. Ao se aposentar aos 65 anos, um trabalhador recebeu seu Fundo de Garantia por Tempo de Serviço (FGTS) no valor de R$ 50.000,00 e resolveu deixá-lo em uma aplicação bancária, rendendo juros compostos de 4% ao ano, até obter um saldo de R$ 100.000,00. Se esse rendimento de 4% ao ano não mudar ao longo de todos os anos, o trabalhador atingirá seu objetivo após x anos.

Considerando log(1,04) = 0,017 e log2 = 0,301 o valor mais próximo de x é

a) 10

b) 22

c) 14

d) 18

e) 5

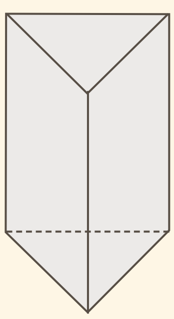
DEMAIS VESTIBULARES

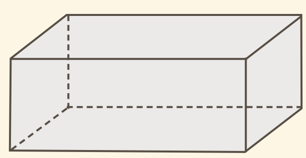
» Poliedros

São sólidos limitados por polígonos. Os elementos de um poliedro são:

- **faces:** os polígonos que limitam o poliedro;
- **arestas:** os lados dos polígonos;
- **vértices:** vértices dos polígonos, ou seja, são os pontos em que se encontram três ou mais arestas.

– Exemplos:



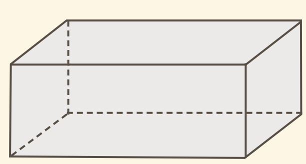


Classificação dos poliedros

QUANTO À FORMA

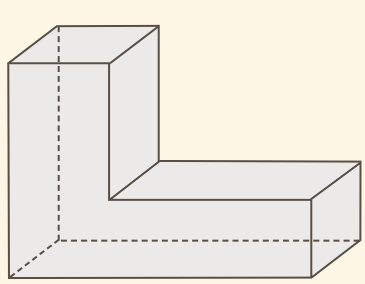
Poliedro convexo: se toda e qualquer reta que passar pelo interior de um poliedro "furá-lo" em apenas duas faces, então o poliedro será convexo.

– Exemplo:



- **Poliedro côncavo:** se existir pelo menos uma reta que, ao passar pelo interior de um poliedro, "furá-lo" em mais de duas faces, então o poliedro será côncavo.

– Exemplo:



QUANTO AO NÚMERO DE FACES

O poliedro que possui:

4 faces chama-se **TETRAEDRO**.
5 faces chama-se **PENTAEDRO**.
6 faces chama-se **HEXAEDRO**.
7 faces chama-se **HEPTAEDRO**.
8 faces chama-se **OCTAEDRO**.
9 faces chama-se **ENEAEDRO**.
10 faces chama-se **DECAEDRO**.
11 faces chama-se **UNDECAEDRO**.
12 faces chama-se **DODECAEDRO**.
15 faces chama-se **PENTADECAEDRO**.
20 faces chama-se **ICOSAEDRO**.

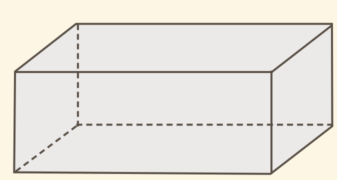
Cálculo do número de arestas de um poliedro

EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE LADOS DE CADA FACE

$$A = \frac{\text{Número total de lados de todas as faces separadas}}{2}$$

– Exemplo resolvido:

Calcule o número de arestas do poliedro abaixo.



$$A = \frac{4+4+4+4+4+4}{2}$$

$$A = \frac{24}{2}$$

$$A = 12$$

APOIO AO TEXTO

1. Um poliedro convexo tem exatamente 2 faces triangulares e 5 quadrangulares. Calcule seu número de arestas.

Teorema de Euler

Em um poliedro convexo, o número de vértices mais o número de faces é igual ao número de arestas + 2 (mais dois), ou seja:

$$V + F = A + 2$$

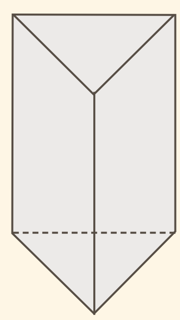
Em que:

V: número de vértices do poliedro;

F: número de faces do poliedro;

A: número de arestas do poliedro.

– Exemplo:



APOIO AO TEXTO

2. Um poliedro convexo é formado por 3 faces quadrangulares e 5 faces hexagonais. Calcule o número de vértices do poliedro.

Soma dos ângulos internos das faces de um poliedro convexo

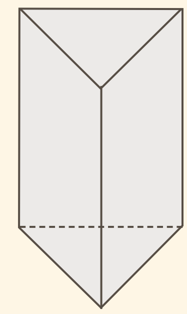
A soma dos ângulos internos das faces de um poliedro convexo é dada por:

$$S = 360^\circ \cdot (V - 2)$$

Em que:

V: número de vértices do poliedro convexo.

– Exemplo:



APOIO AO TEXTO

3. Um poliedro convexo tem exatamente 3 faces quadrangulares e 4 faces pentagonais. Calcule a soma dos ângulos internos das faces desse poliedro.

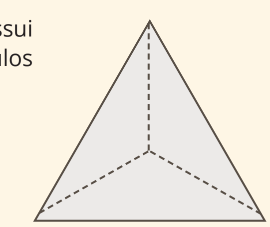
Poliedros regulares

São poliedros convexos em que:

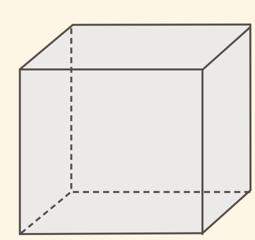
- as faces são polígonos regulares iguais;
- de cada vértice parte o mesmo número de arestas.

Existem apenas cinco poliedros regulares. São eles:

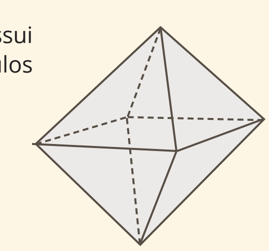
- **Tetraedro regular:** possui quatro faces, que são triângulos equiláteros iguais.



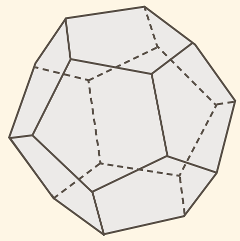
- **Hexaedro regular ou cubo:** possui seis faces, que são quadrados iguais.



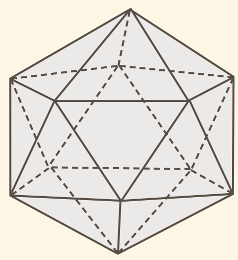
- **Octaedro regular:** possui oito faces, que são triângulos equiláteros iguais.



- **Dodecaedro regular:** possui doze faces, que são pentágonos regulares iguais.



- **Icosaedro regular:** possui vinte faces, que são triângulos equiláteros iguais.



Portanto, as faces de um poliedro regular só podem ser triângulos equiláteros, quadrados ou pentágonos regulares.

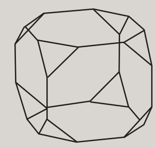
Anotações:

Importante

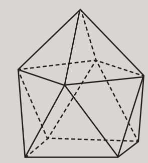
Alguns poliedros, apesar de não figurarem no grupo dos poliedros regulares, também exercem um certo fascínio sobre quem os observa.

Vejamos abaixo o desenho de alguns deles:

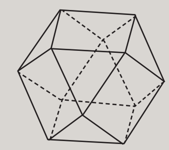
Cubo truncado



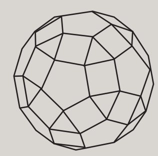
Pirâmide quadrada giroalongada



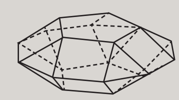
Cuboctaedro



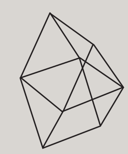
Rombicosidodecaedro



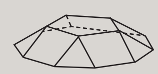
Ortobicúpula pentagonal



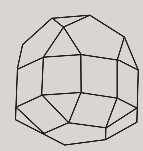
Girobifastigium



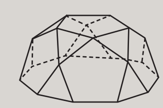
Cúpula pentagonal



Girocupularrotunda pentagonal



Rotunda pentagonal



GABARITO

1. A = 13

2. V = 15

3. S = 3.240°

» Números Complexos

• Unidade imaginária

Para realizar operações, como a raiz quadrada de números reais negativos, foi criado um número chamado unidade imaginária, que é simbolizado pela letra **i**, tal que:

$$i^2 = -1$$

APOIO AO TEXTO

1. Calcule:

a) $\sqrt{-9}$

b) $\sqrt{-64}$

2. Resolva a equação $x^2 - 4x + 8 = 0$.

• Potências de i

As quatro potências fundamentais de **i** são:

$$i^0 = 1$$
$$i^1 = i$$
$$i^2 = -1$$
$$i^3 = -i$$

Para calcularmos uma potência de **i** de expoente natural maior que 3, dividimos o seu expoente por 4 e tomamos o resto da divisão como novo expoente do **i**.

APOIO AO TEXTO

3. Calcule as potências de **i** abaixo:

a) i^{31}

b) i^{26}

• Número imaginário puro

É todo número da forma **bi**, em que **b** é um número real diferente de zero.

– *Exemplos:* 2i, -3i, i, $\frac{1}{2}$i, ..., etc.

• Número complexo

É todo número da forma **a + bi**, em que **a** e **b** são números reais, sendo:

a = parte real do complexo;
bi = parte imaginária do complexo;
b = coeficiente da parte imaginária;
i = unidade imaginária.

– *Exemplos:* 5 + 3i; 8 - i; 2i; 6, ..., etc.

Importante

- Para que um número complexo seja um número real, a **sua parte imaginária deve ser igual a zero**.
- Para que um número complexo seja um número imaginário puro, a **sua parte real deve ser igual a zero**, e a **sua parte imaginária deve ser diferente de zero**.

Conjugado de um número complexo

Dado um número complexo **z**, chama-se conjugado o número **z** que se obtém trocando-se o sinal da sua parte imaginária, ou seja:

$$z = a + bi \rightarrow \bar{z} = a - bi$$

– *Exemplos:* $z = 2 + 3i \rightarrow \bar{z} = 2 - 3i$

$z = 5 - i \rightarrow \bar{z} = 5 + i$

$z = 8i \rightarrow \bar{z} = -8i$

$z = 3 \rightarrow \bar{z} = 3$

APOIO AO TEXTO

4. Calcule: $(3 - 4i) - (1 - 2i)$

5. Calcule:

a) $(3 - i) \cdot (7 + i)$

b) $(4 + 2i) \cdot (4 - 2i)$

c) $(6 - 3i)^2$

6. Calcule: $\dfrac{3 + 2i}{5 - i}$

7. Calcule o inverso de $\dfrac{2 + 3i}{i}$.

Igualdade entre números complexos

Dois números complexos são iguais quando as suas partes reais são iguais e as suas partes imaginárias também são iguais, ou seja:

Se $\mathbf{a + bi = c + di}$, então $\mathbf{a = c}$ e $\mathbf{b = d}$

– *Exemplos:* $2 + 3i = 2 + 3i$

APOIO AO TEXTO

8. Determine o número complexo z que verifica a equação $3z - 2\bar{z} + i = 2 + 6i$.

Módulo de um número complexo

O módulo de um número complexo $z = a + bi$, que se representa por $|z|$, é definido por:

$$|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

APOIO AO TEXTO

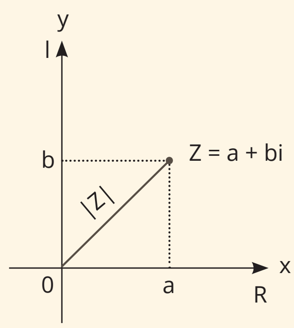
9. Determine o módulo de $z = 3 + 4i$.

• Plano complexo ou plano de Argand-Gauss

É o plano dotado de dois eixos orientados perpendiculares. O eixo horizontal chama-se **eixo real**, e o vertical, **eixo imaginário**.

Todo número complexo z = a + bi pode ser representado no plano complexo a partir de um par ordenado (a, b), em que o primeiro elemento do par é a parte real do número complexo, e o segundo é o coeficiente da sua parte imaginária. A parte real (**a**) do número complexo será marcada no **eixo real**, e o coeficiente da sua parte imaginária (**b**) será marcado no **eixo imaginário**.

$$a + bi \Leftrightarrow (a, b)$$



APOIO AO TEXTO

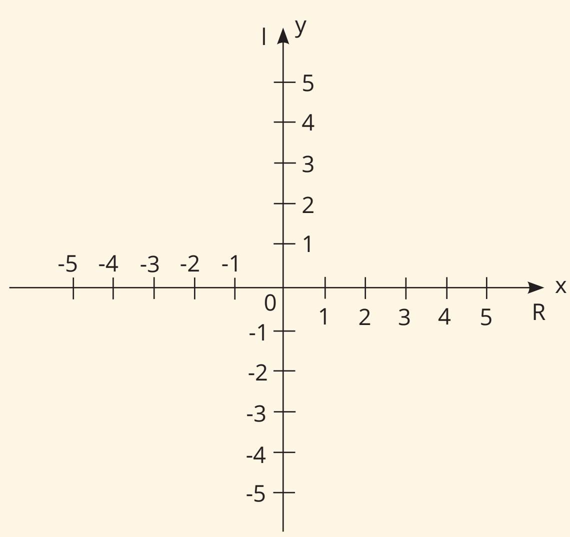
10. Localize, no plano complexo abaixo, os números complexos:

a) 3 + 4i

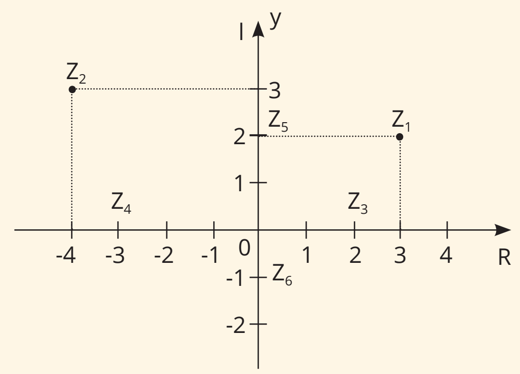
b) -1 - i

c) 4

d) 3i

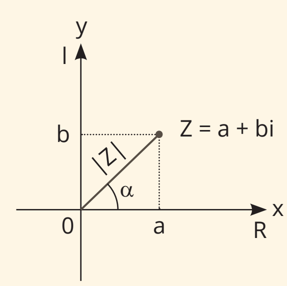


11. Escreva cada complexo abaixo representado graficamente na forma algébrica a + bi.



Forma trigonométrica ou polar de um número complexo

Quando localizamos um número complexo **a + bi** no plano, por meio de um ponto, a **distância** da origem até esse ponto é igual ao **módulo** desse número complexo. O ângulo α, marcado no sentido anti-horário, entre o segmento de reta que representa o módulo do complexo e o eixo real, é chamado de **argumento**.



α é o argumento de z

Todo número complexo pode ser escrito em função do seu **módulo** e **argumento** da seguinte maneira:

$$z = |z| \cdot (\cos\alpha + i\,\text{sen}\,\alpha)$$

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{b}{|z|} \quad \text{e} \quad \cos\alpha = \frac{a}{|z|}$$

Um número complexo, quando escrito na forma

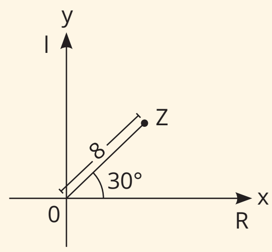
$$z = |z| \cdot (\cos\alpha + i\,\text{sen}\,\alpha),$$

é dito estar escrito na forma polar ou trigonométrica. Para descobrir o ângulo α, podemos utilizar as relações acima e a tabela a seguir.

	Sen	Cos
30º	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
45º	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60º	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$

APOIO AO TEXTO

12. Determine a forma trigonométrica e a forma algébrica do número complexo representado graficamente.



13. Escreva cada número complexo abaixo na forma trigonométrica:

a) $z = 1 + i$

b) $z = -\sqrt{3} + i$

c) $z = 5$

14. Escreva o número complexo abaixo na forma algébrica.

$$z = 4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\,\text{sen}\,\frac{2\pi}{3}\right)$$

Operações com números complexos na forma trigonométrica

MULTIPLICAÇÃO

- Multiplicam-se os módulos dos números complexos;
- Somam-se os seus argumentos.

DIVISÃO

- Dividem-se os módulos dos números complexos;
- Diminuem-se os seus argumentos.

APOIO AO TEXTO

15. Dados os números complexos $z_1 = 6(\cos 45° + i\,\text{sen}\,45°)$ e $z_2 = 3(\cos 15° + i\,\text{sen}\,15°)$, calcule:

a) $z_1 \cdot z_2$

b) $\frac{z_1}{z_2}$

POTENCIAÇÃO

- Eleva-se o módulo do número complexo ao expoente da potência;
- Multiplica-se o expoente da potência pelo argumento do número complexo.

APOIO AO TEXTO

16. Dado o número complexo $z = \sqrt{3}(\cos 30° + i\,\text{sen}\,30°)$, calcule z^2 e dê a resposta na forma algébrica.

GABARITO

1. a) $3i$
   b) $8i$
2. $V = [2, \pm 2i]$
3. a) $-i$
   b) -1
4. $2 - 2i$
5. a) $22 - 4i$
   b) 20
   c) $27 - 36i$
6. $1/2 + i/2$
7. $3/13 + 2i/13$
8. $2 + i$
9. 5
10. a) 1° Q
    b) 3° Q
    c) Eixo real
    d) Eixo imaginário
11. $Z_1 = 3 + 2i$
    $Z_2 = -4 + 3i$
    $Z_3 = 2$
    $Z_4 = -3$
    $Z_5 = 2i$
    $Z_6 = -i$
12. $Z = 8(\cos 30° + i \text{ sen } 30°)$
    $Z = 4\sqrt{3} + 4i$
13. a) $Z = \sqrt{2}(\cos 45° + i \text{ sen } 45°)$
    b) $Z = 2(\cos 150° + i \text{ sen } 150°)$
    c) $Z = 5(\cos 0° + i \text{ sen } 0°)$
14. $Z = -2 + 2\sqrt{3}\, i$
15. a) $9 + 9\sqrt{3}\, i$
    b) $\sqrt{3} + i$
16. $Z^2 = 3/2 + 3\sqrt{3}\, i/2$

Anotações:

» Polinômios

• Definição

Chama-se polinômio na variável **x** a toda expressão do tipo

$$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + ... + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

em que $\mathbf{a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_2, a_1, a_0}$ sejam os coeficientes do polinômio.

Em um polinômio, os expoentes da variável **x** são números naturais, e os seus coeficientes são números complexos.

– *Exemplos:*

a) $5x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 4x - 7$

b) $6x^3 - 5x^2 + 8x + 1$

• Grau de um polinômio

Grau de um polinômio é o maior expoente de **x**, desde que o coeficiente do termo ao qual pertence esse **x** seja diferente de zero.

– *Exemplos:*

a) $3x^4 + 2x^3 + 6x^2 - x + 2 \rightarrow gr = 4$

b) $0x^6 + 8x^5 + 4x^3 + 5x^2 - x + 1 \rightarrow gr = 5$

• Polinômio identicamente nulo

É o polinômio cujos coeficientes são todos iguais a zero.

– *Exemplo:* $0x^3 + 0x^2 + 0x + 0$

• Polinômios idênticos

Dois polinômios são idênticos quando os coeficientes dos termos de mesmo grau são iguais.

– *Exemplo:* $5x^3 + 4x^2 - 6x + 1 \equiv 5x^3 + 4x^2 - 6x + 1$

Anotações:

APOIO AO TEXTO

1. Calcule os valores de **m**, **n** e **p** para que os polinômios **p(x)** = $(m + p)x^2 + (2m - n)x + 4$ e **q(x)** = $3x^2 + 5x + 2p + 2$ sejam idênticos.

• Valor numérico de um polinômio

É o valor encontrado quando substituímos no polinômio o **x** por um valor dado. O valor numérico de um polinômio $P(x)$ para $x = a$ será representado por $P(a)$.

APOIO AO TEXTO

2. Dado o polinômio $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$, calcule $P(-2)$:

• Raiz de um polinômio

a é raiz de $P(x) \Leftrightarrow P(a) = 0$

APOIO AO TEXTO

3. Calcule o valor de **m**, sabendo que 3 é raiz do polinômio $P(x) = 2x^3 - 2x + 4m$.

• Teorema do resto

O resto da divisão de um polinômio P(x) por um binômio do 1° grau ax + b é:

$$r = P\left(\frac{-b}{a}\right)$$

APOIO AO TEXTO

4. Determine o resto da divisão de $P(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$ por $x + 5$.

5. Determine o valor de **K** para que o polinômio $P(x) = 2x^4 - 3x^2 + Kx - 8$ seja divisível por $x - 2$.

6. Determine o quociente e o resto da divisão de $x^3 + 4x^2 - x - 3$ por $x - 2$.

7. Sabendo que 1 é a raiz da equação $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$, calcule as demais raízes dessa equação.

8. Determine as raízes da equação $x^3 - 3x^2 - 10x + 24 = 0$.

• Soma e produto das raízes

Para calcularmos a soma e o produto das raízes de uma equação algébrica, primeiramente devemos ordenar e completar a equação. Em seguida, usaremos as fórmulas abaixo:

Soma das raízes da equação

$$S = \frac{\text{Coeficiente do 2º termo de sinal trocado}}{\text{Coeficiente do 1º termo}}$$

Produto das raízes da equação

$$P = \frac{\pm\,\text{Termo independente}}{\text{Coeficiente do 1º termo}}$$

Importante

O termo independente será tomado com o mesmo sinal, se o grau da equação for par, e com sinal trocado, se o grau da equação for ímpar.

APOIO AO TEXTO

9. Determine a soma e o produto das raízes das equações abaixo:

a) $2x^2 - 5x^3 + x^4 + x - 5 = 0$

b) $x^5 - 1 = 0$

10. Se a equação $x^3 - 2x^2 - 13x - 10 = 0$ admite raiz 5, a soma das outras duas raízes é:

a) 0
b) -3
c) -2
d) 2
e) 3

• Número de raízes

O número de raízes de uma equação algébrica é igual ao seu grau.

– *Exemplo:* A equação $x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1 = 0$ possui quatro raízes, pois seu grau é 4.

• Multiplicidade de uma raiz

É o número de vezes que um determinado número é raiz de uma equação algébrica.

– *Exemplo:* A equação do 2º grau $x^2 - 2x + 1 = 0$ possui duas raízes iguais a 1, ou seja, nessa equação, 1 é raiz de multiplicidade 2.

• Número de raízes nulas

O número de raízes nulas de uma equação algébrica de termo independente nulo é igual ao menor expoente de **x**.

– *Exemplo:* A equação $x^6 + 2x^3 - 5x^2 = 0$ possui duas raízes nulas, pois seu termo independente é nulo e o menor expoente do x é 2.

Anotações:

• Raízes complexas conjugadas

Se um número complexo a + bi, com $b \neq 0$, é raiz de uma equação polinomial de coeficientes reais, então o seu conjugado a - bi também é raiz dessa equação, com a mesma multiplicidade. Portanto, as raízes complexas não reais, quando ocorrem, aparecem sempre aos pares.

– Exemplos:

- Se 3 + 2i é raiz de uma equação de coeficientes reais, então o seu conjugado, 3 - 2i, também o será.
- Se 5 - 7i é raiz de uma equação de coeficientes reais, então o seu conjugado, 5 + 7i, também o será.

APOIO AO TEXTO

11. Um polinômio de coeficientes reais tem termo independente nulo, é divisível por x - 5 e tem 2 - i como raiz de multiplicidade 3. O menor grau que esse polinômio pode ter é:

a) 7

b) 8

c) 9

d) 10

e) 11

• Forma fatorada de um polinômio

Todo polinômio P(x) de grau **n** pode ser decomposto em fatores do 1º grau da seguinte maneira:

$$P(x) = a(x - x_1)\,(x - x_2)\,(x - x_3)\ldots(x - x_n),$$

em que **a** é o coeficiente do termo de maior grau do polinômio.

$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ são as raízes do polinômio

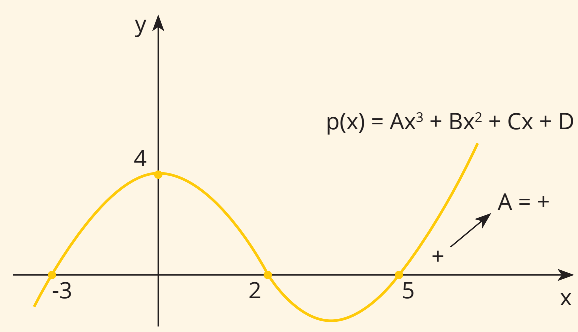
• Gráfico de um polinômio

Um polinômio também pode ser visto como uma função. Na realidade, já vimos isto ao estudarmos as funções afim e quadrática, respectivamente funções polinomiais de grau 1 e de grau 2.

No atual Ensino Médio, temos limitados recursos para estudar as funções polinomiais de grau maior que 2. Precisaríamos conhecer, da matemática do Ensino Superior, os **assuntos limites** e **derivadas**.

Apesar disso, algumas informações sobre funções polinomiais de grau maior que 2 precisam ser sabidas. Vejamos quais são essas informações:

- O gráfico é contínuo.
- As abscissas dos pontos de intersecção com o eixo **x** são conhecidas como raízes da função polinomial.
- A ordenada do ponto de intersecção com o eixo **y** coincide com o termo independente do polinômio.
- O sinal do **coeficiente** não nulo que acompanha o **x** com maior expoente do polinômio indica "como termina" o gráfico. Se for **positivo**, o gráfico "termina subindo"; se for **negativo**, o gráfico "termina descendo".
- Se o gráfico tangencia o eixo **x** em alguma abscissa, então essa abscissa é uma raiz com multiplicidade par do polinômio.



$$\left.\begin{array}{l} p(-3) = 0 \\ p(2) = 0 \\ p(5) = 0 \end{array}\right\} \text{-3, 2 e 5 são as raízes.}$$

p(0) = 4

Forma fatorada

$p(x) = A(x - 5) \cdot (x - 2) \cdot (x - (-3))$

$p(x) = A(x - 5) \cdot (x - 2) \cdot (x + 3)$

Anotações:

GABARITO

1. m = 2
n = -1
p = 1

2. -25

3. m = -12

4. r = -206

5. k = -6

6. $Q(x) = x^2 + 6x + 11$
R = 19

7. 2 e 3

8. V = {-3, 2, 4}

9. a) S = 5
P = -5
b) S = 0
P = 1

10. B

11. B

Anotações:

» Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares

• Matrizes

Chama-se *matriz* um conjunto de elementos dispostos em linhas e colunas. Podemos representar uma matriz usando colchetes ou parênteses.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ 1 & 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

Ordem 3x2 Ordem 2x4

Observação: As filas horizontais chamam-se linhas, e as filas verticais chamam-se colunas.

Tipos de matriz

MATRIZ LINHA

É a matriz que possui apenas uma linha.

– *Exemplo:* $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

MATRIZ COLUNA

É a matriz que possui apenas uma coluna.

– *Exemplo:* $\begin{bmatrix} 1 \\ a \\ c \end{bmatrix}$

MATRIZ QUADRADA

É a matriz cujo número de linhas é igual ao número de colunas.

– *Exemplo:* $\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$

Ordem 2x2

MATRIZ UNIDADE OU MATRIZ IDENTIDADE

É a matriz quadrada cujos elementos da diagonal principal são iguais a 1, e os elementos fora da diagonal principal são iguais a 0.

– *Exemplo:* $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

MATRIZ TRANSPOSTA

É a matriz que se obtém transformando-se ordenadamente as linhas da matriz dada em colunas.

– *Exemplo:* $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 0 & -2 & 7 \end{bmatrix} \rightarrow A^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$

APOIO AO TEXTO

1. Determine a matriz transposta da matriz abaixo.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 8 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Igualdade de matrizes

Duas matrizes são iguais quando possuem a mesma ordem e quando os elementos de mesma posição são iguais.

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

APOIO AO TEXTO

2. Calcule **x** e **y** na igualdade:

$$\begin{bmatrix} 2x - 3 & 4 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 4 \\ 7 & 4^y \end{bmatrix}$$

Operações com matrizes

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Para somarmos ou diminuirmos matrizes de mesma ordem, devemos somar ou diminuir os elementos de mesma posição.

MULTIPLICAÇÃO DE UM NÚMERO REAL POR UMA MATRIZ

Multiplicamos cada elemento da matriz por esse número real.

APOIO AO TEXTO

3. Dadas as matrizes abaixo, calcule:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

a) A + B =

b) B - A =

c) 3A =

MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES

Para podermos multiplicar matrizes, o número de colunas da primeira tem de ser igual ao número de linhas da segunda.

APOIO AO TEXTO

4. Determine o produto das matrizes abaixo:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 4 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Construção de matrizes

APOIO AO TEXTO

5. Construa a matriz $A = (a_{ij})_{2x3}$, em que $a_{ij} = i + 3j$.

• Determinantes

Determinante de uma matriz quadrada é o valor que se obtém dessa matriz quadrada mediante determinadas operações realizadas com os elementos da matriz.

Determinante de uma matriz quadrada de 2ª ordem

APOIO AO TEXTO

6. Calcule o determinante $\begin{vmatrix} 7 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$.

Determinante de uma matriz quadrada de 3ª ordem

APOIO AO TEXTO

7. Calcule o determinante $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 0 \end{vmatrix}$.

Propriedades dos determinantes

O determinante de uma matriz quadrada é igual a zero quando:

- tem uma linha ou uma coluna formada de zeros;
- tem duas linhas ou duas colunas iguais;
- **tem duas linhas ou duas colunas proporcionais.**

APOIO AO TEXTO

8. Justifique por que os determinantes abaixo são nulos.

a) $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 10 & 0 & 5 \\ 6 & 1 & 3 \\ 8 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & -6 & -7 \end{vmatrix}$

O determinante de uma matriz quadrada é igual ao determinante da sua transposta.

$$\det A = \det A^t$$

APOIO AO TEXTO

9. Se $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ m & n & p \end{vmatrix} = 10$, então $\begin{vmatrix} a & x & m \\ b & y & n \\ c & z & p \end{vmatrix}$ é igual a:

a) -10
b) 10
c) 1/10
d) 100
e) não sei.

O determinante de uma matriz quadrada troca de sinal quando trocamos duas linhas entre si ou duas colunas entre si.

APOIO AO TEXTO

10. Se $\begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ m & n & p \end{vmatrix} = t$, então $\begin{vmatrix} x & y & z \\ m & n & p \\ a & b & c \end{vmatrix}$ vale:

a) -t
b) t^2
c) t
d) 2t
e) 1

- Quando se multiplicam ou se dividem os elementos de uma linha ou coluna de uma matriz quadrada por um número, o determinante dessa matriz fica multiplicado ou dividido por esse número.

APOIO AO TEXTO

11. O determinante de uma matriz quadrada A vale 12. Quanto valerá o novo determinante, se multiplicarmos a 2ª linha da matriz por 8 e dividirmos a 3ª coluna por 4?

- O determinante de um produto de duas matrizes quadradas de mesma ordem é igual ao produto dos determinantes de cada uma das matrizes, ou seja:

$$\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$$

APOIO AO TEXTO

12. Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, calcule det(A x B).

- O determinante de uma matriz quadrada A, multiplicada por um número, é igual ao produto desse número elevado na ordem da matriz A pelo determinante dessa matriz.

$$\det(kA) = k^{ordem} \cdot \det A$$

APOIO AO TEXTO

13. Uma matriz de 3ª ordem tem determinante igual a 6. Calcule det(2A).

Matriz Inversa

Chama-se matriz inversa de uma matriz quadrada A a matriz que se representa por A^{-1}, tal que $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$, em que I é a matriz unidade ou identidade de mesma ordem da matriz A.

Para calcularmos a matriz inversa de uma matriz quadrada de 2ª ordem, devemos:

- calcular o determinante da matriz dada;
- dividir cada elemento da matriz dada pelo determinante obtido;
- trocar de posição os elementos da diagonal principal;
- trocar de sinal os elementos da diagonal secundária.

APOIO AO TEXTO

14. Determine a matriz inversa $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$:

PROPRIEDADES DA MATRIZ INVERSA

- O determinante da matriz inversa de uma matriz quadrada é igual ao inverso do determinante dessa matriz.

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det A}$$

- A condição para que uma matriz quadrada admita matriz inversa é que seu determinante seja diferente de zero.

$$\det A \neq 0$$

• Sistemas Lineares

Classificação de um sistema linear quanto ao número de soluções

Um sistema linear pode ter **uma solução**, **infinitas soluções** ou **não ter solução**. Vejamos o esquema abaixo:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ Ax + By = C \end{cases}$$

- $\frac{a}{A} \neq \frac{b}{B} \rightarrow$ única solução
- $\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} \rightarrow$ infinitas soluções
- $\frac{a}{A} = \frac{b}{B} \neq \frac{c}{C} \rightarrow$ não tem solução

Usaremos o nome **possível e determinado** (sigla PD) para indicar um sistema com única solução; o nome **possível e indeterminado** (sigla PI) para indicar aqueles com infinitas soluções; e **impossível** (sigla I) para os sistemas que não têm solução.

APOIO AO TEXTO

15. (UFRGS) O sistema de equações

$$\begin{cases} 5x + 4y + 2 = 0 \\ 3x + 4y - 18 = 0 \end{cases}$$

possui:

a) nenhuma solução.
b) uma solução.
c) duas soluções.
d) três soluções.
e) infinitas soluções.

Sistema linear de três variáveis (Regra de Cramer)

$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ 3x + 4y - z = 7 \\ -2x + y + z = -1 \end{cases}$$

$\Delta =$

$\Delta x =$

$\Delta y =$

$\Delta z =$

DISCUSSÃO DE UM SISTEMA LINEAR DE TRÊS VARIÁVEIS

- $\Delta \neq 0$ (SPD)
- $\Delta = 0$ e $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0$ (SPI)
- $\Delta = 0$ e $\Delta x \neq 0$ ou $\Delta y \neq 0$ ou $\Delta z \neq 0$ (SI)

Discussão de sistemas homogêneos

Sistema homogêneo é o sistema que tem todos os termos independentes iguais a zero, ou seja, admite como solução a terna x = 0, y = 0 e z = 0, chamada solução nula.

– *Exemplo:* $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ 5x + y + 2z = 0 \end{cases}$

Δ = det A	Nomenclatura	Significado
Δ ≠ 0	Possível e determinado	O sistema homogêneo possui somente a solução nula.
Δ = 0	Possível e indeterminado	O sistema homogêneo possui a solução nula e infinitas outras soluções.

Δ = determinante dos coeficientes das incógnitas do sistema.

APOIO AO TEXTO

16. Calcule K para que o sistema $\begin{cases} kx + y + z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ só admita a solução trivial (solução nula).

GABARITO

1. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 8 \\ 5 & 4 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

2. x = 6 e y = 3/2

3. a) $\begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 3 & -15 \\ 0 & 12 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 11 & -6 \end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix} 4 & 7 & 10 \\ 5 & 8 & 11 \end{bmatrix}$

6. 17

7. -64

8. a) Duas linhas iguais.
b) Duas colunas proporcionais.
c) Uma linha de zeros.

9. B

10. A

11. 24

12. 42

13. 48

14. $\begin{bmatrix} 3/2 & -2 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}$

15. B

16. K ≠ 1

Anotações:

GABARITO

• Apoio ao texto

Unidade 1

1. B
2. D
3. E
4. a) $x = 9$
   b) $x = 8$
5. C
6. D
7. A
8. $h = 4\sqrt{3}$
9. D
10. $A = 12$
11. $A = 40\sqrt{3}$
12. 12 cm^2
13. $P = 18$ cm
    $d = 3\sqrt{5}$ cm
14. B
15. D
16. D
17. D
18. 5
19. $A = 24\sqrt{3}$ cm^2
20. A
21. A
22. D

Unidade 2

1. $At = 378$ cm^2
2. B
3. $A_\ell = 54$ cm^2 ou 70 cm^2 ou 64 cm^2
   $A_t = 94$ cm^2
4. $At = 54$ cm^2
5. B
6. B
7. $A_\ell = 60$ cm^2
   $A_t = 96$ cm^2
   $V = 48$ cm^3
8. $V = 128\sqrt{3}$ cm^3
9. B
10. $A_t = 16\sqrt{3}$ cm^2
11. $V = 52$
12. $V = 375\pi$ cm^3
13. B
14. $V = 96\pi$ cm^3
15. A
16. C
17. $V = \frac{4.000\pi}{3}$ cm^3
18. A
19. A

Unidade 3

1. D
2. E
3. D
4. A
5. C
6. B

Unidade 4

1. D
2. D
3. A
4. D

Referências

ÁVILA, Geraldo. Introdução às Funções e à Derivada. São Paulo: Ed. Atual, 1994.

GIOVANNI, José Ruiz; BONJORNO, José Roberto. Matemática - 2º grau - Vol. 1. São Paulo: FTD, 1992.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar. São Paulo: Ed. Atual, 1983.

LIMA, Élon Lages; CARVALHO, Paulo César Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. A Matemática do Ensino Médio - Vol. 1. Rio de Janeiro: Ed. SBM, 1997.

PAIVA, Manoel. Matemática - Vol. único. São Paulo: Ed. Moderna, 2005.

_______. Matemática. São Paulo: Ed. Moderna, 2002.

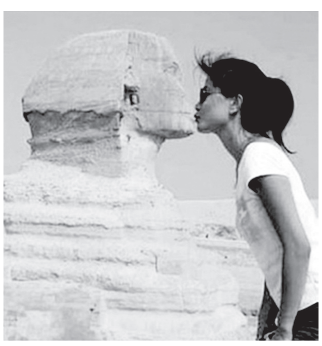
HABILIDADES À PROVA 1

» *Geometria Plana*

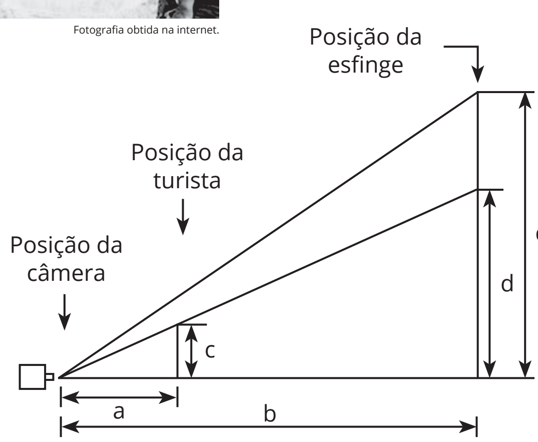
◯ **1. (ENEM)** A sombra de uma pessoa que tem 1,80 m de altura mede 60 cm. No mesmo momento, a seu lado, a sombra projetada de um poste mede 2,00 m. Se, mais tarde, a sombra do poste diminuiu 50 cm, a sombra da pessoa passou a medir:

a) 30 cm
b) 45 cm
c) 50 cm
d) 80 cm
e) 90 cm

◯ **2. (ENEM)** A fotografia mostra uma turista aparentemente beijando a esfinge de Gizé, no Egito. A figura a seguir mostra como, na verdade, foram posicionadas a câmera fotográfica, a turista e a esfinge.



Fotografia obtida na internet.



Medindo-se com uma régua diretamente na fotografia, verifica-se que a medida do queixo até o alto da cabeça da turista é igual a 2/3 da medida do queixo da esfinge até o alto da sua cabeça. Considere que essas medidas na realidade são representadas por **d** e **d'**, respectivamente, que a distância da esfinge à lente da câmera fotográfica, localizada no plano horizontal do queixo da turista e da esfinge, é representada por **b**, e que a distância da turista à mesma lente, por **a**. A razão entre **b** e **a** será dada por:

a) $\frac{b}{a} = \frac{d'}{c}$

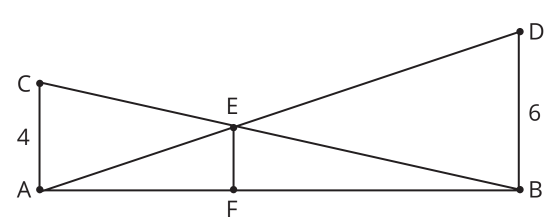
b) $\frac{b}{a} = \frac{2d}{3c}$

c) $\frac{b}{a} = \frac{3d'}{2c}$

d) $\frac{b}{a} = \frac{2d'}{3c}$

e) $\frac{b}{a} = \frac{2d'}{c}$

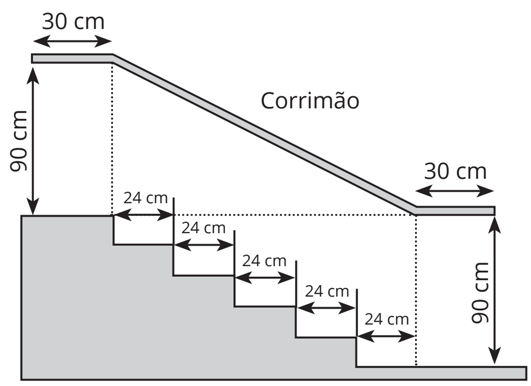
◯ **3. (ENEM)** O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6 m e 4 m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD, e a haste é representada pelo EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

a) 1 m
b) 2 m
c) 2,4 m
d) 3 m
e) $2\sqrt{6}$ m

4. (ENEM)



Na figura acima, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:

a) 1,8 m
b) 1,9 m
c) 2,0 m
d) 2,1 m
e) 2,2 m

5. (ENEM 2022) Em uma sala de cinema, para garantir que os espectadores vejam toda a imagem projetada na tela, a disposição das poltronas deve obedecer à norma técnica da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), que faz as seguintes indicações:

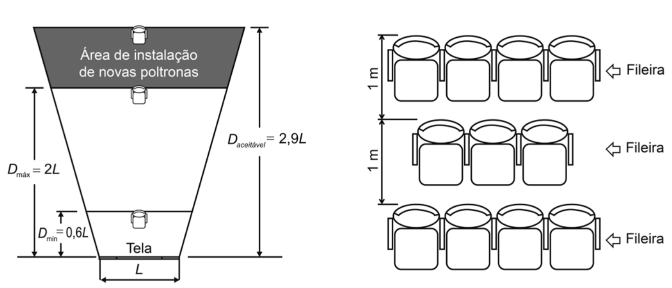
Distância mínima ($D_{mín}$) entre a tela de projeção e o encosto da poltrona da primeira fileira deve ser de, pelo menos, 60% da largura (L) da tela.

Distância máxima ($D_{máx}$) entre a tela de projeção e o encosto da poltrona da última fileira deve ser o dobro da largura (L) da tela, sendo aceitável uma distância de até 2,9 vezes a largura (L) da tela.

Para o espaçamento entre as fileiras de poltronas, é considerada a distância de 1 metro entre os encostos de poltronas em duas fileiras consecutivas.

Disponível em: www.ctav.gov.br. Acesso em: 14 nov. 2013.

Uma sala de cinema, cuja largura da tela mede 12 m, está montada em conformidade com as normas da ABNT e tem suas dimensões especificadas na figura.



Pretende-se ampliar essa sala, mantendo-se na mesma posição a tela e todas as poltronas já instaladas, ampliando-se ao máximo a sala para os fundos (área de instalação de novas poltronas), respeitando-se o limite aceitável da norma da ABNT. A intenção é aumentar, ao máximo, a quantidade de poltronas da sala, instalando-se novas unidades, iguais às já instaladas.

Quantas fileiras de poltronas a sala comportará após essa ampliação?

a) 26
b) 27
c) 28
d) 29
e) 35

6. (ENEM) A capacidade mínima, em BTU/h, de um aparelho de ar-condicionado, para ambientes sem exposição ao sol, pode ser determinada da seguinte forma:

– 600 BTU/h por m^2, considerando-se até duas pessoas no ambiente;

– para cada pessoa adicional nesse ambiente, acrescentar 600 BTU/h;

– acrescentar mais 600 BTU/h para cada equipamento eletrônico em funcionamento no ambiente.

Será instalado um aparelho de ar-condicionado em uma sala sem exposição ao sol, de dimensões 4 m x 5 m, em que permaneçam quatro pessoas e possua um aparelho de televisão em funcionamento.

A capacidade mínima, em BTU/h, desse aparelho de ar-condicionado deve ser:

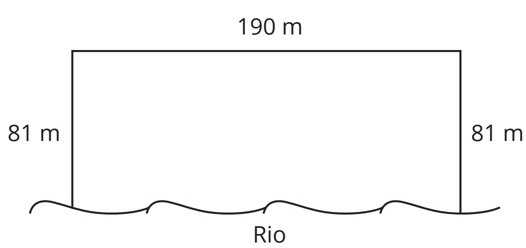
a) 12.000
b) 12.600
c) 13.200
d) 13.800
e) 15.000

◯ **7. (ENEM)** Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem, mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é (5 - x) (3 - y).

Nessas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por:

a) 2xy
b) 15 - 3x
c) 15 - 5y
d) -5y - 3x
e) 5y + 3x - xy

◯ **8. (ENEM)** Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio, conforme a figura. Cada rolo de tela que será comprado para confecção da cerca contém 48 metros de comprimento.



A quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno é:

a) 6
b) 7
c) 8
d) 11
e) 12

◯ **9. (ENEM)** A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça.

Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 3 mar. 2012.

Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%.

Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em:

a) 4%
b) 20%
c) 36%
d) 64%
e) 96%

◯ **10. (ENEM)** As Olimpíadas de 2016 serão realizadas na cidade do Rio de Janeiro. Uma das modalidades que trazem esperanças de medalhas para o Brasil é a natação. Aliás, a piscina olímpica merece uma atenção especial devido às suas dimensões. Piscinas olímpicas têm 50 metros de comprimento por 25 metros de largura.

Se a piscina olímpica fosse representada em uma escala de 1:100, ela ficaria com as medidas de:

a) 0,5 centímetro de comprimento e 0,25 centímetro de largura.
b) 5 centímetros de comprimento e 2,5 centímetros de largura.
c) 50 centímetros de comprimento e 25 centímetros de largura.
d) 500 centímetros de comprimento e 250 centímetros de largura.
e) 200 centímetros de comprimento e 400 centímetros de largura.

◯ **11. (ENEM)** Um carpinteiro fabrica portas retangulares maciças, feitas de um mesmo material. Por ter recebido de seus clientes pedidos de portas mais altas, aumentou sua altura em 1/8, preservando suas espessuras. A fim de manter o custo com o material de cada porta, precisou reduzir a largura.

A razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é:

a) $\frac{1}{8}$

b) $\frac{7}{8}$

c) $\frac{8}{7}$

d) $\frac{8}{9}$

e) $\frac{9}{8}$

◯ **12. (ENEM)** Uma pessoa possui um espaço retangular de lados 11,5 m e 14 m no quintal de sua casa e pretende fazer um pomar doméstico de maçãs. Ao pesquisar sobre o plantio dessa fruta, descobriu que as mudas de maçã devem ser plantadas em covas com uma única muda e com espaçamento mínimo de 3 metros entre elas e entre elas e as laterais do terreno. Ela sabe que conseguirá plantar um número maior de mudas em seu pomar se dispuser as covas em filas alinhadas paralelamente ao lado de maior extensão.

O número máximo de mudas que essa pessoa poderá plantar no espaço disponível é:

a) 4
b) 8
c) 9
d) 12
e) 20

◯ **13. (ENEM)** Diariamente, uma residência consome 20.160 Wh. Essa residência possui 100 células solares retangulares (dispositivos capazes de converter a luz solar em energia elétrica) de dimensões 6 cm x 8 cm. Cada uma das tais células produz, ao longo do dia, 24 Wh por centímetro de diagonal. O proprietário dessa residência quer produzir, por dia, exatamente a mesma quantidade de energia que sua casa consome.

Qual deve ser a ação desse proprietário para que ele atinja o seu objetivo?

a) Retirar 16 células.
b) Retirar 40 células.
c) Acrescentar 5 células.
d) Acrescentar 20 células.
e) Acrescentar 40 células.

◯ **14. (ENEM)** O professor de artes orientou seus estudantes a realizarem a seguinte sequência de atividades: Dobrar uma folha de papel em formato quadrado duas vezes, em sequência, ao longo das linhas tracejadas, conforme ilustrado nas figuras 1 e 2, para obter o papel dobrado, conforme Figura 3.

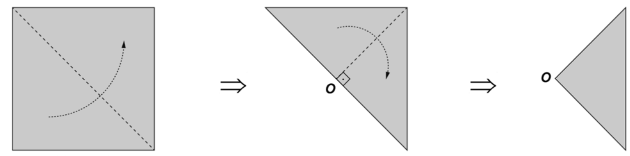


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Em seguida, no papel dobrado da Figura 3, considerar o ponto R, sobre o segmento OM, sendo M o ponto médio do lado do quadrado original, de modo que OR = 1/4 OM, traçar um arco de circunferência de raio medindo 1/2 OM com centro no ponto R, obtendo a Figura 4. Por último, recortar o papel ao longo do arco de circunferência e excluir a parte que contém o setor circular, obtendo o papel dobrado, conforme Figura 5.

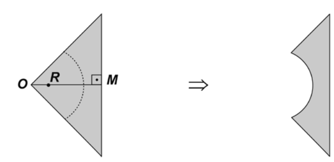
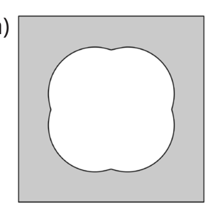
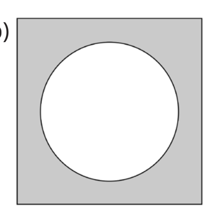
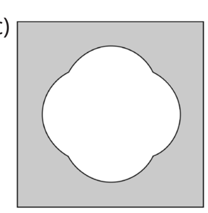


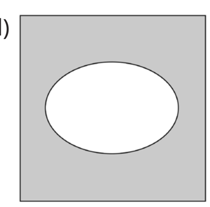
Figura 4 Figura 5

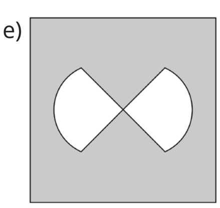
Após desdobrado o papel que restou na Figura 5, a figura plana que os estudantes obterão será:

a)


b)


c)


d)


e)


15. (ENEM) Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.

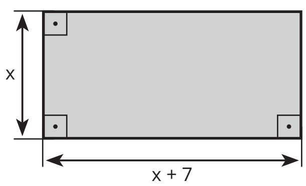


Figura A

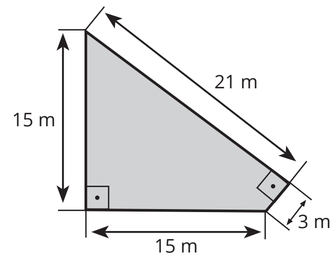


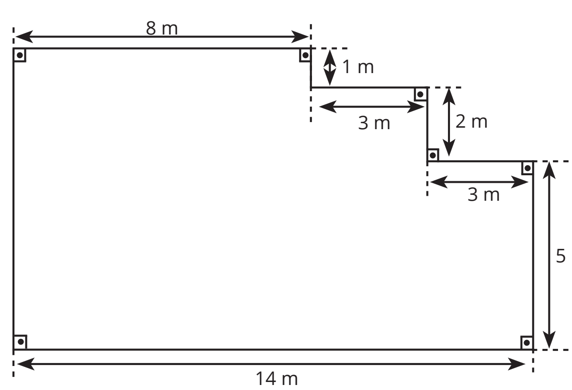
Figura B

Para satisfazer o filho mais novo, esse senhor precisa encontrar um terreno retangular cujas medidas, em metro, do comprimento e da largura sejam iguais, respectivamente, a:

a) 7,5 e 14,5.
b) 9,0 e 16,0.
c) 9,3 e 16,3.
d) 10,0 e 17,0.
e) 13,5 e 20,5.

16. (ENEM) Um mestre de obras deseja fazer uma laje com espessura de 5 cm utilizando concreto usinado, conforme as dimensões do projeto dadas na figura.

O concreto para fazer a laje será fornecido por uma usina que utiliza caminhões com capacidades máximas de 2 m^3, 5 m^3 e 10 m^3 de concreto.

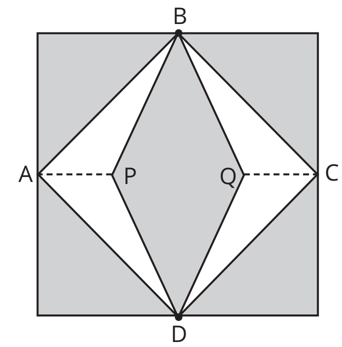


Qual a menor quantidade de caminhões, utilizando suas capacidades máximas, que o mestre de obras deverá pedir à usina de concreto para fazer a laje?

a) Dez caminhões com capacidade máxima de 10 m^3.
b) Cinco caminhões com capacidade máxima de 10 m^3.
c) Um caminhão com capacidade máxima de 5 m^3.
d) Dez caminhões com capacidade máxima de 2 m^3.
e) Um caminhão com capacidade máxima de 2 m^3.

17. (ENEM) Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou a colocação de vitrais compostos de quadrados de lado medindo 1 m, conforme a figura a seguir.

Nesta figura, os pontos A, B, C e D são pontos médios dos lados do quadrado, e os segmentos AP e QC medem 1/4 da medida do lado do quadrado. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa R$ 30,00 o m^2, e outro para a parte mais clara (regiões ABPDA e BCDQB), que custa R$ 50,00 o m^2.



De acordo com esses dados, qual é o custo dos materiais usados na fabricação de um vitral?

a) R$ 22,50
b) R$ 35,00
c) R$ 40,00
d) R$ 42,50
e) R$ 45,00

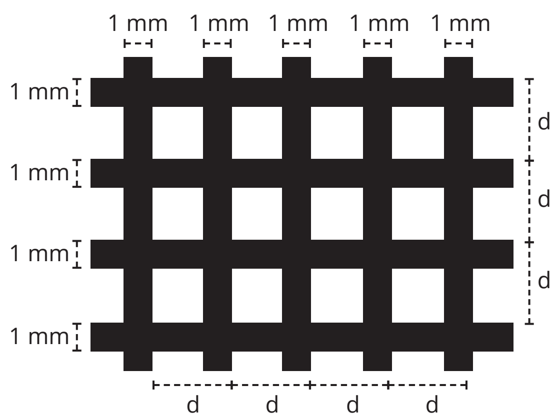
18. (ENEM) Em exposições de artes plásticas, é usual que estátuas sejam expostas sobre plataformas giratórias. Uma medida de segurança é que a base da escultura esteja integralmente apoiada sobre a plataforma. Para que se providencie o equipamento adequado, no caso de uma base quadrada que será fixada sobre uma plataforma circular, o auxiliar técnico do evento deve estimar a medida R do raio adequado para a plataforma em termos da medida L do lado da base da estátua.

Qual relação entre R e L o auxiliar técnico deverá apresentar de modo que a exigência de segurança seja cumprida?

a) $R \geq L/\sqrt{2}$
b) $R \geq 2L/\pi$
c) $R \geq L/\sqrt{\pi}$
d) $R \geq L/2$
e) $R \geq L/(2\sqrt{2})$

◯ **19. (ENEM)** Uma indústria produz malhas de proteção solar para serem aplicadas em vidros, de modo a diminuir a passagem de luz, a partir de fitas plásticas entrelaçadas perpendicularmente. Nas direções vertical e horizontal, são aplicadas fitas de 1 milímetro de largura, tal que a distância entre elas é de (d - 1) milímetros, conforme a figura. O material utilizado não permite a passagem da luz, ou seja, somente o raio de luz que atingir as lacunas deixadas pelo entrelaçamento consegue transpor essa proteção.

A taxa de cobertura do vidro é o percentual da área da região coberta pelas fitas da malha, que são colocadas paralelamente às bordas do vidro.



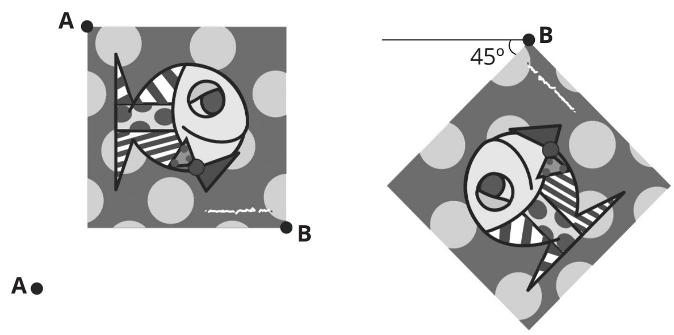
Essa indústria recebeu a encomenda de uma malha de proteção solar para ser aplicada em um vidro retangular de 5 m de largura por 9 m de comprimento.

A medida de **d**, em milímetros, para que a taxa de cobertura da malha seja de 75%, é:

a) 2
b) 1
c) $\frac{11}{3}$
d) $\frac{4}{3}$
e) $\frac{2}{3}$

◯ **20. (ENEM)** A imagem apresentada na figura é uma cópia em preto e branco da tela quadrada intitulada “O peixe”, de Marcos Pinto, que foi colocada em uma parede para exposição e fixada nos pontos A e B.

Por um problema na fixação de um dos pontos, a tela se desprendeu, girando rente à parede. Após o giro, ela ficou posicionada como ilustrado na figura, formando um ângulo de 45° com a linha do horizonte.



Para recolocar a tela na sua posição original, deve-se girá-la, rente à parede, no menor ângulo possível inferior a 360°.

A forma de recolocar a tela na posição original, obedecendo ao que foi estabelecido, é girando-a em um ângulo de:

a) 90° no sentido horário.
b) 135° no sentido horário.
c) 180° no sentido anti-horário.
d) 270° no sentido anti-horário.
e) 315° no sentido horário.

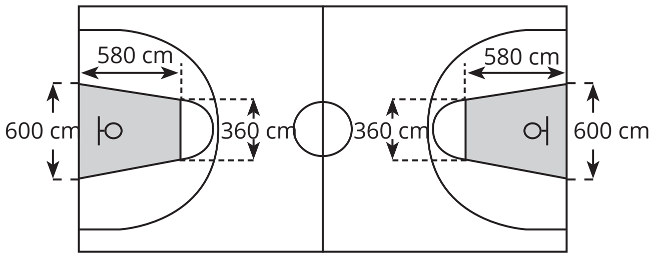
◯ **21. (ENEM)** Um quebra-cabeça consiste em recobrir um quadrado com triângulos retângulos isósceles, como ilustra a figura.

Uma artesã confecciona um quebra-cabeça como o descrito, de tal modo que a menor das peças é um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem 2 cm.

O quebra-cabeça, quando montado, resultará em um quadrado cuja medida do lado, em centímetro, é:

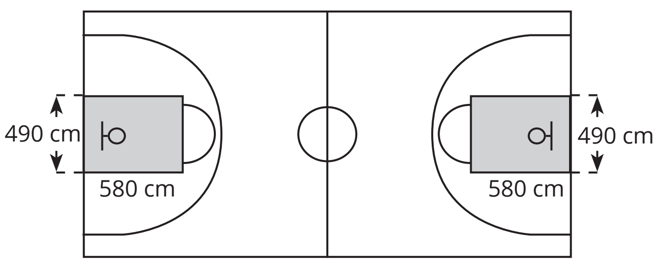
a) 14
b) 12
c) $7\sqrt{2}$
d) $6 + 4\sqrt{2}$
e) $6 + 2\sqrt{2}$

22. (ENEM) O esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas.



Esquema I: área restritiva antes de 2010

Visando atender às orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações das diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o Esquema II.

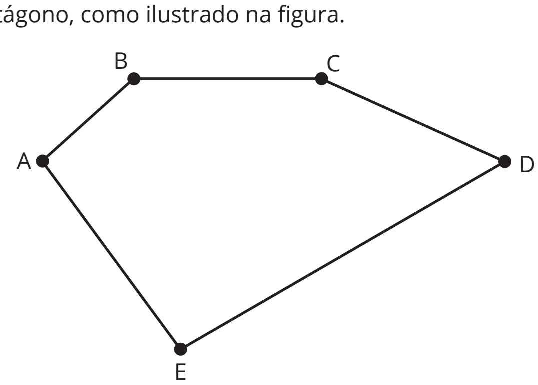


Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas, houve uma alteração na área ocupada por cada garrafão, que corresponde a um(a):

a) aumento de 5.800 cm^2.
b) aumento de 75.400 cm^2.
c) aumento de 214.600 cm^2.
d) diminuição de 63.800 cm^2.
e) diminuição de 272.600 cm^2.

23. (ENEM) Uma pessoa possui um terreno em forma de um pentágono, como ilustrado na figura.

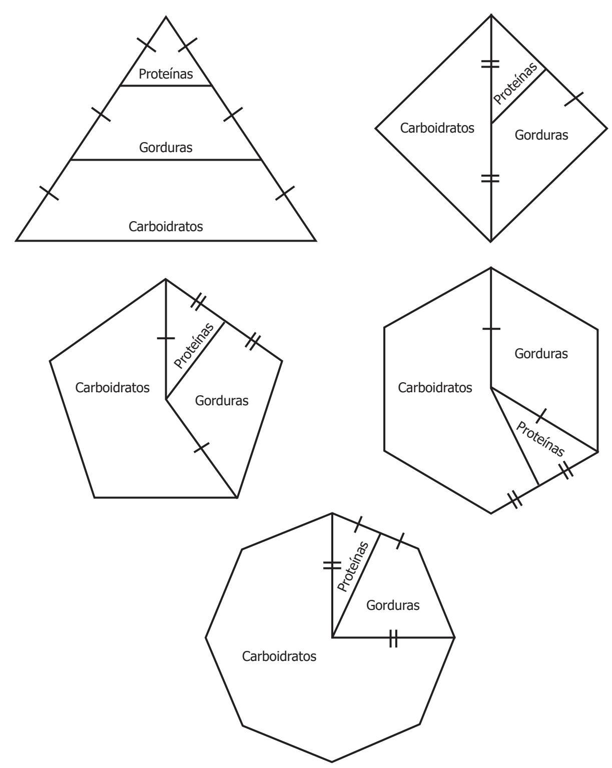


Sabe-se que a diagonal AD mede 50 m e é paralela ao lado BC, que mede 29 m. A distância do ponto B a AD é de 8 m, e a distância do ponto E a AD é de 20 m.

A área, em metro quadrado, deste terreno é igual a:

a) 658.
b) 700.
c) 816.
d) 1.132.
e) 1.632.

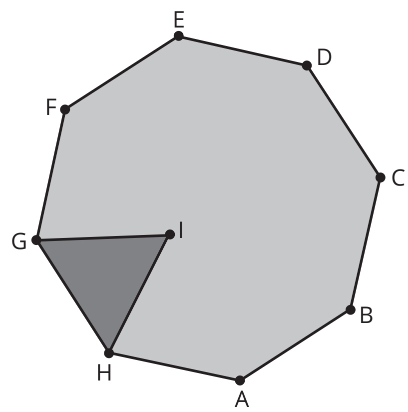
24. (ENEM) Para uma alimentação saudável, recomenda-se ingerir, em relação ao total de calorias diárias, 60% de carboidratos, 10% de proteínas e 30% de gorduras. Uma nutricionista, para melhorar a visualização dessas porcentagens, quer dispor esses dados em um polígono. Ela pode fazer isso em um triângulo equilátero, um losango, um pentágono regular, um hexágono regular ou um octógono regular, desde que o polígono seja dividido em regiões cujas áreas sejam proporcionais às porcentagens mencionadas. Ela desenhou as seguintes figuras:



Entre esses polígonos, o único que satisfaz as condições necessárias para representar a ingestão correta de diferentes tipos de alimentos é o:

a) triângulo.
b) losango.
c) pentágono.
d) hexágono.
e) octógono.

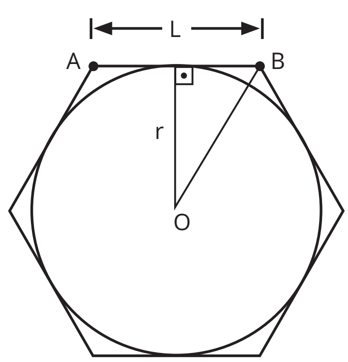
25. (ENEM) As Artes Marciais Mistas, tradução do inglês: *MMA-mixed martial arts*, são realizadas num octógono regular. De acordo com a figura, em certo momento os dois lutadores estão respectivamente nas posições G e F, e o juiz está na posição I. O triângulo IGH é equilátero e GÎF é o ângulo formado pelas semirretas com origem na posição do juiz, respectivamente passando pelas posições de cada um dos lutadores.



A medida do ângulo GÎF é:

a) 120°
b) 75°
c) 67,5°
d) 60°
e) 52,5°

26. (ENEM) Um brinquedo chamado pula-pula, quando visto de cima, consiste de uma cama elástica com contorno em formato de um hexágono regular.



Se a área do círculo inscrito no hexágono é 3π metros quadrados, então a área do hexágono, em metro quadrado, é:

a) 9
b) $6\sqrt{3}$
c) $9\sqrt{2}$
d) 12
e) $12\sqrt{3}$

27. (ENEM) Em um condomínio, uma área pavimentada, que tem a forma de um círculo com diâmetro medindo 6 m, é cercada por grama. A administração do condomínio deseja ampliar essa área, mantendo seu formato circular, e aumentando, em 8 m, o diâmetro dessa região, mantendo o revestimento da parte já existente. O condomínio dispõe, em estoque, de material suficiente para pavimentar mais 100 m^2 de área. O síndico do condomínio irá avaliar se esse material disponível será suficiente para pavimentar a região a ser ampliada.

Utilize 3 como aproximação para π.

A conclusão correta a que o síndico deverá chegar, considerando a nova área a ser pavimentada, é a de que o material disponível em estoque:

a) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 21 m^2.

b) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 24 m^2.

c) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 48 m^2.

d) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 108 m^2.

e) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede 120 m^2.

28. (ENEM) O losango representado na figura 1 foi formado pela união dos centros das quatro circunferências tangentes, de raios de mesma medida.

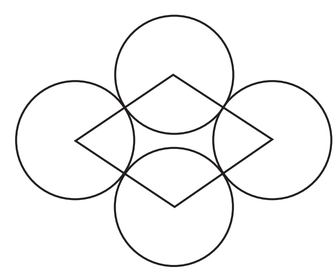


Figura 1

Dobrando-se o raio de duas das circunferências centradas em vértices opostos do losango e ainda mantendo-se a configuração das tangências, obtém-se uma situação conforme ilustrado pela figura 2.

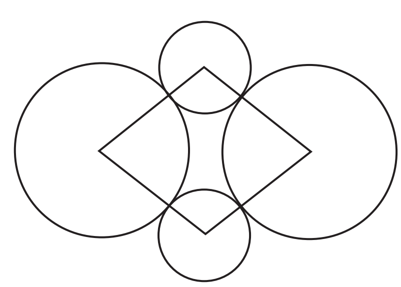
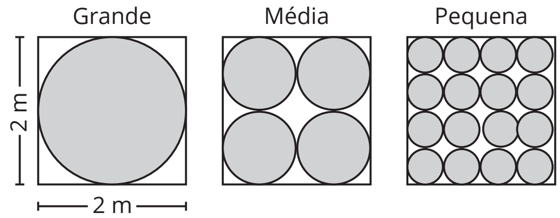


Figura 2

O perímetro do losango da figura 2, quando comparado ao perímetro do losango da figura 1, teve um aumento de:

a) 300%
b) 200%
c) 150%
d) 100%
e) 50%

◯ **29. (ENEM)** Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura. Para 1 tampa grande, a empresa produz 4 tampas médias e 16 tampas pequenas.



Área do círculo: πr^2.

As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material. A partir dessas informações, pode-se concluir que:

a) a entidade I recebe mais material do que a entidade II.

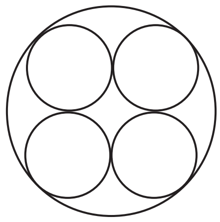
b) a entidade I recebe metade de material do que a entidade III.

c) a entidade II recebe o dobro de material do que a entidade III.

d) as entidades I e II recebem, juntas, menos material do que a entidade III.

e) as três entidades recebem iguais quantidades de material.

◯ **30. (ENEM)** Uma fábrica de tubos acondiciona tubos cilíndricos menores dentro de outros tubos cilíndricos. A figura mostra uma situação em que quatro tubos cilíndricos estão acondicionados perfeitamente em um tubo com raio maior.



Suponha que você seja o operador da máquina que produzirá os tubos maiores em que serão colocados, sem ajustes ou folgas, quatro tubos cilíndricos internos. Se o raio da base de cada um dos cilindros menores for igual a 6 cm, a máquina por você operada deverá ser ajustada para produzir tubos maiores, com raio da base igual a:

a) 12 cm

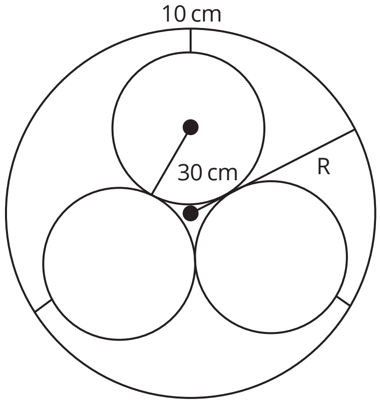
b) $12\sqrt{2}$ cm

c) $24\sqrt{2}$ cm

d) $6(1 + \sqrt{2})$ cm

e) $12(1 + \sqrt{2})$ cm

◯ **31. (ENEM)** Em um sistema de dutos, três canos iguais, de raio externo 30 cm, são soldados entre si e colocados dentro de um cano de raio maior, de medida R. Para posteriormente ter fácil manutenção, é necessário haver uma distância de 10 cm entre os canos soldados e o cano de raio maior. Essa distância é garantida por um espaçador de metal, conforme a figura:



Utilize 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

O valor de R, em centímetros, é igual a:

a) 64,0

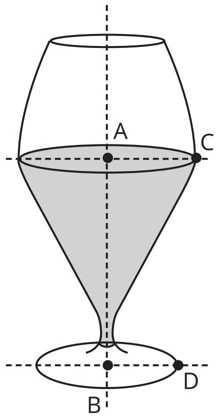
b) 65,5

c) 74,0

d) 81,0

e) 91,0

◯ **32. (ENEM)** Um restaurante utiliza, para servir bebidas, bandejas com base quadrada. Todos os copos desse restaurante têm o formato representado na figura abaixo.



Considere que $\overline{AC} = 7/5\ \overline{BD}$ e que ℓ é a medida de um dos lados da base da bandeja.

Qual deve ser o menor valor da razão $\ell/\overline{BD}$ para que uma bandeja tenha capacidade de portar exatamente quatro copos de uma só vez?

a) 2

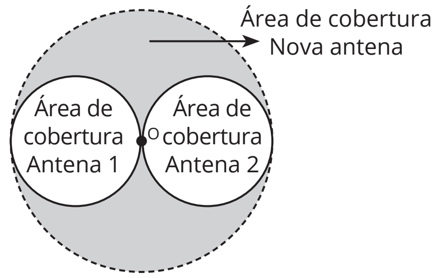
b) 14/5

c) 4

d) 24/5

e) 28/5

◯ **33. (ENEM)** Uma empresa de telefonia celular possui duas antenas que serão substituídas por uma nova, mais potente. As áreas de cobertura das antenas que serão substituídas são círculos de raio 2 km, cujas circunferências se tangenciam no ponto O, como mostra a figura.



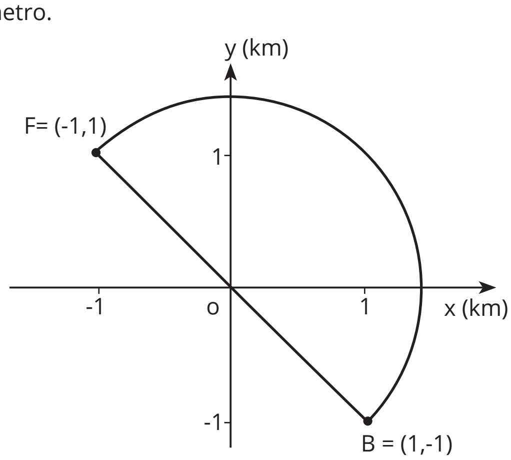
O ponto O indica a posição da nova antena, e sua região de cobertura será um círculo cuja circunferência tangenciará externamente as circunferências das áreas de cobertura menores.

Com a instalação da nova antena, a medida da área de cobertura, em quilômetros quadrados, foi ampliada em:

a) 8π
b) 12π
c) 16π
d) 32π
e) 64π

◯ **34. (ENEM)** Em uma cidade será construída uma galeria subterrânea que receberá uma rede de canos para o transporte de água de uma fonte (F) até o reservatório de um novo bairro (B).

Após avaliações, foram apresentados dois projetos para o trajeto de construção da galeria: um segmento de reta que atravessaria outros bairros ou uma semicircunferência que contornaria esses bairros, conforme ilustrado no sistema de coordenadas xOy da figura, em que a unidade de medida nos eixos é o quilômetro.



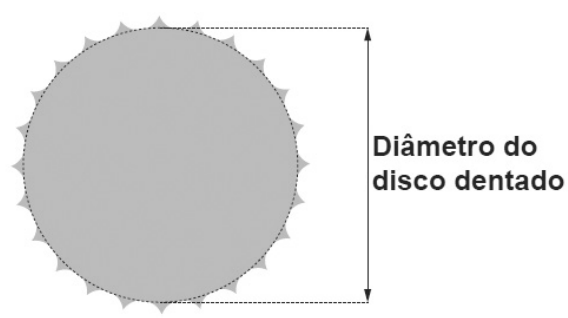
Estudos de viabilidade técnica mostraram que, pelas características do solo, a construção de 1 m de galeria via segmento de reta demora 1,0 h, enquanto 1 m de construção de galeria via semicircunferência demora 0,6 h. Há urgência em disponibilizar água para esse bairro.

Use 3 como aproximação para π e 1,4 como aproximação para $\sqrt{2}$.

O menor tempo possível, em hora, para conclusão da construção da galeria, para atender às necessidades de água do bairro, é de:

a) 1.260.
b) 2.520.
c) 2.800.
d) 3.600.
e) 4.000.

◯ **35. (ENEM)** Um ciclista quer montar um sistema de marchas usando dois discos dentados na parte traseira de sua bicicleta, chamados catracas. A coroa é o disco dentado que é movimentado pelos pedais da bicicleta, sendo que a corrente transmite esse movimento às catracas, que ficam posicionadas na roda traseira da bicicleta. As diferentes marchas ficam definidas pelos diferentes diâmetros das catracas, que são medidos conforme indicação na figura.

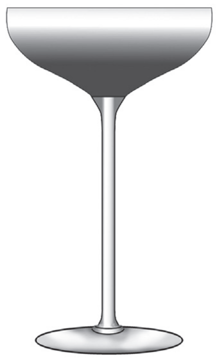


O ciclista já dispõe de uma catraca com 7 cm de diâmetro e pretende incluir uma segunda catraca, de modo que, à medida em que a corrente passe por ela, a bicicleta avance 50% a mais do que avançaria se a corrente passasse pela primeira catraca, a cada volta completa dos pedais.

O valor mais próximo da medida do diâmetro da segunda catraca, em centímetro e com uma casa decimal, é:

a) 2,3.
b) 3,5.
c) 4,7.
d) 5,3.
e) 10,5.

36. (ENEM) Um garçom precisa escolher uma bandeja de base retangular para servir quatro taças de espumante que precisam ser dispostas em uma única fileira, paralela ao lado maior da bandeja, e com suas bases totalmente apoiadas na bandeja. A base e a borda superior das taças são círculos de raio 4 cm e 5 cm, respectivamente.



A bandeja a ser escolhida deverá ter uma área mínima, em centímetro quadrado, igual a:

a) 192.
b) 300.
c) 304.
d) 320.
e) 400.

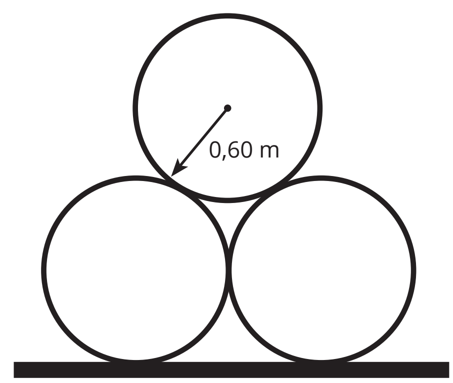
37. (ENEM) A manchete demonstra que o transporte de grandes cargas representa cada vez mais preocupação quando feito em vias urbanas.

Caminhão entala em viaduto no Centro

Um caminhão de grande porte entalou embaixo do viaduto no cruzamento das avenidas Borges de Medeiros e Loureiro da Silva no sentido Centro-Bairro, próximo à Ponte de Pedra, na capital. Esse veículo vinha de São Paulo para Porto Alegre e transportava três grandes tubos, conforme ilustrado na foto.

Disponível em: www.caminhoes-e-carretas.com. Acesso em: 21 maio 2012 (adaptado).

Considere que o raio externo de cada cano da imagem seja 0,60 m e que eles estejam em cima de uma carroceria cuja parte superior está a 1,30 m do solo. O desenho representa a vista traseira do empilhamento dos canos.



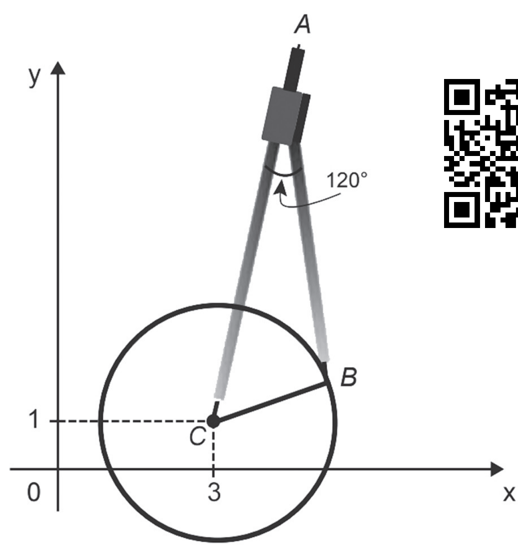
A margem de segurança recomendada para que um veículo passe sob um viaduto é que a altura total do veículo com a carga seja, no mínimo, 0,50 m menor do que a altura do vão do viaduto.

Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

Qual deveria ser a altura mínima do viaduto, em metro, para que esse caminhão pudesse passar com segurança sob seu vão?

a) 2,82
b) 3,52
c) 3,70
d) 4,02
e) 4,20

◯ **38. (ENEM)** Uma desenhista projetista deverá desenhar uma tampa de panela em forma circular. Para realizar esse desenho, ela dispõe, no momento, de apenas um compasso, cujo comprimento das hastes é de 10 cm, um transferidor e uma folha de papel com um plano cartesiano. Para esboçar o desenho dessa tampa, ela afastou as hastes do compasso de forma que o ângulo formado por elas fosse de 120°. A ponta seca está representada pelo ponto C, a ponta do grafite está representada pelo ponto B e a cabeça do compasso está representada pelo ponto A conforme a figura.



Após concluir o desenho, ela o encaminha para o setor de produção. Ao receber o desenho com a indicação do raio da tampa, verificará em qual intervalo este se encontra e decidirá o tipo de material a ser utilizado na sua fabricação, de acordo com os dados.

Tipo de material	Intervalo de valores do raio (cm)
I	$0 < R \leq 5$
II	$5 < R \leq 10$
III	$10 < R \leq 15$
IV	$15 < R \leq 21$
V	$21 < R \leq 40$

Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

O tipo de material a ser utilizado pelo setor de produção será:

a) I.
b) II.
c) III.
d) IV.
e) V.

Anotações:

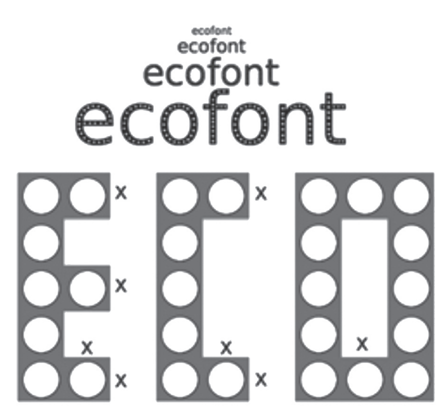
◯ **39. (ENEM)** Uma administração municipal encomendou a pintura de dez placas de sinalização para colocar em seu pátio de estacionamento.

O profissional contratado para o serviço inicial pintará o fundo de dez placas e cobrará um valor de acordo com a área total dessas placas. O formato de cada placa é um círculo de diâmetro d = 40 cm, que tangencia lados de um retângulo, sendo que o comprimento total da placa é h = 60 cm, conforme ilustrado na figura. Use 3,14 como aproximação para π.

Qual é a soma das medidas das áreas, em centímetros quadrados, das dez placas?

a) 16.628
b) 22.280
c) 28.560
d) 41.120
e) 66.240

◯ **40. (ENEM)** A Ecofont possui design baseado na velha fonte Vera Sans. Porém, ela tem um diferencial: pequenos buraquinhos circulares congruentes, e em todo o seu corpo, presentes em cada símbolo. Esses furos proporcionam um gasto de tinta menor na hora da impressão.



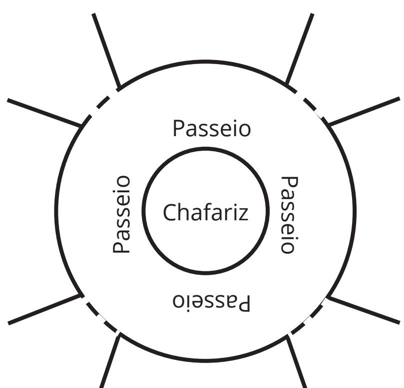
Disponível em: www.goo.gl. Acesso em: 2 dez. 2017 (adaptado).

Suponha que a palavra ECO esteja escrita nessa fonte, com tamanho 192, e que seja composta por letras formadas por quadrados de lados x com furos circulares de raio $r = \frac{x}{3}$. Para que a área a ser pintada seja reduzida a $\frac{1}{16}$ da área inicial, pretende-se reduzir o tamanho da fonte. Sabe-se que, ao alterar o tamanho da fonte, o tamanho da letra é alterado na mesma proporção.

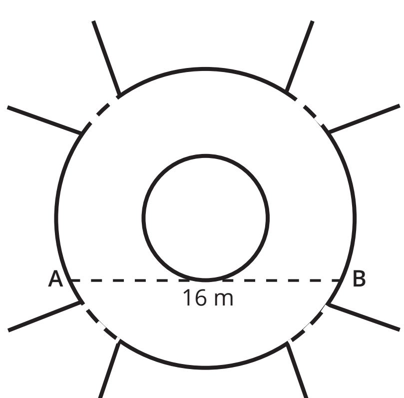
Nessas condições, o tamanho adequado da fonte será:

a) 64.
b) 48.
c) 24.
d) 21.
e) 12.

◯ **41. (ENEM)** A figura mostra uma praça circular que contém um chafariz em seu centro e, em seu entorno, um passeio. Os círculos que definem a praça e o chafariz são concêntricos.



O passeio terá seu piso revestido com ladrilhos. Sem condições de calcular os raios, pois o chafariz está cheio, um engenheiro fez a seguinte medição: esticou uma trena tangente ao chafariz, medindo a distância entre dois pontos A e B, conforme a figura. Com isso, obteve a medida do segmento de reta AB: 16 m.

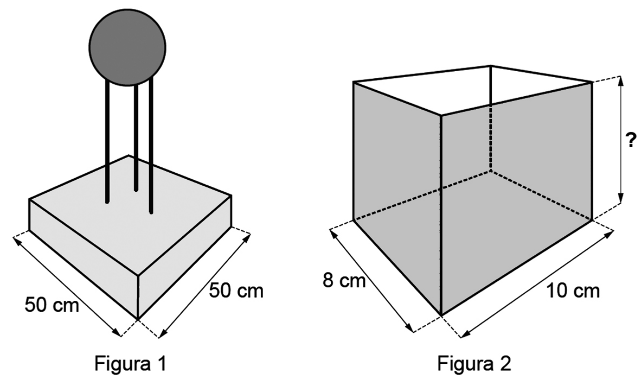


Dispondo apenas dessa medida, o engenheiro calculou corretamente a medida da área do passeio, em metro quadrado.

A medida encontrada pelo engenheiro foi:

a) 4π
b) 8π
c) 48π
d) 64π
e) 192π

◯ **42. (ENEM 2020)** Um clube deseja produzir miniaturas em escala do troféu que ganhou no último campeonato. O troféu está representado na Figura 1 e é composto por uma base em formato de um paralelepípedo reto-retângulo de madeira, sobre a qual estão fixadas três hastes verticais que sustentam uma esfera de 30 cm de diâmetro, que fica centralizada sobre a base de madeira. O troféu tem 100 cm de altura, incluída sua base.



A miniatura desse troféu deverá ser instalada no interior de uma caixa de vidro, em formato de paralelepípedo reto-retângulo, cujas dimensões internas de sua base estão indicadas na Figura 2, de modo que a base do troféu seja colada na base da caixa e distante das paredes laterais da caixa de vidro em pelo menos 1 cm. Deve ainda haver uma distância de exatos 2 cm entre o topo da esfera e a tampa dessa caixa de vidro. Nessas condições deseja-se fazer a maior miniatura possível.

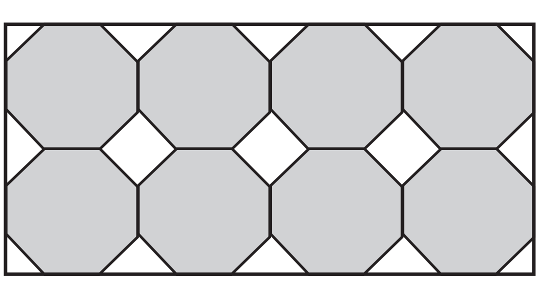
A medida da altura, em centímetro, dessa caixa de vidro deverá ser igual a

a) 12.
b) 14.
c) 16.
d) 18.
e) 20.

◯ **43. (ENEM 2020)** Azulejo designa peça de cerâmica vitrificada e/ou esmaltada usada, sobretudo, no revestimento de paredes. A origem das técnicas de fabricação de azulejos é oriental, mas sua expansão pela Europa traz consigo uma diversificação de estilos, padrões e usos, que podem ser decorativos, utilitários e arquitetônicos.

Disponível em: www.itaucultural.org.br. Acesso em: 31 jul. 2012.

Azulejos no formato de octógonos regulares serão utilizados para cobrir um painel retangular conforme ilustrado na figura.



Entre os octógonos e na borda lateral dessa área, será necessária a colocação de 15 azulejos de outros formatos para preencher os 15 espaços em branco do painel. Uma loja oferece azulejos nos seguintes formatos:

1- Triângulo retângulo isósceles;

2- Triângulo equilátero;

3- Quadrado.

Os azulejos necessários para o devido preenchimento das áreas em branco desse painel são os de formato:

a) 1.

b) 3.

c) 1 e 2.

d) 1 e 3.

e) 2 e 3.

◯ **44. (ENEM 2020)** No período de fim de ano, o síndico de um condomínio resolveu colocar, em um poste, uma iluminação natalina em formato de cone, lembrando uma árvore de Natal, conforme as figuras 1 e 2.


Figura 1

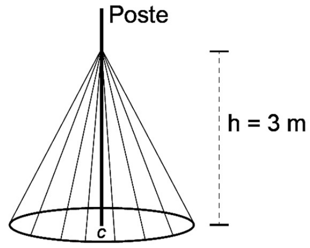


Figura 2

A árvore deverá ser feita colocando-se mangueiras de iluminação, consideradas segmentos de reta de mesmo comprimento, a partir de um ponto situado a 3 m de altura no poste até um ponto de uma circunferência de fixação, no chão, de tal forma que esta fique dividida em 20 arcos iguais. O poste está fixado no ponto C (centro da circunferência) perpendicularmente ao plano do chão.

Para economizar, ele utilizará mangueiras de iluminação aproveitadas de anos anteriores, que juntas totalizaram pouco mais de 100 m de comprimento, dos quais ele decide usar exatamente 100 m e deixar o restante como reserva.

Para que ele atinja seu objetivo, o raio, em metro, da circunferência deverá ser de

a) 4,00.

b) 4,87.

c) 5,00.

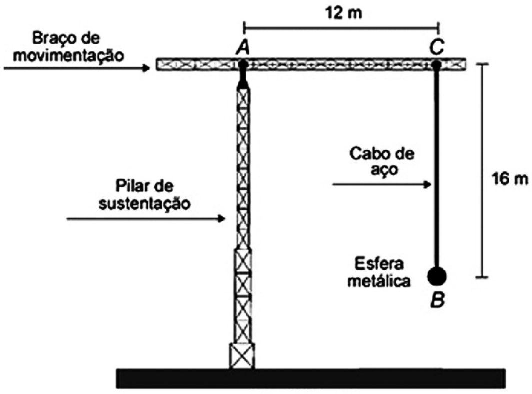
d) 5,83.

e) 6,26.

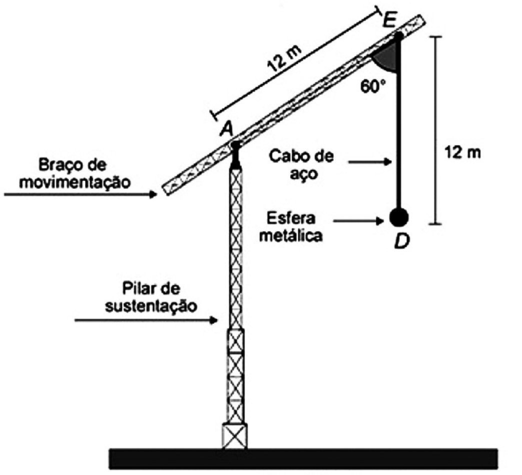
Anotações:

◯ **45. (ENEM 2020)** Considere o guindaste mostrado nas figuras, em duas posições (1 e 2). Na posição 1, o braço de movimentação forma um ângulo reto com o cabo de aço CB que sustenta uma esfera metálica na sua extremidade inferior.

Na posição 2, o guindaste elevou seu braço de movimentação e o novo ângulo formado entre o braço e o cabo de aço ED, que sustenta a bola metálica, é agora igual a 60°.



Posição 1



Posição 2

Assuma que os pontos A, B e C, na posição 1, formam o triângulo T_1 e que os pontos A, D e E, na posição 2, formam o triângulo T_2, os quais podem ser classificados em obtusângulo,retângulo ou acutângulo, e também em equilátero, isósceles ou escaleno.

Segundo as classificações citadas, os triângulos T_1 e T_2 são identificados, respectivamente,como

a) retângulo escaleno e retângulo isósceles.

b) acutângulo escaleno e retângulo isósceles.

c) retângulo escaleno e acutângulo escaleno.

d) acutângulo escaleno e acutângulo equilátero.

e) retângulo escaleno e acutângulo equilátero.

46. (ENEM 2020) Um fazendeiro possui uma cisterna com capacidade de 10 000 litros para coletar a água da chuva. Ele resolveu ampliar a área de captação da água da chuva e consultou um engenheiro que lhe deu a seguinte explicação: "Nesta região, o índice pluviométrico anual médio é de 400 milímetros. Como a área de captação da água da chuva de sua casa é um retângulo de 3 m de largura por 7 m de comprimento, sugiro que aumente essa área para que, em um ano, com esse índice pluviométrico, o senhor consiga encher a cisterna, estando ela inicialmente vazia".

Sabe-se que o índice pluviométrico de um milímetro corresponde a um litro de água por metro quadrado. Considere que as previsões pluviométricas são cumpridas e que não há perda, por nenhum meio, no armazenamento da água.

Em quantos metros quadrados, no mínimo, o fazendeiro deve aumentar a área de captação para encher a cisterna em um ano?

a) 1,6
b) 2,0
c) 4,0
d) 15,0
e) 25,0

47. (ENEM 2021) O instrumento de percussão conhecido como triângulo é composto por uma barra fina de aço, dobrada em um formato que se assemelha a um triângulo, com uma abertura e uma haste, conforme ilustra a Figura 1.

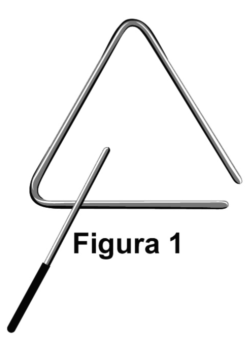


Figura 1

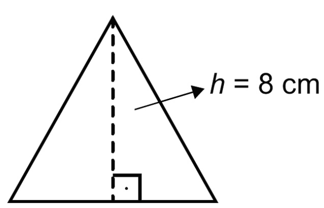


Figura 2

Uma empresa de brindes promocionais contrata uma fundição para a produção de miniaturas de instrumentos desse tipo. A fundição produz, inicialmente, peças com o formato de um triângulo equilátero de altura h, conforme ilustra a Figura 2. Após esse processo, cada peça é aquecida, deformando os cantos, e cortada em um dos vértices, dando origem à miniatura. Assuma que não ocorram perdas de material no processo de produção, de forma que o comprimento da barra utilizada seja igual ao perímetro do triângulo equilátero representado na Figura 2.

Considere 1,7 como valor aproximado para $\sqrt{3}$.

Nessas condições, o valor que mais se aproxima da medida do comprimento da barra, em centímetro, é

a) 9,07.
b) 13,60.
c) 20,40.
d) 27,18.
e) 36,24.

48. (ENEM 2021) O dono de uma loja pretende usar cartões imantados para a divulgação de sua loja. A empresa que fornecerá o serviço lhe informa que o custo de fabricação do cartão é de R$ 0,01 por centímetro quadrado e que disponibiliza modelos tendo como faces úteis para impressão:

- um triângulo equilátero de lado 12 cm;
- um quadrado de lado 8 cm;
- um retângulo de lados 11 cm e 8 cm;
- um hexágono regular de lado 6 cm;
- um círculo de diâmetro 10 cm.

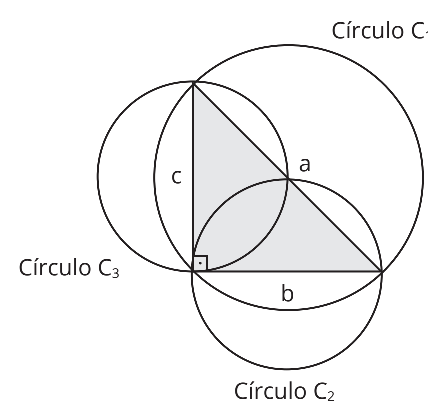
O dono da loja está disposto a pagar, no máximo, RS 0,80 por cartão. Ele escolherá, dentro desse limite de preço, o modelo que tiver maior área de impressão.

Use 3 como aproximação para π e use 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

Nessas condições, o modelo que deverá ser escolhido tem como face útil para impressão um

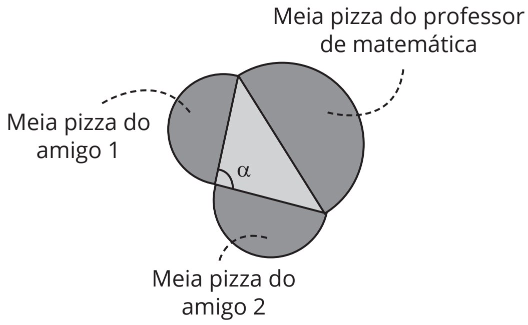
a) triângulo.
b) quadrado.
c) retângulo.
d) hexágono.
e) círculo.

49. (ENEM 2023) Sejam a, b e c as medidas dos lados de um triângulo retângulo, tendo a como medida da hipotenusa. Esses valores a, b e c são, respectivamente, os diâmetros dos círculos C_1, C_2 e C_3, como apresentados na figura.



Observe que essa construção assegura, pelo teorema de Pitágoras, que área (C_1) = área (C_2) + área (C_3).

Um professor de matemática era conhecedor dessa construção e, confraternizando com dois amigos em uma pizzaria onde são vendidas pizzas somente em formato de círculo, lançou um desafio: mesmo sem usar um instrumento de medição, poderia afirmar com certeza se a área do círculo correspondente à pizza que ele pedisse era maior, igual ou menor do que a soma das áreas das pizzas dos dois amigos. Assim, foram pedidas três pizzas. O professor as dividiu ao meio e formou um triângulo com os diâmetros das pizzas, conforme indicado na figura.

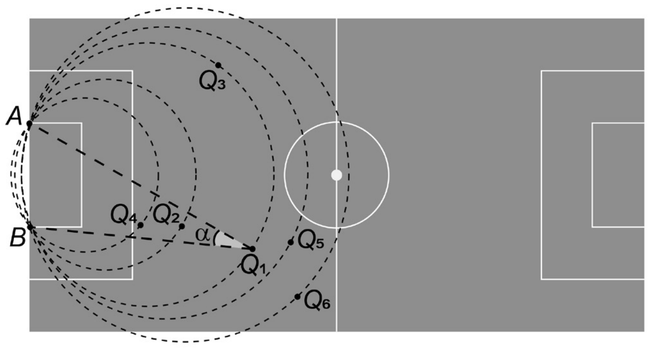


A partir da medida do ângulo α, o professor afirmou que a área de sua pizza é maior do que a soma das áreas das outras duas pizzas.

A área da pizza do professor de matemática é maior do que a soma das áreas das outras duas pizzas, pois

a) $0° < \alpha < 90°$
b) $\alpha = 90°$
c) $90° < \alpha < 180°$
d) $\alpha = 180°$
e) $180° < \alpha < 360°$

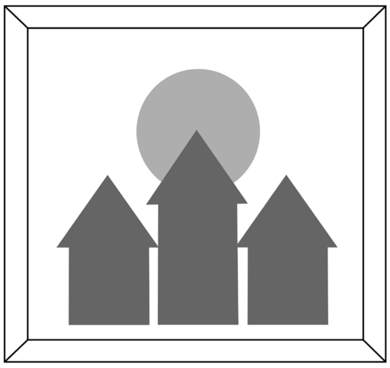
◯ **50. (ENEM 2023)** Num certo momento de um jogo digital, a tela apresenta a imagem representada na figura. O ponto Q_1 representa a posição de um jogador que está com a bola, os pontos Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 e Q_6 também indicam posições de jogadores da mesma equipe, e os pontos A e B indicam os dois pés da trave mais próxima deles. No momento da partida retratado, o jogador Q1 tem a posse da bola, que será passada para um dos outros jogadores das posições Q_n, $n \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$, cujo ângulo AQnB tenha a mesma medida do ângulo AQ_1B.



Qual é o jogador que receberá a bola?

a) Q_2
b) Q_3
c) Q_4
d) Q_5
e) Q_6

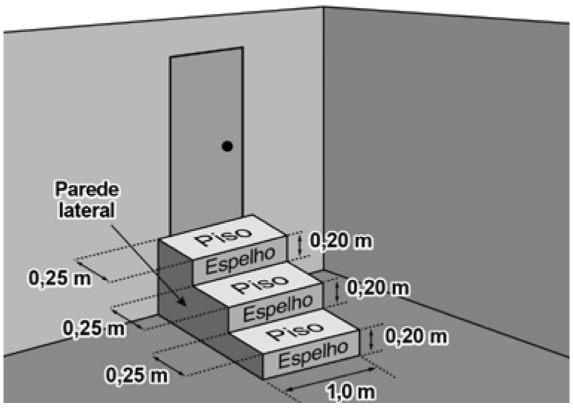
◯ **51. (ENEM 2023)** As figuras pintadas no quadro da sala de estar de uma residência representam as silhuetas de parte das torres de um castelo e, ao fundo, a de uma lua cheia. A lua foi pintada na forma de um círculo, e o telhado da torre mais alta, na forma de triângulo equilátero, foi pintado sobrepondo parte da lua. O centro da lua coincide com um dos vértices do telhado da torre mais alta.



Nesse quadro, a parte da lua escondida atrás da torre mais alta do castelo pode ser representada por um

a) cone.
b) setor circular.
c) segmento circular.
d) triângulo isósceles.
e) arco de circunferência.

◯ **52. (ENEM 2023)** A figura representa uma escada com três degraus, construída em concreto maciço, com suas medidas especificadas.



Nessa escada, pisos e espelhos têm formato retangular, e as paredes laterais têm formato de um polígono cujos lados adjacentes são perpendiculares. Pisos, espelhos e paredes laterais serão revestidos em cerâmica.

A área a ser revestida em cerâmica, em metro quadrado, mede

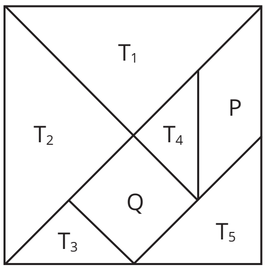
a) 1,20.
b) 1,35.
c) 1,65.
d) 1,80.
e) 1,95.

◯ **53. (UFSM)** O plantio de hortas nas escolas vem melhorando a alimentação dos estudantes e aprimorando o aprendizado. Desenvolvido pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), em parceria com a Organização das Nações Unidas para Agricultura e Alimentação (FAO), o projeto "Educando com a Horta Escolar" tem levado os alunos do Ensino Fundamental a aprender, na prática, as disciplinas curriculares, ajudando a criar nas crianças consciência ambiental e melhoria nos hábitos alimentares.

Em uma escola participante do projeto, os alunos construirão um canteiro em forma de círculo, com 2 m de raio, para plantar verduras. Sabendo que cada planta ocupará 20 cm x 20 cm de área, então o número máximo de plantas que caberão nesse canteiro é, aproximadamente, igual a

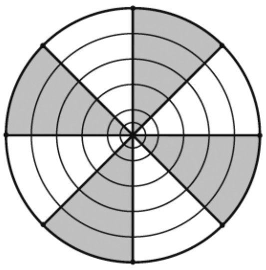
a) 16
b) 31
c) 157
d) 314
e) 1.570

◯ **55. (UFSM)** Para facilitar o estudo dos triângulos, a menina foi orientada por sua professora a trabalhar com jogos educativos. O TANGRAM é um quebra-cabeça de origem chinesa. É formado por cinco triângulos retângulos isósceles, T_1, T_2, T_3, T_4 e T_5, um paralelogramo P e um quadrado Q que, juntos, formam um quadrado, conforme a figura apresentada. Se a área de Q é 1, é correto afirmar:



a) A área do quadrado maior é 4.
b) A área de T_1 é o dobro da área de T_3.
c) A área de T_4 é igual à área de T_5.
d) A área de T_5 é 1/4 da área do quadrado maior.
e) A área de P é igual à área de Q.

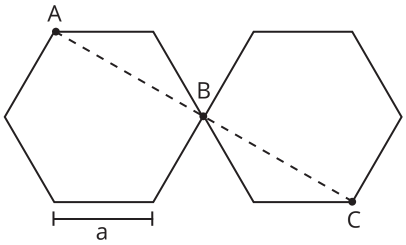
◯ **54. (UFSM)** Supondo que todos os anéis da cobertura do palanque num mesmo plano formem um gráfico de oito setores iguais, a razão entre a área da região hachurada e o comprimento da circunferência externa do anel externo é



a) o dobro do raio.
b) a quarta parte do raio.
c) a metade do raio.
d) o triplo do raio.
e) a terça parte do raio.

◯ **56. (UFRGS)** Na figura abaixo, há dois hexágonos regulares de lado a com o vértice B em comum.

Os pontos A, B e C são colineares.

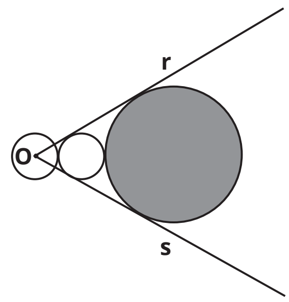


A distância entre os pontos A e C é

a) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ a.
b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ a.
c) $\sqrt{3}$ a.
d) $2\sqrt{3}$ a.
e) $3\sqrt{3}$a.

◯ **57. (UFRGS)** Na figura abaixo, há três círculos tangentes externamente, com centros colineares.

As semirretas **r** e **s** têm origem no centro **O** do primeiro círculo e são tangentes aos outros dois círculos, como mostra a figura abaixo.



Sabendo que os dois círculos menores possuem mesma área igual a 1, a área do círculo sombreado é

a) 9.

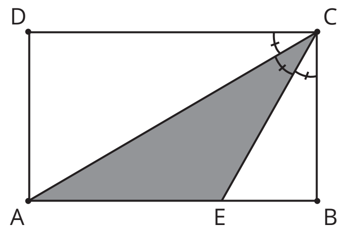
b) 10.

c) 12.

d) 9π.

e) 10π.

◯ **58. (UFRGS)** No retângulo ABCD, representado na figura abaixo, os três ângulos destacados com vértice em C são iguais.



A área do triângulo sombreado AEC, em relação à área total do retângulo, corresponde a

a) $\frac{1}{2}$.

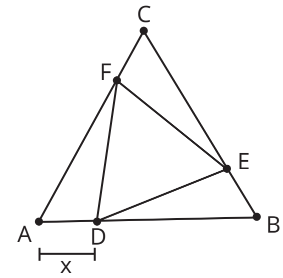
b) $\frac{1}{3}$.

c) $\frac{2}{5}$.

d) $\frac{3}{5}$.

e) $\frac{2}{3}$.

◯ **59. (UFRGS)** Na figura abaixo, o triângulo ABC é equilátero de lado 4. O ponto D pertence ao lado AB, o ponto E pertence ao lado BC, o ponto F pertence ao lado AC, e os segmentos AD, BE e CF têm medida x.



A função A(x) que expressa a área do triângulo equilátero DEF, para $0 \le x \le 4$, é

a) $A(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}\ (3x^2 - 6x + 8)$.

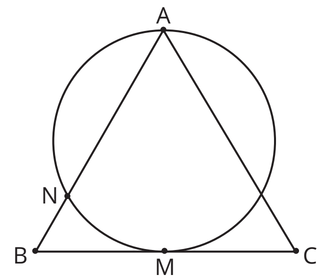
b) $A(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}\ (3x^2 + 12x + 16)$.

c) $A(x) = -\frac{\sqrt{3}}{4}\ (3x^2 + 12x - 16)$.

d) $A(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}\ (3x^2 + 12x + 16)$.

e) $A(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}\ (3x^2 - 12x + 16)$.

◯ **60. (UFRGS)** Na figura abaixo, o triângulo ABC é equilátero de lado $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.



Sabendo que $\overline{AM}$ é altura do triângulo e diâmetro do círculo, a medida de $\overline{AN}$ é

a) $3\sqrt{3}$.

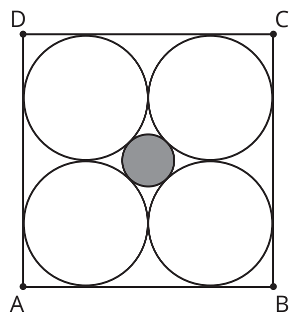
b) $\sqrt{3}$.

c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

d) 2.

e) 1.

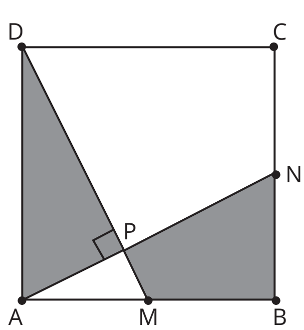
◯ **61. (UFRGS)** Na figura abaixo, ABCD é um quadrado de lado 4. Os quatro círculos maiores são tangentes aos lados do quadrado e tangentes entre si. O círculo menor sombreado tangencia os círculos maiores.



A área do círculo sombreado é

a) $\pi(3 - 2\sqrt{2})$.
b) $2\pi(3 - \sqrt{2})$.
c) $2\pi(3 - 2\sqrt{2})$.
d) $4\pi(3 - \sqrt{2})$.
e) $4\pi(3 - 2\sqrt{2})$.

◯ **62. (UFRGS)** Na figura abaixo, ABCD é um quadrado de lado 1; M e N são pontos médios dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, respectivamente, e P é o ponto de interseção dos segmentos $\overline{DM}$ e $\overline{AN}$.

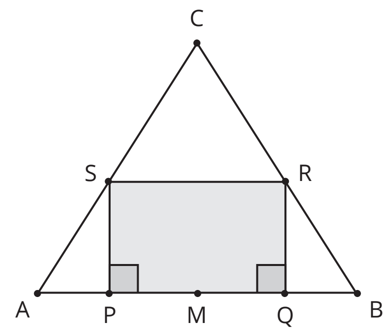


Sabendo que o ângulo APD é reto, a área da região sombreada é

a) $\frac{1}{3}$.
b) $\frac{2}{3}$.
c) $\frac{1}{5}$.
d) $\frac{2}{5}$.
e) $\frac{3}{5}$.

◯ **63. (UFRGS)** Considere o triângulo equilátero ABC de lado 6. Sejam M o ponto médio do lado AB e P um ponto sobre o segmento AM. Considerando que M é também ponto médio de PQ, determina-se o retângulo PQRS, com vértices R e S nos lados BC e AC respectivamente, como mostra a figura abaixo.

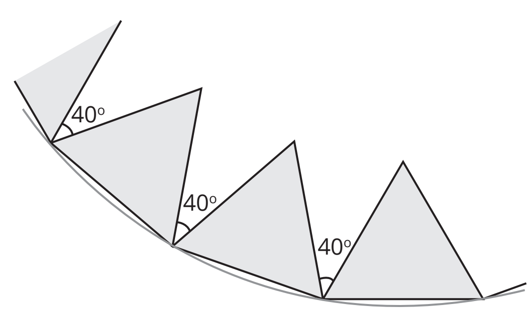
Tomando x como a medida do segmento AP, considere A(x) a função que expressa a área do retângulo PQRS em função de x.



Entre as alternativas abaixo, para $x \in [0,3]$, A(x) é

a) $A(x) = x\sqrt{3} \cdot (6 - 2x)$.
b) $A(x) = 2x\sqrt{3} \cdot (6 - 2x)$.
c) $A(x) = x\sqrt{3} \cdot (3 - 2x)$.
d) $A(x) = x\sqrt{3} \cdot (3 - x)$.
e) $A(x) = 2x\sqrt{3} \cdot (6 + 2x)$.

◯ **64. (UFRGS)** Um desenhista foi interrompido durante a realização de um trabalho, e seu desenho ficou como na figura abaixo.

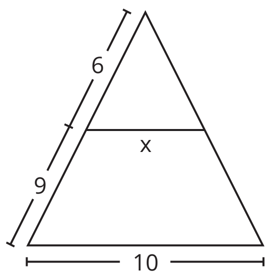


Se o desenho estivesse completo, ele seria um polígono regular composto por triângulos equiláteros não sobrepostos, com dois de seus vértices sobre um círculo, e formando um ângulo de   como indicado na figura. Quando a figura estiver completa, o número de triângulos equiláteros com dois de seus vértices sobre o círculo é

a) 10
b) 12
c) 14
d) 16
e) 18

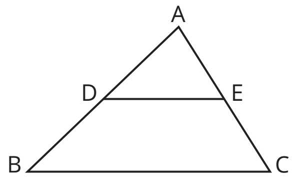
◯ **65. (UFRGS)** Nos triângulos da figura, os lados de comprimento x e 10 são paralelos. O valor de x é:

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

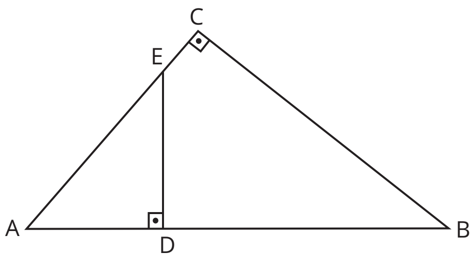


◯ **66. (UFRGS)** No triângulo da figura, DE é paralelo a BC, AB = 6, AD = 2 e EC = 2,5. Nessas condições, AE vale:

a) 4
b) 5
c) 5/2
d) 5/3
e) 5/4



◯ **67. (UFRGS)** Na figura abaixo, AC = 5, BC = 6 e DE = 3.



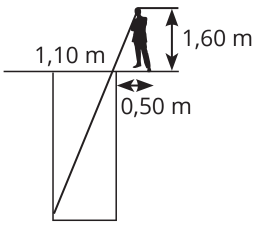
A área do triângulo ADE mede:

a) 15/8
b) 15/4
c) 15/2
d) 10
e) 15

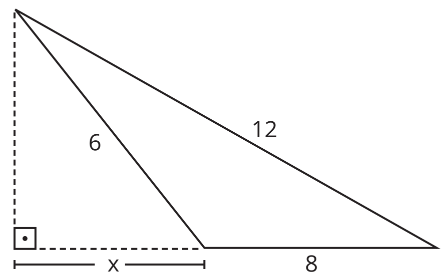
◯ **68. (UFRGS)** Para estimar a profundidade de um poço com 1,10 m de largura, uma pessoa cujos olhos estão a 1,60 m do chão posiciona-se a 0,5 m de sua borda. Dessa forma, a borda do poço esconde exatamente seu fundo, como mostra a figura.

Com os dados acima, a pessoa conclui que a profundidade do poço é:

a) 2,82 m
b) 3,00 m
c) 3,30 m
d) 3,52 m
e) 3,85 m



◯ **69. (UFRGS)** Dada a figura:



Qual o valor de x?

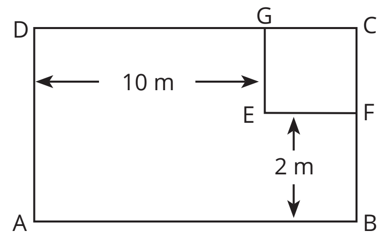
a) 2,15
b) 2,35
c) 2,75
d) 3,15
e) 3,35

◯ **70. (UFRGS)** O perímetro do triângulo equilátero circunscrito a um círculo de raio 3 é:

a) $18\sqrt{3}$
b) $20\sqrt{3}$
c) 36
d) $15\sqrt{6}$
e) 38

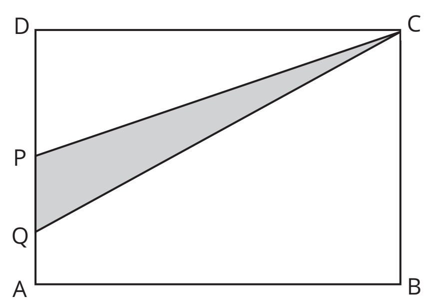
71. (UFRGS) Na figura abaixo, está representado o retângulo (ABCD) com 105 m^2. Usando as medidas indicadas (DG = 10 m e BF = 2 m), verificamos que o lado do quadrado (EFCG) mede:

a) $\sqrt{85}$ m
b) 42,5 m
c) 8 m
d) 5 m
e) 3 m

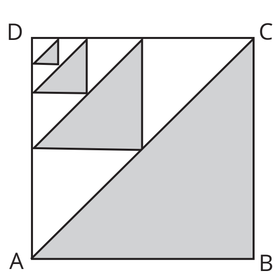


72. (UFRGS) O retângulo ABCD do desenho abaixo tem área de 28 cm^2. P é o ponto médio do lado AD e Q é o ponto médio do segmento AP. A área do triângulo QCP é de:

a) 3,25 cm^2
b) 3,5 cm^2
c) 3,75 cm^2
d) 4 cm^2
e) 4,25 cm^2



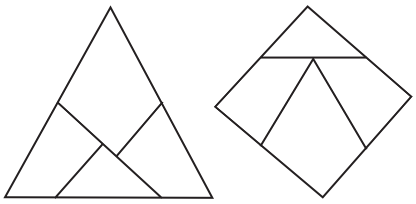
73. (UFRGS) Na figura abaixo, ABCD é um quadrado, e os triângulos sombreados são triângulos semelhantes tais que as alturas correspondentes formam uma progressão geométrica de razão 1/2.



Se o perímetro do triângulo ABC é 1, a soma dos perímetros dos quatro triângulos sombreados é:

a) 9/8
b) 11/8
c) 13/8
d) 15/8
e) 17/8

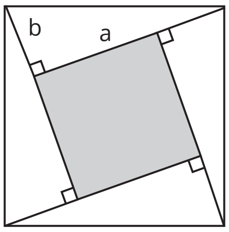
74. (UFRGS) As figuras abaixo apresentam uma decomposição de um triângulo equilátero em peças que, convenientemente justapostas, formam um quadrado:



O lado do triângulo mede 2 cm, então, o lado do quadrado mede, em centímetros:

a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
c) $\sqrt[4]{3}$
d) $\sqrt[3]{3}$
e) $\sqrt{3}$

75. (UFRGS) Na figura abaixo, os triângulos retângulos são congruentes e possuem catetos com medidas **a** e **b**.



A área da região sombreada é:

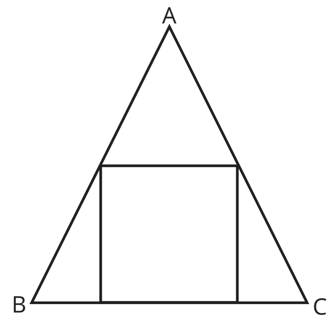
a) 2ab
b) $a^2 + b^2$
c) $a^2 + 2ab + b^2$
d) $a^2 - 2ab + b^2$
e) $a^2 - b^2$

76. (UFRGS) Um quadrado e um triângulo equilátero têm o mesmo perímetro. A razão entre a área do triângulo e a área do quadrado é:

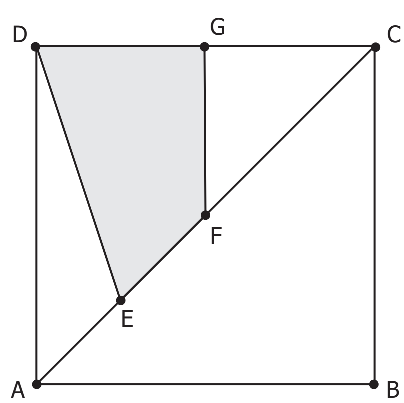
a) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.
b) $\frac{4\sqrt{3}}{9}$.
c) $\frac{3}{4}$.
d) $\frac{4}{9}$.
e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

◯ **77. (UFRGS)** Na figura, o perímetro do quadrado é 16 e BC = 6. A área do triângulo ABC é:

a) 36
b) 72
c) 6
d) 12
e) 24



◯ **78. (UFRGS)** Considere o quadrado ABCD da figura a seguir, em que G é o ponto médio de $\overline{CD}$, F é o ponto médio de $\overline{AC}$ e $\overline{AE} = \overline{EF} = \frac{\overline{AC}}{4}$.

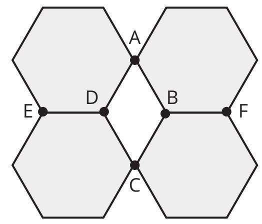


A razão entre a área do quadrilátero EFGD e a área do quadrado ABCD é:

a) $\frac{1}{4}$.
b) $\frac{1}{2}$.
c) $\frac{1}{3}$.
d) $\frac{2}{3}$.
e) 1.

◯ **79. (UFRGS)** Os quatro hexágonos da imagem a seguir são regulares e cada um tem área de 48 cm².

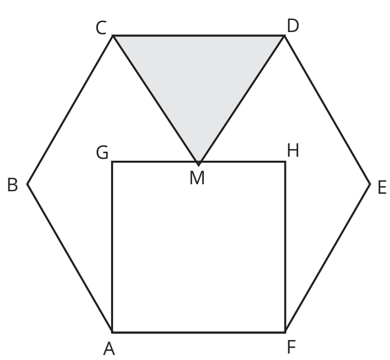
Os vértices do quadrilátero ABCD coincidem com vértices dos hexágonos. Os pontos E, D, B e F são colineares.



A área do quadrilátero ABCD, em cm², é:

a) 8.
b) 10.
c) 16.
d) 24.
e) 36.

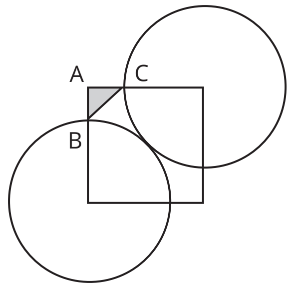
◯ **80. (UFRGS)** Considere o hexágono regular ABCDEF de lado 1. Sobre o lado $\overline{AF}$ do hexágono, constrói-se o quadrado AGHF, como mostra a figura abaixo. Sendo M o ponto médio de $\overline{GH}$, constrói-se o triângulo CDM.



A área do triângulo CDM é:

a) $\sqrt{3} - 1$
b) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$
c) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$
d) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.
e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

◯ **81. (UFRGS)** Dois círculos tangentes e de mesmo raio têm seus respectivos centros em vértices opostos de um quadrado, como mostra a figura abaixo.



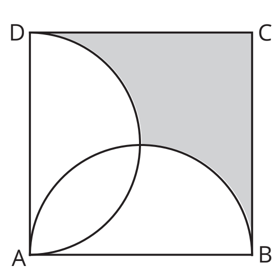
Se a medida do lado do quadrado é 2, então a área do triângulo ABC mede:

a) $3 - 2\sqrt{2}$
b) $6 - 4\sqrt{2}$
c) $12 - 4\sqrt{2}$
d) $\pi \cdot (3 - 2\sqrt{2})$
e) $\pi \cdot (6 - 4\sqrt{2})$

◯ **82. (UFRGS)** Um hexágono regular de perímetro 12 está inscrito em um círculo. O perímetro do quadrado inscrito nesse círculo é:

a) $\sqrt{2}$
b) $2\sqrt{2}$
c) $4\sqrt{2}$
d) $6\sqrt{2}$
e) $8\sqrt{2}$

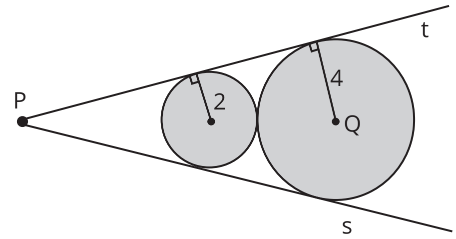
◯ **83. (UFRGS)** Observe a figura abaixo.



No quadrado ABCD de lado 2, os lados AB e BC são diâmetros dos semicírculos. A área da região sombreada é:

a) $3 - \pi/4$
b) $4 - \pi/2$
c) $3 - \pi$
d) $4 - \pi$
e) $3 - \pi/2$

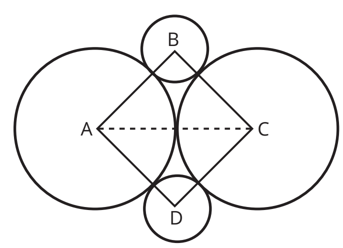
◯ **84. (UFRGS)** Observe os discos de raios 2 e 4, tangentes entre si e às semirretas **s** e **t**, representados na figura abaixo.



A distância entre os pontos P e Q é:

a) 9
b) 10
c) 11
d) 12
e) 13

◯ **85. (UFRGS)** Considere dois círculos de centros A e C, raio 1 e tangentes entre si. O segmento $\overline{AC}$ é diagonal do quadrado ABCD. Os círculos de centros B e D são tangentes aos círculos de centros A e C, como mostra a figura abaixo.

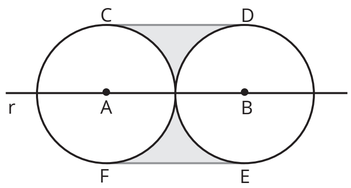


O raio dos círculos de centros B e D é:

a) $\sqrt{2} - 1$
b) 1
c) 2
d) $\sqrt{2} + 1$
e) $2\sqrt{2}$

◯ **86. (UFRGS)** Considere dois círculos tangentes entre si, de centros A e B sobre a reta r, e tais que o raio de cada um tenha medida 10.

Os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{FE}$ são tangentes aos círculos e têm extremidades nos pontos de tangência C, D, E e F, como representado na figura a seguir.



A área da região sombreada é:

a) $100 - 25\pi$
b) $200 - 50\pi$
c) $200 + 50\pi$
d) $400 - 100\pi$
e) $400 + 100\pi$

Anotações:

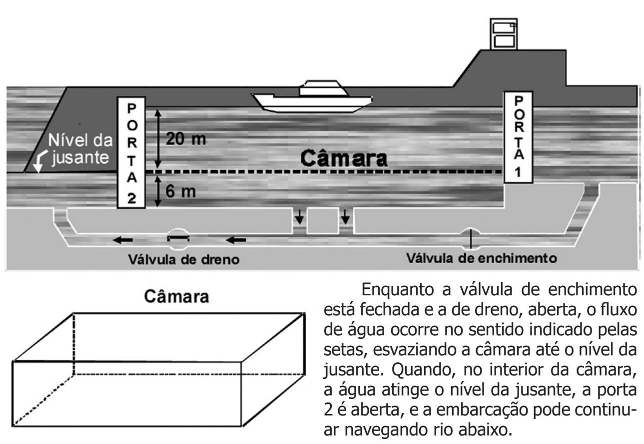
HABILIDADES À PROVA 2

» *Geometria Espacial*

1. (ENEM) Considere um caminhão que tenha uma carroceria na forma de um paralelepípedo retângulo, cujas dimensões internas são 5,1 m de comprimento, 2,1 m de largura e 2,1 m de altura. Suponha que esse caminhão foi contratado para transportar 240 caixas na forma de cubo com 1 m de aresta cada uma e que essas caixas podem ser empilhadas para o transporte. Qual é o número mínimo de viagens necessárias para realizar esse transporte?

a) 10 viagens.
b) 11 viagens.
c) 12 viagens.
d) 24 viagens.
e) 27 viagens.

2. (ENEM) Eclusa é um canal que, construído em águas de um rio com grande desnível, possibilita a navegabilidade, subida ou descida de embarcações. No esquema abaixo, está representada a descida de uma embarcação, pela eclusa do porto Primavera, do nível mais alto do rio Paraná até o nível da jusante.



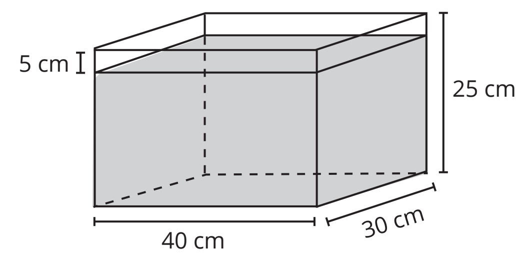
Enquanto a válvula de enchimento está fechada e a de dreno, aberta, o fluxo de água ocorre no sentido indicado pelas setas, esvaziando a câmara até o nível da jusante. Quando, no interior da câmara, a água atinge o nível da jusante, a porta 2 é aberta, e a embarcação pode continuar navegando rio abaixo.

A câmara dessa eclusa tem comprimento aproximado de 200 m e largura igual a 17 m. A vazão aproximada da água durante o esvaziamento da câmara é de 4.200 m^3 por minuto.

Assim, para descer do nível mais alto até o nível da jusante, uma embarcação leva cerca de:

a) 2 minutos.
b) 5 minutos.
c) 11 minutos.
d) 16 minutos.
e) 21 minutos.

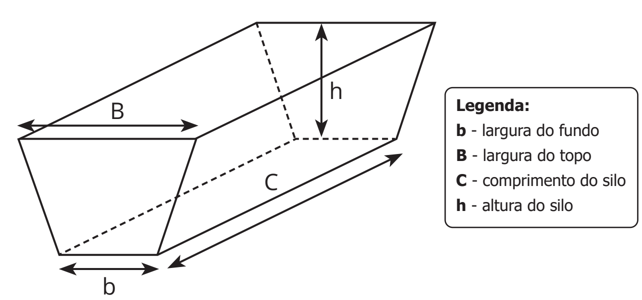
3. (ENEM) Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura.



O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse de 2.400 cm^3?

a) O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura.
b) O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.
c) O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.
d) O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.
e) O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar.

4. (ENEM) Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-la no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem. Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma reto trapezoidal, conforme mostrado na figura.



Considere um silo de 2 m de altura, 6 m de largura de topo e 20 m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2 m^3 desse tipo de silo.

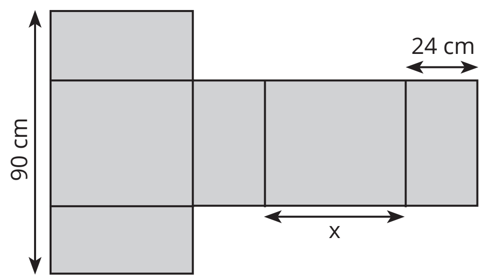
EMBRAPA. Gado de corte. Disponível em: www.cnpgc.embrapa.br. Acesso em: 1 ago. 2012 (adaptado).

Após a silagem, a quantidade máxima de forragem que cabe no silo, em toneladas, é:

a) 110
b) 125
c) 130
d) 220
e) 260

5. (ENEM) Conforme regulamento da Agência Nacional de Aviação Civil (Anac), o passageiro que embarcar em voo doméstico poderá transportar bagagem de mão, contudo a soma das dimensões da bagagem (altura + comprimento + largura) não pode ser superior a 115 cm.

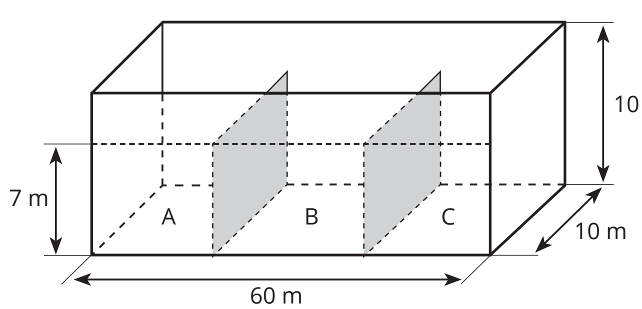
A figura mostra a planificação de uma caixa que tem a forma de um paralelepípedo retângulo.



O maior valor possível para x, em centímetros, para que a caixa permaneça dentro dos padrões permitidos pela Anac é:

a) 25
b) 33
c) 42
d) 45
e) 49

6. (ENEM) Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas por 60 m x 10 m de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, comforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.



Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C.

Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisórias.

Após o fim do vazamento, o volume de petróleo derramado terá sido de:

a) $1,4 \times 10^3$ m^3
b) $1,8 \times 10^3$ m^3
c) $2,0 \times 10^3$ m^3
d) $3,2 \times 10^3$ m^3
e) $6,0 \times 10^3$ m^3

7. (ENEM) Uma empresa especializada em conservação de piscinas utiliza um produto para tratamento da água cujas especificações técnicas sugerem que seja adicionado 1,5 mL desse produto para cada 1.000 L de água da piscina. Essa empresa foi contratada para cuidar de uma piscina de base retangular, de profundidade constante igual a 1,7 m, com largura e comprimento iguais a 3 m e 5 m, respectivamente. O nível da lâmina d'água dessa piscina é mantido a 50 cm da borda da piscina.

A quantidade desse produto, em mililitro, que deve ser adicionada a essa piscina, de modo a atender às suas especificações técnicas, é:

a) 11,25.
b) 27,00.
c) 28,80.
d) 32,25.
e) 49,50.

8. (ENEM) Um marceneiro recebeu a encomenda de uma passarela de 14,935 m sobre um pequeno lago, conforme a Figura I. A obra será executada com tábuas de 10 cm de largura, que já estão com o comprimento necessário para instalação, deixando-se um espaçamento de 15 mm entre tábuas consecutivas, de acordo com a planta do projeto na Figura II.

Figura I

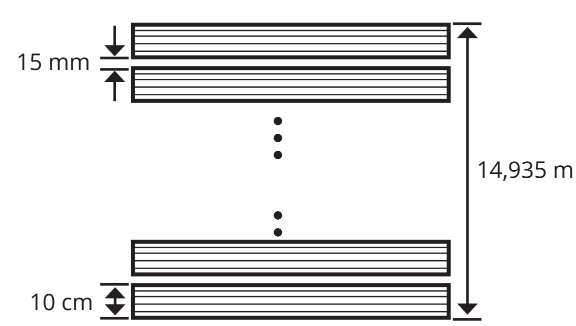
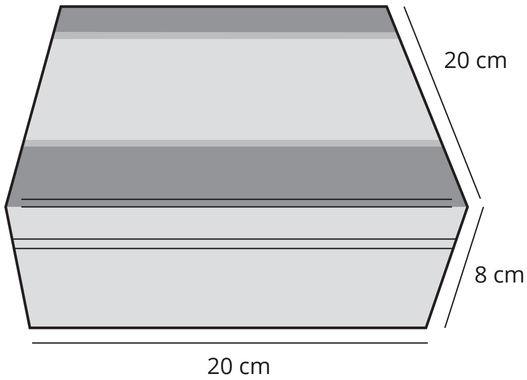


Figura II

Desconsiderando-se eventuais perdas com cortes durante a execução do projeto, quantas tábuas, no mínimo, o marceneiro necessitará para a execução da encomenda?

a) 60
b) 100
c) 130
d) 150
e) 598

◯ **9. (ENEM)** Uma fábrica comercializa chocolates em uma caixa de madeira, como na figura.



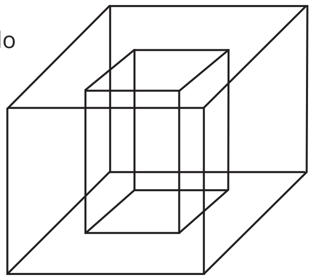
A caixa de madeira tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo cujas dimensões externas, em centímetro, estão indicadas na figura. Sabe-se também que a espessura da madeira, em todas as suas faces, é de 0,5 cm.

Qual é o volume de madeira utilizado, em centímetro cúbico, na construção de uma caixa de madeira como a descrita para embalar os chocolates?

a) 654
b) 666
c) 673
d) 681
e) 693

◯ **10. (ENEM)** Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado a seguir. O cubo de dentro está vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm.

O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de:



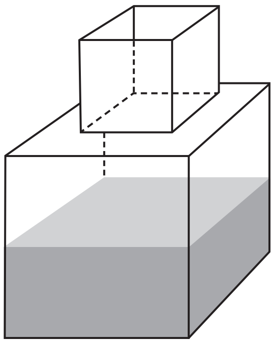
a) 12 cm^3
b) 64 cm^3
c) 96 cm^3
d) 1.216 cm^3
e) 1.728 cm^3

◯ **11. (ENEM)** Uma fábrica produz barras de chocolates no formato de paralelepípedos e de cubos, com o mesmo volume. As arestas da barra de chocolate no formato de paralelepípedo medem 3 cm de largura, 18 cm de comprimento e 4 cm de espessura.

Analisando as características das figuras geométricas descritas, a medida das arestas dos chocolates que têm o formato de cubo é igual a:

a) 5 cm
b) 6 cm
c) 12 cm
d) 24 cm
e) 25 cm

◯ **12. (ENEM)** Um fazendeiro tem um depósito para armazenar leite formado por duas partes cúbicas que se comunicam, como indicado na figura. A aresta da parte cúbica de baixo tem medida igual ao dobro da medida da aresta da parte cúbica de cima. A torneira utilizada para encher o depósito tem vazão constante e levou 8 minutos para encher metade da parte de baixo.



Quantos minutos essa torneira levará para encher completamente o restante do depósito?

a) 8
b) 10
c) 16
d) 18
e) 24

◯ **13. (ENEM)** Para o modelo de um troféu foi escolhido um poliedro P, obtido a partir de cortes nos vértices de um cubo. Com um corte plano em cada um dos cantos do cubo, retira-se o canto, que é um tetraedro de arestas menores do que metade da aresta do cubo. Cada face do poliedro P, então, é pintada usando uma cor distinta das demais faces.

Com base nas informações, qual é a quantidade de cores que serão utilizadas na pintura das faces do troféu?

a) 6
b) 8
c) 14
d) 24
e) 30

◯ **14. (ENEM 2022)** Um casal planeja construir em sua chácara uma piscina com o formato de um paralelepípedo reto retângulo com capacidade para 90 000 L de água. O casal contratou uma empresa de construções que apresentou cinco projetos com diferentes combinações nas dimensões internas de profundidade, largura e comprimento. A piscina a ser construída terá revestimento interno em suas paredes e fundo com uma mesma cerâmica, e o casal irá escolher o projeto que exija a menor área de revestimento.

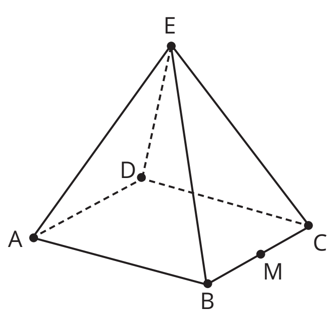
As dimensões internas de profundidade, largura e comprimento, respectivamente, para cada um dos projetos, são:

• projeto I: 1,8 m, 2,0 m e 25,0 m;
• projeto II: 2,0 m, 5,0 m e 9,0 m;
• projeto III: 1,0 m, 6,0 m e 15,0 m;
• projeto IV: 1,5 m, 15,0 m e 4,0 m;
• projeto V: 2,5 m, 3,0 m e 12,0 m.

O projeto que o casal deverá escolher será o:

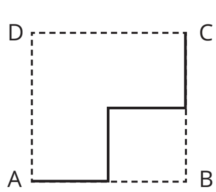
a) I.
b) II.
c) III.
d) IV.
e) V.

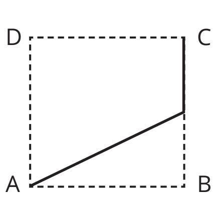
◯ **15. (ENEM)** João propôs um desafio a Bruno, seu colega de classe: ele iria descrever um deslocamento pela pirâmide a seguir e Bruno deveria desenhar a projeção desse deslocamento no plano da base da pirâmide.

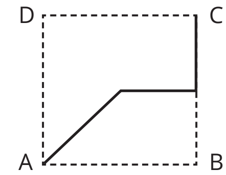


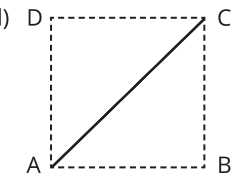
O deslocamento descrito por João foi: mova-se pela pirâmide, sempre em linha reta, do ponto A ao ponto E, a seguir do ponto E ao ponto M, e depois de M a C.

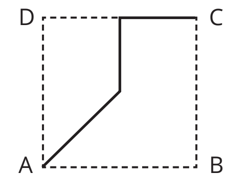
O desenho que Bruno deve fazer é:

a)


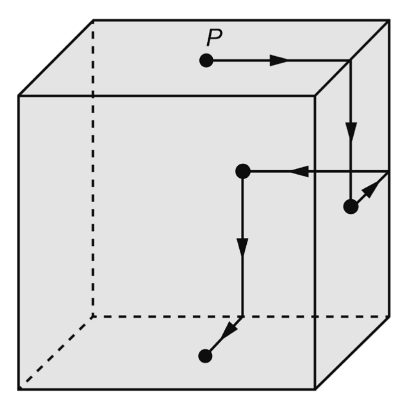
b)


c)


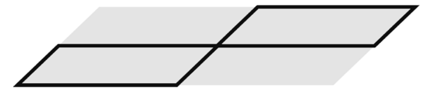
d)


e)


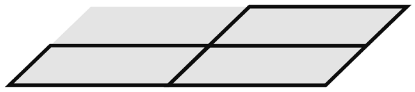
◯ **16. (ENEM 2022)** Um robô, que tem um ímã em sua base, se desloca sobre a superfície externa de um cubo metálico, ao longo de segmentos de reta cujas extremidades são pontos médios de arestas e centros de faces. Ele inicia seu deslocamento no ponto P, centro da face superior do cubo, segue para o centro da próxima face, converte à esquerda e segue para o centro da face seguinte, converte à direita e continua sua movimentação, sempre alternando entre conversões à esquerda e à direita quando alcança o centro de uma face. O robô só termina sua movimentação quando retorna ao ponto P. A figura apresenta os deslocamentos iniciais desse robô.



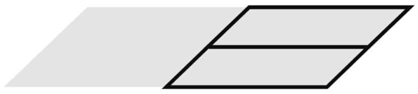
A projeção ortogonal do trajeto descrito por esse robô sobre o plano da base, após terminada sua movimentação, visualizada da posição em que se está enxergando esse cubo, é:

a)


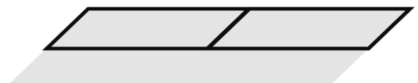
b)



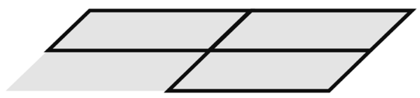
c)



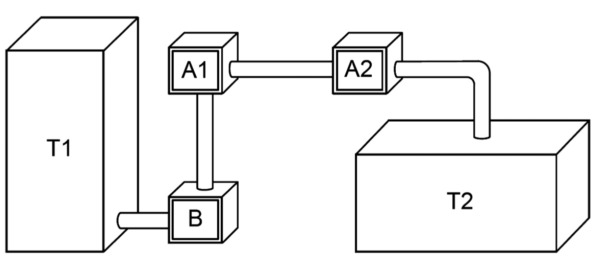
d)



e)



◯ **17. (ENEM 2020)** Um processo de aeração, que consiste na introdução de ar num líquido, acontece do seguinte modo: uma bomba B retira o líquido de um tanque T1 e o faz passar pelo aerador A1, que aumenta o volume do líquido em 15%, e em seguida pelo aerador A2, ganhando novo aumento de volume de 10%. Ao final, ele fica armazenado num tanque T2, de acordo com a figura.



Os tanques T1 e T2 são prismas retos de bases retangulares, sendo que a base de T1 tem comprimento c e largura L, e a base de T2 tem comprimento $\frac{c}{2}$ e largura 2L.

Para finalizar o processo de aeração sem derramamento do líquido em T2, o responsável deve saber a relação entre a altura da coluna de líquido que já saiu de T1, denotada por X, e a altura da coluna de líquido que chegou a T2, denotada por y.

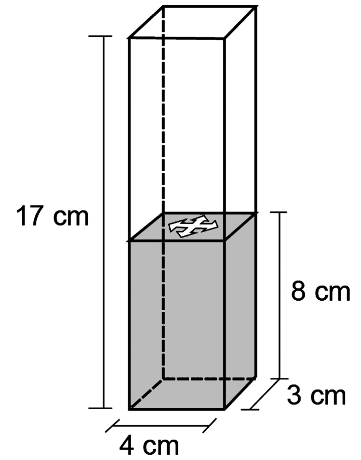
Disponível em: www.dec.ufcg.edu.br. Acesso em: 21 abr. 2015.

A equação que relaciona as medidas das alturas y e x é dada por

a) y = 1,265x
b) y = 1,250x
c) y = 1,150x
d) y = 1,125x
e) y = x

◯ **18. (ENEM 2020)** Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto-retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água.

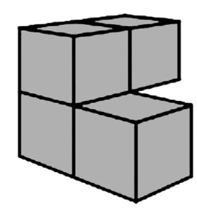
Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm. Para a coluna de água chegar até essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a 6 cm^3 cada, que ficarão totalmente submersas.



O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de

a) 14.
b) 16.
c) 18.
d) 30.
e) 34.

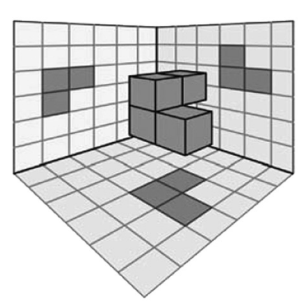
◯ **19. (ENEM 2020)** Em um jogo desenvolvido para uso no computador, objetos tridimensionais vão descendo do alto da tela até alcançarem o plano da base. O usuário pode mover ou girar cada objeto durante sua descida para posicioná-lo convenientemente no plano horizontal. Um desses objetos é formado pela justaposição de quatro cubos idênticos, formando assim um sólido rígido, como ilustrado na figura.



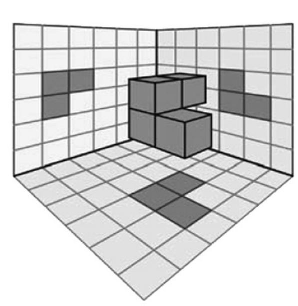
Para facilitar a movimentação do objeto pelo usuário, o programa projeta ortogonalmente esse sólido em três planos quadriculados perpendiculares entre si, durante sua descida.

A figura que apresenta uma possível posição desse sólido, com suas respectivas projeções ortogonais sobre os três planos citados, durante sua descida é

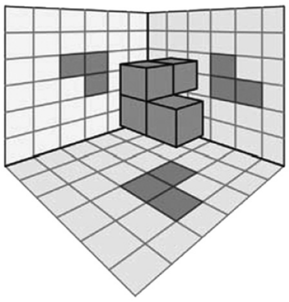
a)



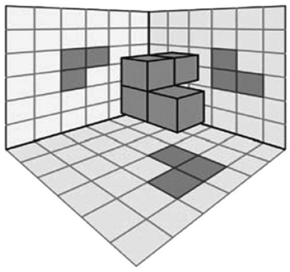
b)



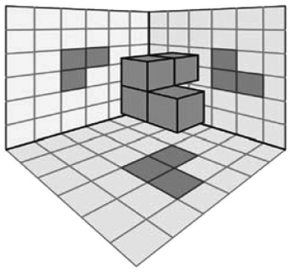
c)



d)



e)



◯ **20. (ENEM 2021)** O projeto de um contêiner, em forma de paralelepípedo reto retangular, previa a pintura dos dois lados (interno e externo) de cada uma das quatro paredes com tinta acrílica e a pintura do piso interno com tinta epóxi. O construtor havia pedido, a cinco fornecedores diferentes, orçamentos das tintas necessárias, mas, antes de iniciar a obra, resolveu mudar o projeto original, alterando o comprimento e a largura para o dobro do originalmente previsto, mantendo inalterada a altura. Ao pedir novos orçamentos aos fornecedores, para as novas dimensões, cada um deu uma resposta diferente sobre as novas quantidades de tinta necessárias.

Em relação ao previsto para o projeto original, as novas quantidades de tinta necessárias informadas pelos fornecedores foram as seguintes:

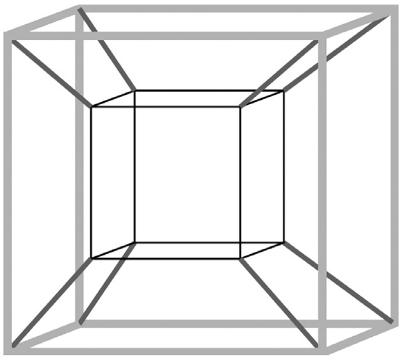
- **Fornecedor I:** "O dobro, tanto para as paredes quanto para o piso."
- **Fornecedor II:** "O dobro para as paredes e quatro vezes para o piso."
- **Fornecedor III:** "Quatro vezes, tanto para as paredes quanto para o piso."
- **Fornecedor IV:** "Quatro vezes para as paredes e o dobro para o piso."
- **Fornecedor V:** "Oito vezes para as paredes e quatro vezes para o piso."

Analisando as informações dos fornecedores, o construtor providenciará a quantidade adequada de material. Considere a porta de acesso do contêiner como parte de uma das paredes.

Qual dos fornecedores prestou as informações adequadas, devendo ser o escolhido pelo construtor para a aquisição do material?

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

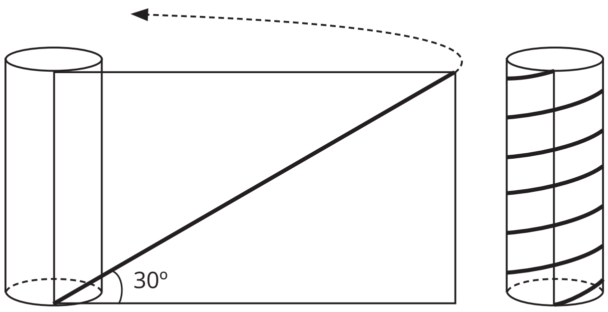
◯ **21. (ENEM 2021)** Muitos brinquedos que frequentemente são encontrados em praças e parques públicos apresentam formatos de figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais. Uma empresa foi contratada para desenvolver uma nova forma de brinquedo. A proposta apresentada pela empresa foi de uma estrutura formada apenas por hastes metálicas, conectadas umas às outras, como apresentado na figura. As hastes de mesma tonalidade e espessura são congruentes.



Com base na proposta apresentada, quantas figuras geométricas planas de cada tipo são formadas pela união das hastes?

a) 12 trapézios isósceles e 12 quadrados.
b) 24 trapézios isósceles e 12 quadrados.
c) 12 paralelogramos e 12 quadrados.
d) 8 trapézios isósceles e 12 quadrados.
e) 12 trapézios escalenos e 12 retângulos.

○ **22. (ENEM)** Para decorar um cilindro circular reto, será usada uma faixa retangular de papel transparente, na qual está desenhada em negrito uma diagonal que forma 30° com a borda inferior. O raio da base do cilindro mede $\frac{6}{\pi}$ cm, e, ao enrolar a faixa obtém-se uma linha em formato de hélice, como na figura.



O valor da medida da altura do cilindro, em centímetro, é:

a) $36\sqrt{3}$
b) $24\sqrt{3}$
c) $4\sqrt{3}$
d) 36
e) 72

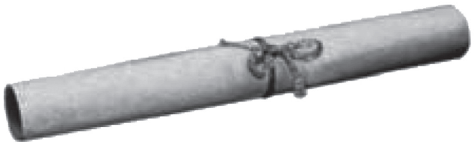
○ **23. (ENEM)** Para resolver o problema de abastecimento de água, foi decidida, em uma reunião do condomínio, a construção de uma nova cisterna. A cisterna atual tem formato cilíndrico, com 3 m de altura e 2 m de diâmetro, e estimou-se que a nova cisterna deverá comportar 81 m^3 de água, mantendo o formato cilíndrico e a altura da atual. Após a inauguração da nova cisterna, a antiga será desativada. Utilize 3,0 como aproximação para π.

Qual deve ser o aumento, em metros, no raio da cisterna para atingir o volume desejado?

a) 0,5
b) 1,0
c) 2,0
d) 3,5
e) 8,0

○ **24. (ENEM)** Uma empresa que organiza eventos de formatura confecciona canudos de diplomas a partir de folhas de papel quadradas. Para que todos os canudos fiquem idênticos, cada folha é enrolada em torno de um cilindro de madeira de diâmetro **d** em centímetros, sem folga, dando-se 5 voltas completas em torno de tal cilindro. Ao final, amarra-se um cordão no meio do diploma, bem ajustado, para que não ocorra o desenrolamento, como ilustrado na figura.

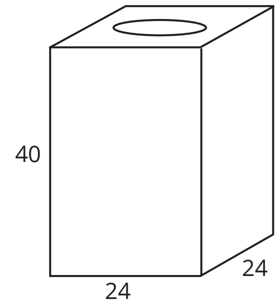
Em seguida, retira-se o cilindro de madeira do meio do papel enrolado, finalizando a confecção do diploma. Considere que a espessura da folha de papel original seja desprezível.



Qual é a medida, em centímetros, do lado da folha de papel usado na confecção do diploma?

a) πd
b) 2πd
c) 4πd
d) 5πd
e) 10πd

○ **25. (ENEM)** Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostradas na figura.



Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual.

Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em:

a) 14,4%
b) 20,0%
c) 32,0%
d) 36,0%
e) 64,0%

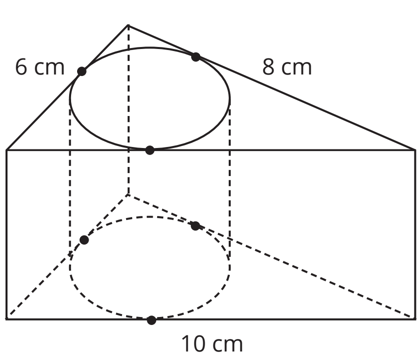
26. (ENEM) É possível usar água ou comida para atrair as aves e observá-las. Muitas pessoas costumam usar água com açúcar, por exemplo, para atrair beija-flores. Mas é importante saber que, na hora de fazer a mistura, você deve sempre usar uma parte de açúcar para cinco partes de água. Além disso, em dias quentes, precisa trocar a água de duas a três vezes, pois com o calor ela pode fermentar e, se for ingerida pela ave, pode deixá-la doente. O excesso de açúcar, ao cristalizar, também pode manter o bico da ave fechado, impedindo-a de se alimentar. Isso pode até matá-la.

Ciência Hoje das Crianças. FNDE; Instituto Ciência Hoje, nº 166, mar. 1996.

Pretende-se encher completamente um copo com a mistura para atrair beija-flores. O copo tem formato cilíndrico, e suas medidas são 10 cm de altura e 4 cm de diâmetro. A quantidade de água que deve ser utilizada na mistura é cerca de (utilize $\pi = 3$):

a) 20 mL
b) 24 mL
c) 100 mL
d) 120 mL
e) 600 mL

27. (ENEM) Uma metalúrgica recebeu uma encomenda para fabricar, em grande quantidade, uma peça com o formato de um prisma reto com base triangular, cujas dimensões da base são 6 cm, 8 cm e 10 cm e cuja altura é 10 cm. Tal peça deve ser vazada de tal maneira que a perfuração na forma de um cilindro circular reto seja tangente as suas faces laterais, conforme mostra a figura.



O raio da perfuração da peça é igual a:

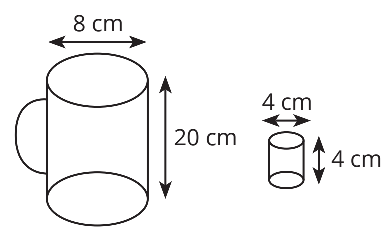
a) 1 cm
b) 2 cm
c) 3 cm
d) 4 cm
e) 5 cm

28. (ENEM 2022) Peças metálicas de aeronaves abandonadas em aeroportos serão recicladas. Uma dessas peças é maciça e tem o formato cilíndrico, com a medida do raio da base igual a 4 cm e a da altura igual a 50 cm. Ela será derretida, e o volume de metal resultante será utilizado para a fabricação de esferas maciças com diâmetro de 1 cm, a serem usadas para confeccionar rolamentos. Para estimar a quantidade de esferas que poderão ser produzidas a partir de cada uma das peças cilíndricas, admite-se que não ocorre perda de material durante o processo de derretimento.

Quantas dessas esferas poderão ser obtidas a partir de cada peça cilíndrica?

a) 800
b) 1.200
c) 2.400
d) 4.800
e) 6.400

29. (ENEM) Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para servir as vinte pessoas que se encontram em uma reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos plásticos, também cilíndricos.



Com o objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade. Para que isso ocorra, Dona Maria deverá:

a) encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
b) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.
c) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
d) encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.
e) encher cinco leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

30. (ENEM) Para construir uma manilha de esgoto, um cilindro com 2 m de diâmetro e 4 m de altura (de espessura desprezível) foi envolvido homogeneamente por uma camada de concreto, contendo 20 cm de espessura.

Supondo que cada metro cúbico de concreto custe R$ 10,00 e tomando 3,1 como valor aproximado de π, então o preço dessa manilha é igual a:

a) R$ 230,40
b) R$ 124,00
c) R$ 104,16
d) R$ 54,56
e) R$ 49,60

◯ **31. (ENEM)** Uma empresa de refrigerantes, que funciona sem interrupções, produz um volume constante de 1.800.000 cm^3 de líquido por dia. A máquina de encher garrafas apresentou um defeito durante 24 horas. O inspetor de produção percebeu que o líquido chegou apenas à altura de 12 cm dos 20 cm previstos em cada garrafa. A parte inferior da garrafa em que foi depositado o líquido tem forma cilíndrica com raio da base de 3 cm. Por questões de higiene, o líquido já engarrafado não será reutilizado.

Utilizando $\pi \cong 3$, no período em que a máquina apresentou defeito, aproximadamente quantas garrafas foram utilizadas?

a) 555
b) 5.555
c) 1.333
d) 13.333
e) 133.333

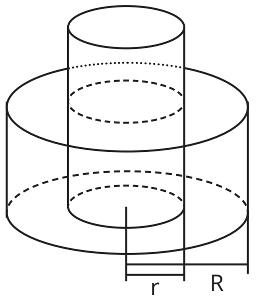
◯ **32. (ENEM)** Certa marca de suco é vendida no mercado em embalagens tradicionais de forma cilíndrica. Relançando a marca, o fabricante pôs à venda embalagens menores, reduzindo a embalagem tradicional à terça parte de sua capacidade.

Por questões operacionais, a fábrica que fornece as embalagens manteve a mesma forma, porém reduziu à metade o valor do raio da base da embalagem tradicional na construção da nova embalagem. Para atender à solicitação de redução da capacidade, após a redução no raio, foi necessário determinar a altura da nova embalagem.

Que expressão relaciona a medida da altura da nova embalagem de suco (a) com a altura da embalagem tradicional (h)?

a) $a = \frac{h}{12}$
b) $a = \frac{h}{6}$
c) $a = \frac{2h}{3}$
d) $a = \frac{4h}{3}$
e) $a = \frac{4h}{9}$

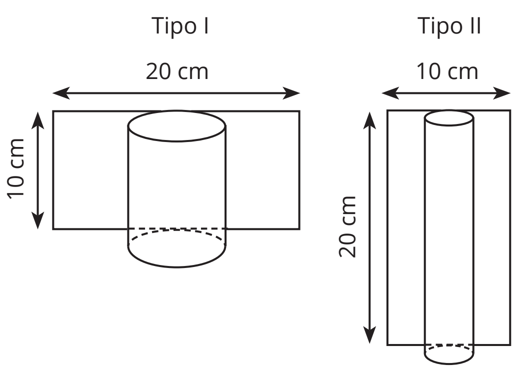
◯ **33. (ENEM)** Em uma praça pública, há uma fonte que é formada por dois cilindros, um de raio **r** e altura h_1, e o outro de raio R e altura h_2. O cilindro do meio enche e, após transbordar, começa a encher o outro.



Se $R = r\sqrt{2}$ e $h_2 = h_1/3$ e, para encher o cilindro do meio, foram necessários 30 minutos, então, para se conseguir encher essa fonte e o segundo cilindro, de modo que fique completamente cheio, serão necessários:

a) 20 minutos.
b) 30 minutos.
c) 40 minutos.
d) 50 minutos.
e) 60 minutos.

◯ **34. (ENEM)** Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20 cm x 10 cm (conforme ilustram as figuras abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina.



Supondo-se que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será:

a) o triplo.
b) o dobro.
c) igual.
d) a metade.
e) a terça parte.

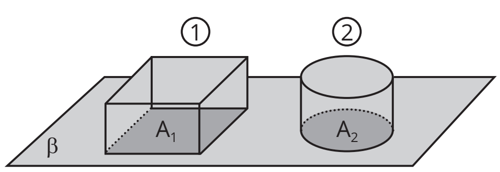
◯ **35. (ENEM)** Um artista plástico construiu, com certa quantidade de massa modeladora, um cilindro circular reto cujo diâmetro da base mede 24 cm e cuja altura mede 15 cm. Antes que a massa secasse, ele resolveu transformar aquele cilindro em uma esfera.

Volume da esfera: $V_{esfera} = 4\pi r^3/3$.

Analisando as características das figuras geométricas envolvidas, conclui-se que o raio R da esfera assim construída é igual a:

a) 15
b) 12
c) 24
d) $3\sqrt[3]{60}$
e) $6\sqrt[3]{30}$

◯ **36. (ENEM)** Em uma padaria, há dois tipos de forma de bolo, formas 1 e 2, como mostra a figura abaixo.



Sejam L o lado da base da forma quadrada, **r** o raio da base da forma redonda, A_1 e A_2 as áreas das bases das formas 1 e 2, V_1 e V_2 os seus volumes, respectivamente. Se as formas têm a mesma altura **h**, para que elas comportem a mesma quantidade de massa de bolo, qual é a relação entre **r** e L?

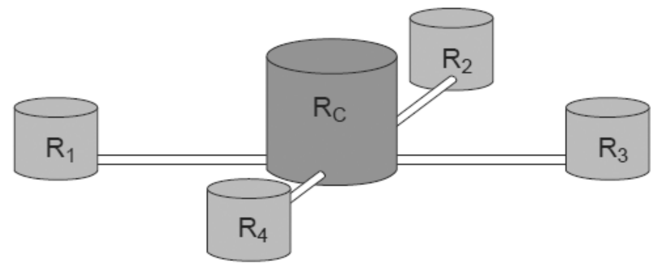
a) L = r
b) L = 2r
c) L = r
d) $L = r\sqrt{\pi}$
e) $L = \dfrac{(\pi r^2)}{2}$

◯ **37. (ENEM)** Um tipo de descarga de água para vaso sanitário é formado por um cilindro com altura de 2 m e diâmetro interno de 8 cm.

Então, dos valores abaixo, o mais próximo da capacidade do cilindro é:

a) 7 L
b) 8 L
c) 9 L
d) 10 L
e) 11 L

◯ **38. (ENEM)** Uma construtora pretende conectar um reservatório central (R_c) em formato de um cilindro, com raio interno igual a 2 m e altura interna igual a 3,30 m, a quatro reservatórios cilíndricos auxiliares (R_1, R_2, R_3 e R_4), os quais possuem raios internos e alturas internas medindo 1,5 m.



As ligações entre o reservatório central e os auxiliares são feitas por canos cilíndricos com 0,10 m de diâmetro interno e 20 m de comprimento, conectados próximos às bases de cada reservatório. Na conexão de cada um desses canos com o reservatório central, há registros que liberam ou interrompem o fluxo de água.

No momento em que o reservatório central está cheio e os auxiliares estão vazios, abrem-se os quatro registros e, após algum tempo, as alturas das colunas de água nos reservatórios se igualam, assim que cessa o fluxo de água entre eles, pelo princípio dos vasos comunicantes.

A medida, em metro, das alturas das colunas de água nos reservatórios auxiliares, após cessar o fluxo de água entre eles, é:

a) 1,44.
b) 1,16.
c) 1,10.
d) 1,00.
e) 0,95.

39. (ENEM) Um vasilhame na forma de um cilindro circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 30 cm está parcialmente ocupado por 625π cm^3 de álcool. Suponha que, sobre o vasilhame, seja fixado um funil na forma de um cone circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 6 cm, conforme ilustra a figura 1. O conjunto, como mostra a figura 2, é virado para baixo, sendo H a distância da superfície do álcool até o fundo do vasilhame.

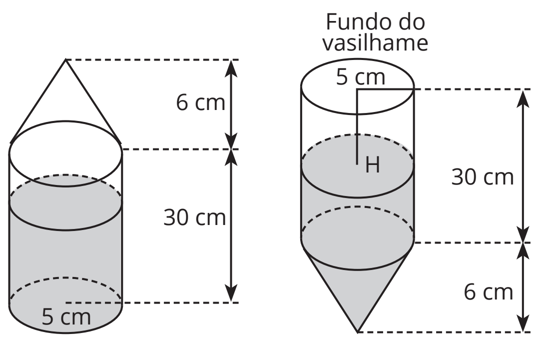


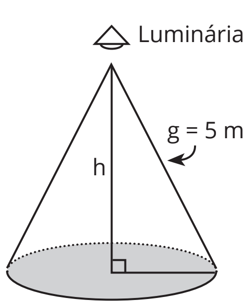
Figura 1 Figura 2

Volume do cone: $V_{cone} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$.

Considerando-se essas informações, qual é o valor da distância H?

a) 5 cm
b) 7 cm
c) 8 cm
d) 12 cm
e) 18 cm

40. (ENEM) Um arquiteto está fazendo um projeto de iluminação de ambiente e necessita saber a altura que deverá instalar a luminária ilustrada na figura.



Sabendo-se que a luminária deverá iluminar uma área circular de 28,26 m^2, considerando $\pi \cong 3{,}14$, a altura **h** será igual a:

a) 3 m
b) 4 m
c) 5 m
d) 9 m
e) 16 m

41. (ENEM) Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes.

Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.

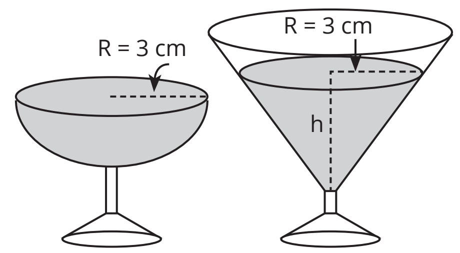


Figura 1 Figura 2

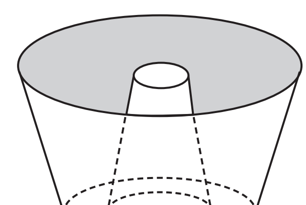
Considere:

$V_{esfera} = \dfrac{4}{3}\pi R^3$ e $V_{cone} = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h$

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério é servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de:

a) 1,33
b) 6,00
c) 12,00
d) 56,52
e) 113,04

42. (ENEM) Uma cozinheira, especialista em fazer bolos, utiliza uma forma no formato representado na figura:

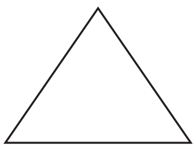


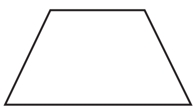
Nela identifica-se a representação de duas figuras geométricas tridimensionais. Essas figuras são:

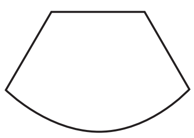
a) um tronco de cone e um cilindro.
b) um cone e um cilindro.
c) um tronco de pirâmide e um cilindro.
d) dois troncos de cone.
e) dois cilindros.

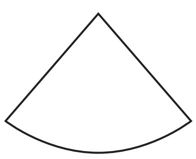
◯ **43. (ENEM)** Um sinalizador de trânsito tem o formato de um cone circular reto. O sinalizador precisa ser revestido externamente com adesivo fluorescente, desde sua base (base do cone) até a metade de sua altura, para sinalização noturna. O responsável pela colocação do adesivo precisa fazer o corte do material de maneira que a forma do adesivo corresponda exatamente à parte da superfície lateral a ser revestida.

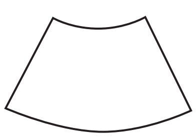
Qual deverá ser a forma do adesivo?

a) 

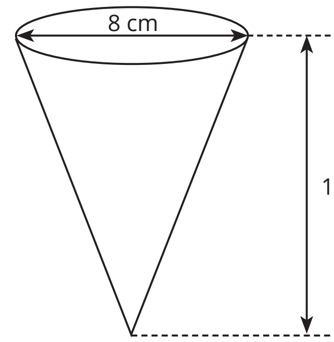
b) 

c) 

d) 

e) 

◯ **44. (ENEM 2022)** Uma empresa produz e vende um tipo de chocolate, maciço, em formato de cone circular reto com as medidas do diâmetro da base e da altura iguais a 8 cm e 10 cm, respectivamente, como apresenta a figura.

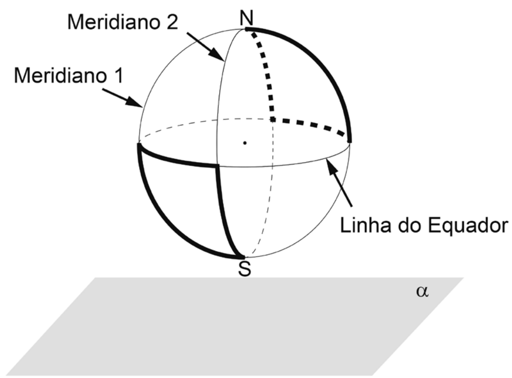


Devido a um aumento de preço dos ingredientes utilizados na produção desse chocolate, a empresa decide produzir esse mesmo tipo de chocolate com um volume 19% menor, no mesmo formato de cone circular reto com altura de 10 cm. Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolates com medida do raio da base, em centímetro, igual a:

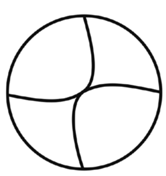
a) 1,52.
b) 3,24.
c) 3,60.
d) 6,48.
e) 7,20.

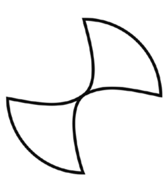
Anotações:

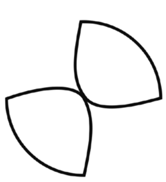
○ **45. (ENEM 2022)** Na figura estão destacadas duas trajetórias sobre a superfície do globo terrestre, descritas ao se percorrer parte dos meridianos 1, 2 e da Linha do Equador, sendo que os meridianos 1 e 2 estão contidos em planos perpendiculares entre si. O plano ao que contém a Linha do Equador.

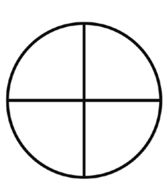


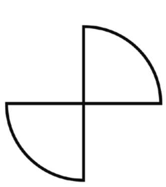
A vista superior da projeção ortogonal sobre o plano A α dessas duas trajetórias é:

a)


b)


c)


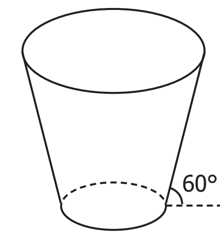
d)


e)


○ **46. (ENEM)** Uma empresa precisa comprar uma tampa para o seu reservatório, que tem a forma de um tronco de cone circular reto, conforme mostrado na figura.

Considere que a base do reservatório tenha raio $r = 2\sqrt{3}$ m e que sua lateral faça um ângulo de 60° com o solo.

Se a altura do reservatório é 12 m, a tampa a ser comprada deverá cobrir uma área de:



a) 12π m²
b) 108π m²
c) $(12 + 2\sqrt{3})^2\pi$ m²
d) 300π m²
e) $(24 + 2\sqrt{3})^2\pi$ m²

○ **47. (ENEM 2022)** Uma cozinheira produz docinhos especiais por encomenda. Usando uma receita-base de massa, ela prepara uma porção, com a qual produz 50 docinhos maciços de formato esférico, com 2 cm de diâmetro. Um cliente encomenda 150 desses docinhos, mas pede que cada um tenha formato esférico com 4 cm de diâmetro. A cozinheira pretende preparar o número exato de porções da receita-base de massa necessário para produzir os docinhos dessa encomenda. Quantas porções da receita-base de massa ela deve preparar para atender esse cliente?

a) 2
b) 3
c) 6
d) 12
e) 24

◯ **48. (ENEM)** O globo da morte é uma atração muito usada em circos. Ele consiste em uma espécie de jaula em forma de uma superfície esférica feita de aço, onde motoqueiros andam com suas motos por dentro. A seguir, tem-se, na figura 1, uma foto de um globo da morte e, na figura 2, uma esfera que ilustra um globo da morte.

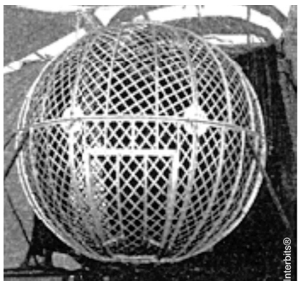


Figura 1

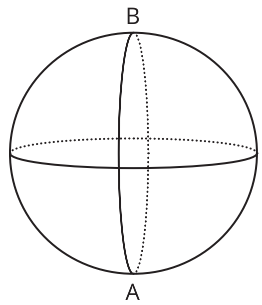
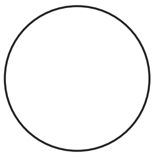


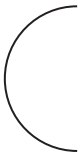
Figura 2

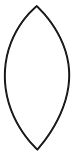
Na figura 2, o ponto A está no plano do chão onde está colocado o globo da morte, e o segmento AB passa pelo centro da esfera e é perpendicular ao plano do chão. Suponha que há um foco de luz direcionado para o chão colocado no ponto B e que um motoqueiro faça um trajeto dentro da esfera, percorrendo uma circunferência que passa pelos pontos A e B.

Disponível em: www.baixaki.com.br. Acesso em: 29 fev. 2012.

A imagem do trajeto feito pelo motoqueiro no plano do chão é melhor representada por:

a) 

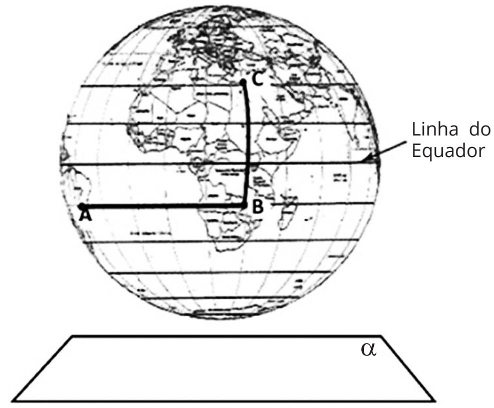
b) 

c) 

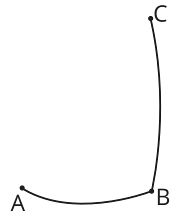
d) 

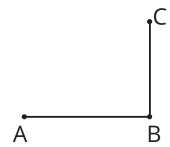
e)

◯ **49. (ENEM)** A figura representa o globo terrestre e nela estão marcados os pontos A, B e C. Os pontos A e B estão localizados sobre um mesmo paralelo, e os pontos B e C, sobre um mesmo meridiano. É traçado um caminho do ponto A até C, pela superfície do globo, passando por B, de forma que o trecho de A até B se dê sobre o paralelo que passa por A e B, e o trecho de B até C se dê sobre o meridiano que passa por B e C. Considere que o plano α é paralelo à linha do equador na figura.



A projeção ortogonal, no plano α, do caminho traçado no globo pode ser representada por:

a) 

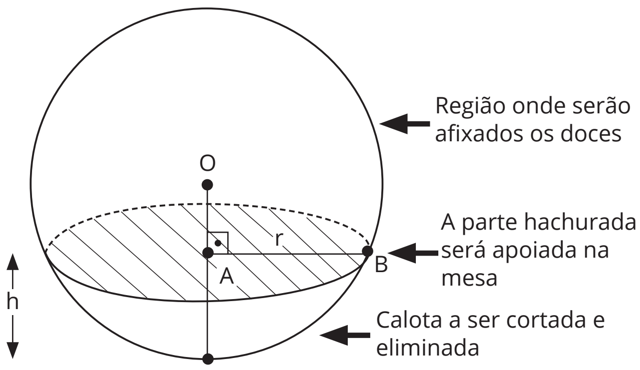
b) 

c) 

d) 

e) 

◯ **50. (ENEM)** Para decorar uma mesa de festa infantil, um chefe de cozinha usará um melão esférico com diâmetro medindo 10 cm, o qual servirá de suporte para espetar diversos doces. Ele irá retirar uma calota esférica do melão, conforme ilustra a figura, e, para garantir a estabilidade desse suporte, dificultando que o melão role sobre a mesa, o chefe fará o corte de modo que o raio **r** da seção circular de corte seja de pelo menos 3 cm. Por outro lado, o chefe desejará dispor da maior área possível da região em que serão afixados os doces.



Para atingir todos os seus objetivos, o chefe deverá cortar a calota do melão numa altura **h**, em centímetro, igual a:

a) $5 - \frac{\sqrt{91}}{2}$

b) $10 - \sqrt{91}$

c) 1

d) 4

e) 5

◯ **51. (ENEM 2020)** Uma loja de materiais de construção vende dois tipos de caixas-d'água: tipo A e tipo B. Ambas têm formato cilíndrico e possuem o mesmo volume, e a altura da caixa-d'água do tipo B é igual a 25% da altura da caixa-d'água do tipo A.

Se R denota o raio da caixa-d'água do tipo A, então o raio da caixa-d'água do tipo B é

a) $\frac{R}{2}$

b) 2 R

c) 4 R

d) 5 R

e) 16 R

◯ **52. (ENEM 2021)** Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa.

Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π.

Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a

a) 1,12.

b) 3,10.

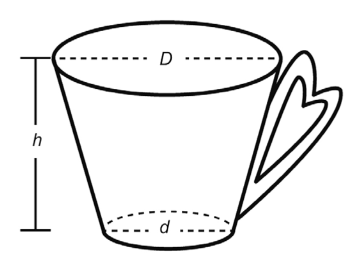
c) 4,35.

d) 4,48.

e) 5,60.

◯ **53. (ENEM 2021)** Uma pessoa comprou uma caneca para tomar sopa, conforme ilustração.

Sabe-se que 1 cm^3 = 1 mL e que o topo da caneca é uma circunferência de diâmetro (D) medindo 10 cm, e a base é um círculo de diâmetro (d) medindo 8 cm. Além disso, sabe-se que a altura (h) dessa caneca mede 12 cm (distância entre o centro das circunferências do topo e da base).



Utilize 3 como aproximação para π.

Qual é a capacidade volumétrica, em mililitro, dessa caneca?

a) 216

b) 408

c) 732

d) 2 196

e) 2 928

◯ **54. (ENEM 2023)** A foto mostra a construção de uma cisterna destinada ao armazenamento de água. Uma cisterna como essa, na forma de cilindro circular reto com 3 m² de área da base, foi abastecida por um curso-d’água com vazão constante. O seu proprietário registrou a altura do nível da água no interior da cisterna durante o abastecimento em diferentes momentos de um mesmo dia, conforme o quadro.

Horário (h)	Nível da água (m)
6:00	0,5
8:00	1,1
12:00	2,3
15:00	3,2

Disponível em: www.paraibamix.com. Acesso em: 3 dez. 2012.

Qual foi a vazão, em metro cúbico por hora, do curso-d’água que abasteceu a cisterna?

a) 0,3
b) 0,5
c) 0,9
d) 1,8
e) 2,7

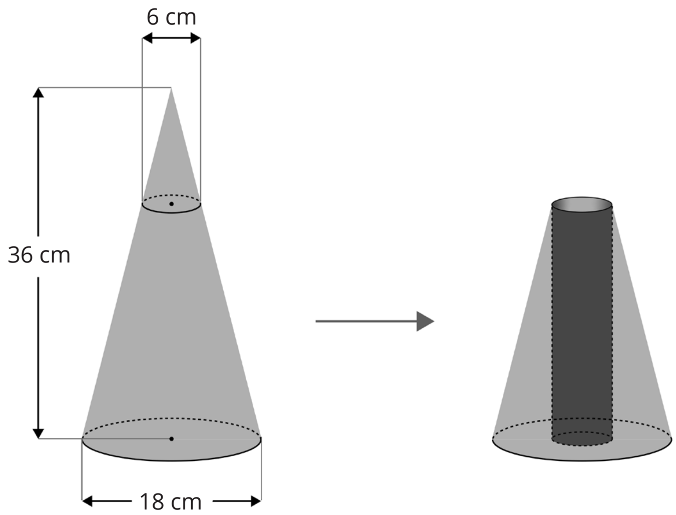
◯ **55. (ENEM 2023)** A água utilizada pelos 75 moradores de um vilarejo provém de um reservatório de formato cilíndrico circular reto cujo raio da base mede 5 metros, sempre abastecido no primeiro dia de cada mês por caminhões-pipa. Cada morador desse vilarejo consome, em média, 200 litros de água por dia.

No mês de junho de um determinado ano, o vilarejo festejou o dia do seu padroeiro e houve um gasto extra de água nos primeiros 20 dias. Passado esse período, as pessoas verificaram a quantidade de água presente no reservatório e constataram que o nível da coluna de água estava em 1,5 metro. Decidiram, então, fazer um racionamento de água durante os 10 dias seguintes. Considere 3 como aproximação para π.

Qual é a quantidade mínima de água, em litro, que cada morador, em média, deverá economizar por dia, de modo que o reservatório não fique sem água nos próximos 10 dias?

a) 50
b) 60
c) 80
d) 140
e) 150

◯ **56. (ENEM 2023)** Um artista plástico esculpe uma escultura a partir de um bloco de madeira de lei, em etapas. Inicialmente, esculpe um cone reto com 36 cm de altura e diâmetro da base medindo 18 cm. Em seguida, remove desse cone um cone menor, cujo diâmetro da base mede 6 cm, obtendo, assim, um tronco de cone, conforme ilustrado na figura



Em seguida, perfura esse tronco de cone, removendo um cilindro reto, de diâmetro 6 cm, cujo eixo de simetria é o mesmo do cone original. Dessa forma, ao final, a escultura tem a forma de um tronco de cone com uma perfuração cilíndrica de base a base.

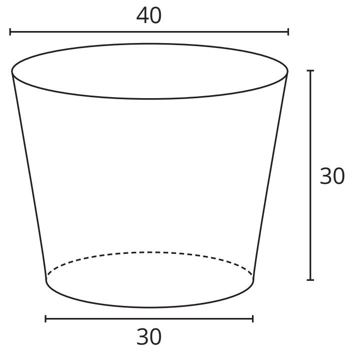
O tipo de madeira utilizada para produzir essa escultura tem massa igual a 0,6 g por centímetro cúbico de volume. Utilize 3 como aproximação para π.

Qual é a massa, em grama, dessa escultura?

a) 1 198,8
b) 1 296,0
c) 1 360,8
d) 4 665,6
e) 4 860,0

◯ **57. (UFSM 2024)** A arte indígena compõe uma importante parte da cultura brasileira. Podemos destacar algumas expressões artísticas dos povos indígenas que habitam as diferentes regiões do Brasil, tais como: pintura, tecelagem e cestaria.

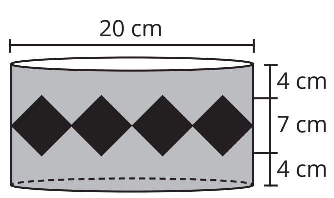
Uma cesta de vime produzida por uma comunidade indígena tem o formato de um tronco de cone reto com dimensões, em centímetros, dadas conforme a figura a seguir.

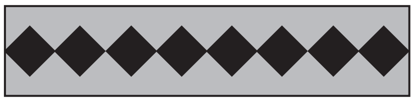


Usando $\pi = 3{,}14$, qual é, em centímetros cúbicos, o volume da cesta?

a) 21 195
b) 29 045
c) 50 240
d) 87 135
e) 116 180

◯ **58. (UFSM 2024)** Uma professora está trabalhando com a sua turma a respeito das contribuições musicais dos indígenas brasileiros. Como parte desse trabalho, ela propõe uma atividade que consiste em decorar a lateral de um tambor inspirado nos tambores indígenas. A figura a seguir ilustra a decoração apresentada por um de seus alunos.





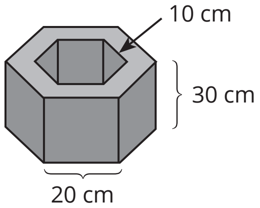
8 losangos

A faixa central é composta por exatamente 8 losangos amarelos de mesma dimensão, enquanto o restante da lateral foi pintado na cor azul.

As áreas totais, em centímetros quadrados, das regiões decoradas com as cores amarelo e azul são, respectivamente, iguais a

a) 70π e 230π.
b) 70π e 300π.
c) 140π e 160π.
d) 140π e 460π.
e) 140π e 600π.

◯ **59. (UFSM)** Tem-se uma peça feita conforme a figura, ou seja, um prisma hexagonal regular reto com um "buraco" também na forma de prima hexagonal regular reto, de mesma altura.



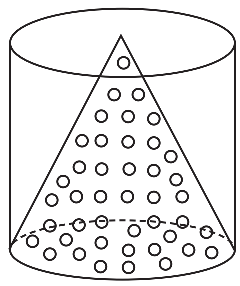
O volume dessa peça, em cm^3, é

a) $27000\sqrt{3}$
b) $13500\sqrt{3}$
c) $7000\sqrt{3}$
d) $4500\sqrt{3}$
e) $2250\sqrt{3}$

◯ **60. (UFSM)** Um cilindro circular reto tem área de base 64π cm^2 e altura $10\sqrt{3}$ cm. Nesse cilindro, é inscrito um prisma regular hexagonal. Uma das bases desse prisma será também a base de uma pirâmide regular hexagonal que tem a mesma altura do prisma. O volume da região externa à pirâmide e interna ao prisma, em cm^3, é

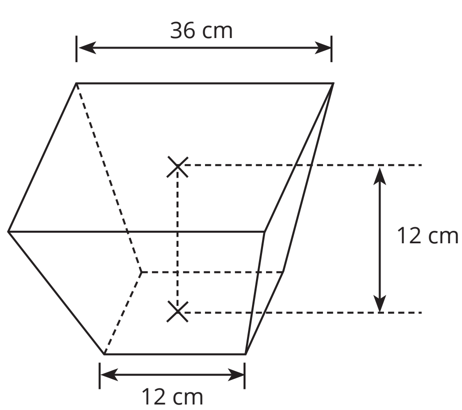
a) 640
b) 1440
c) 1920
d) 2560
e) 2880

◯ **61. (UFSM)** Dentre as estratégias para conquistar o publico foi construída por renomado artista plástico uma obra de arte na área de acesso aos cinemas. Ela e composta por um cilindro de material transparente, com 4m de diâmetro e 6m de altura, no qual foi inscrito um cone de mesma base e altura, também transparente. Esse cone contém, no seu interior, um líquido vermelho com inúmeras esferas douradas as quais, por um movimento constante desse líquido, criam um belo visual para quem observa. Sabe-se que as esferas tem 3 cm de raio e totalizam 10,000 unidades. Assim, se $\pi = 3$, determine o volume do líquido contido no cone



a) 70,92m³
b) 24,00m³
c) 72,00m³
d) 22,92m³
e) 20,76m³

◯ **62. (UFSM)** O cesto de lixo representado tem a forma de tronco de pirâmide quadrangular regular. Considerando que as medidas dadas são internas, o volume do cesto, em cm³, é



a) 4288
b) 5328
c) 7488
d) 7562
e) 7680

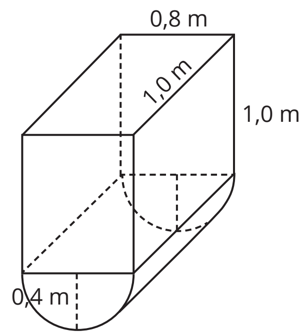
◯ **63. (UFSM)** Duas pipas com capacidade de 300 litros cada uma contêm vinho tinto. A primeira tem 60 litros de vinho e a segunda, 2/3 da capacidade. Para terminar de encher a primeira, utiliza-se uma torneira que escoa 60 litros de vinho por minuto e, para encher a segunda, utiliza-se uma torneira que escoa 25 litros de vinho por minuto. Se o processo for feito ao mesmo tempo, pode-se afirmar que

a) a primeira pipa transbordará primeiro.
b) a segunda pipa transbordará primeiro.
c) as duas pipas transbordarão ao mesmo tempo.
d) nenhuma das pipas transbordará antes de 6 minutos.
e) somente a segunda pipa transbordará antes de 6 minutos.

◯ **64. (UFSM)** Uma folha circular foi cortada em 3 setores iguais. Em cada um dos setores, as extremidades radiais foram unidas, sem haver sobreposição, de modo a formar um cone. Se o raio da folha original é 9 cm, então o volume, em cm³, de cada um dos cones é

a) $12\pi\sqrt{2}$.
b) $18\pi\sqrt{2}$.
c) $15\pi\sqrt{2}$.
d) $12\pi\sqrt{3}$.
e) $18\pi\sqrt{3}$.

◯ **65. (UFSM)** Para o armazenamento do material reciclável, foram utilizados recipientes dispostos no interior de uma escola, sendo um deles formado por metade de um cilindro circular reto e por um paralelepípedo retângulo, conforme a figura. A capacidade desse recipiente, em m³, é de:



a) $1/25(10 + \pi)$

b) $2/25(10 + \pi)$

c) $4/25(5 + \pi)$

d) $1/50(40 + \pi)$

e) $1/25(20 + \pi)$

◯ **66. (UFSM)** Oscar Niemayer é um arquiteto brasileiro, considerado um dos nomes mais influentes na arquitetura moderna internacional. Ele contribuiu, através de uma doação de um croqui, para a construção do planetário da UFSM, um marco arquitetônico importante da cidade de Santa Maria.

Foto Arquivo: COPERVES.

Suponha que a cobertura da construção seja uma semiesfera de 28 m de diâmetro, vazada por 12 partes iguais, quais são aproximadas por semicírculos de raio 3 m. Sabendo que uma lata de tinta é suficiente para pintar 39 m² de área, qual a quantidade mínima de latas de tinta necessária para pintar toda a cobertura do planetário? (Use $\pi = 3$)

a) 20.

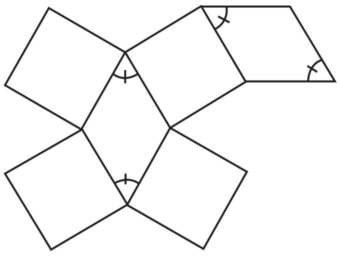
b) 26.

c) 40.

d) 52.

e) 60.

◯ **67. (UFRGS 2023)** A figura abaixo é a planificação de um sólido geométrico, composta por quatro quadrados e dois losangos, em que todas as arestas têm medida igual a 1. Os ângulos marcados na figura têm medida 60º.



O volume do sólido é

a) $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

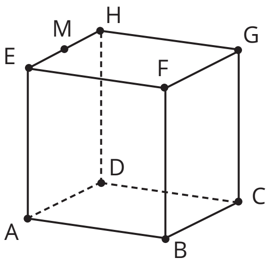
b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

d) $\sqrt{3}$.

e) $2\sqrt{3}$.

◯ **68. (UFRGS 2023)** Na figura abaixo, ABCDEFGH é um cubo de aresta a e M é ponto médio do segmento EH.



O volume da pirâmide de vértices BCGFM é

a) $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

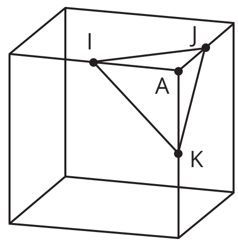
b) $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

c) $\frac{a^3}{2}$.

d) $\frac{a^3}{3}$.

e) $\frac{a^3}{4}$.

◯ **69. (UFRGS 2024)** De cada vértice de um cubo de aresta medindo *a*, corta-se uma pirâmide. A figura abaixo mostra os vértices de uma das pirâmides, em que I, J e K são pontos médios de arestas e A é vértice do cubo.



Depois de retiradas todas as pirâmides, o volume do sólido que resta é

a) $\frac{a^3}{2}$.

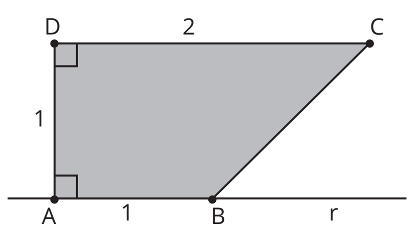
b) $\frac{a^3}{3}$.

c) $\frac{a^3}{6}$.

d) $\frac{2a^3}{3}$.

e) $\frac{5a^3}{6}$.

◯ **70. (UFRGS 2024)** Considere o quadrilátero ABCD abaixo e a reta r que passa pelos pontos A e B. As medidas dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AD}$ são iguais a 1, e a medida do lado $\overline{DC}$ é igual a 2.



O volume do sólido gerado pela rotação do quadrilátero ABCD em torno da reta r é

a) $\frac{\pi}{3}$.

b) $\frac{2\pi}{3}$.

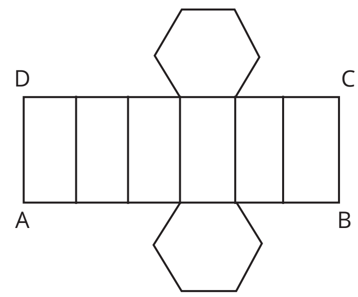
c) $\frac{5\pi}{3}$.

d) $\frac{\pi}{2}$.

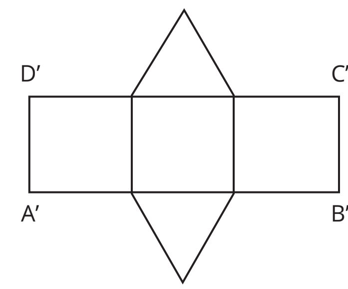
e) π.

◯ **71. (UFRGS)** Observe abaixo as planificações de duas caixas. A base de uma das caixas é um hexágono regular; a base da outra é um triângulo equilátero.

Primeira caixa



Segunda caixa



Se os retângulos ABCD e A'B'C'D' são congruentes, então a razão dos volumes da primeira e da segunda caixa é:

a) 1/2
b) 2/3
c) 1
d) 3/2
e) 2

◯ **72. (UFRGS)** Deseja-se elevar em 20 cm o nível de água da piscina de um clube. A piscina é retangular, com 20 m de comprimento e 10 m de largura. A quantidade de litros de água a ser acrescentada é:

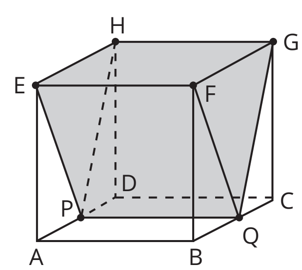
a) 4.000
b) 8.000
c) 20.000
d) 40.000
e) 80.000

73. (UFRGS) O paralelepípedo reto A, com dimensões de 8,5 cm, 2,5 cm e 4 cm, é a reprodução em escala 1:10 do paralelepípedo B.

Então, o volume do paralelepípedo B, em cm^3, é:

a) 85
b) 850
c) 8.500
d) 85.000
e) 850.000

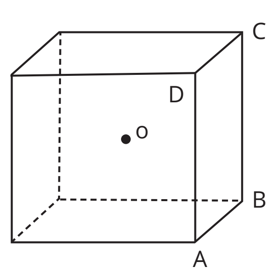
74. (UFRGS) Um sólido geométrico foi construído dentro de um cubo de aresta 8, de maneira que dois de seus vértices, P e Q, sejam os pontos médios respectivamente das arestas AD e BC, e os vértices da face superior desse sólido coincidam com os vértices da face superior do cubo, como indicado na figura abaixo.



O volume desse sólido é:

a) 64
b) 128
c) 256
d) 512
e) 1.024

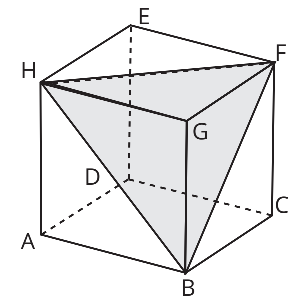
75. (UFRGS) Na figura **o** é o centro do cubo.



Se o volume do cubo é 1, o volume da pirâmide de base ABCD e vértice **o** é:

a) 1/2
b) 1/3
c) 1/4
d) 1/6
e) 1/8

76. (UFRGS) Considere o paralelepípedo de vértices A, B, C, D, E, F, G, H e a pirâmide de vértices B, F, G, H, inscrita no paralelepípedo, representados na figura a seguir.



A razão entre o volume da pirâmide e o volume do paralelepípedo é:

a) $\frac{1}{6}$

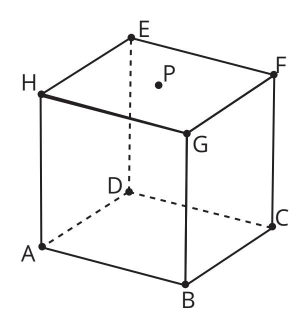
b) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{1}{2}$

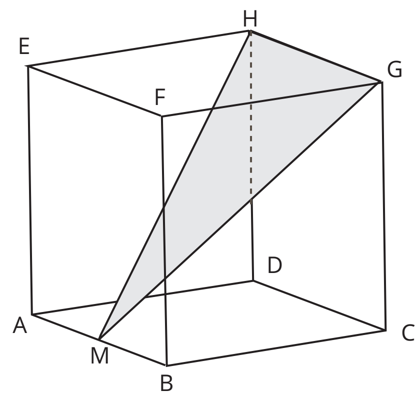
77. (UFRGS) Na figura a seguir, está representado um cubo cuja aresta tem 2 cm de medida. O ponto P está localizado no centro da face EFGH .



A medida do segmento $\overline{AP}$ é:

a) $\sqrt{2}$
b) 2
c) $\sqrt{6}$
d) $2\sqrt{3}$
e) 3

◯ **78. (UFRGS)** Considere o cubo ABCDEFGH, representado na figura abaixo, cuja aresta mede 4 e M é o ponto médio da aresta $\overline{AB}$.



A área do triângulo MHG é:

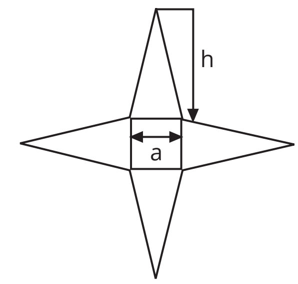
a) $2\sqrt{2}$
b) $4\sqrt{2}$
c) $8\sqrt{2}$
d) $16\sqrt{2}$
e) $32\sqrt{2}$

◯ **79. (UFRGS)** Em uma pirâmide regular com 12 cm de altura, tendo como base um quadrado de lado 10 cm, a área lateral é:

a) 240 cm^2
b) 260 cm^2
c) 340 cm^2
d) 400 cm^2
e) $20\sqrt{119}$ cm^2

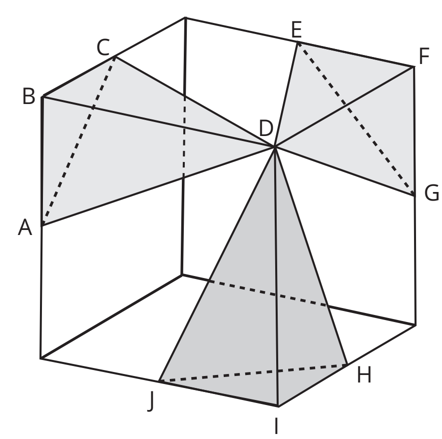
◯ **80. (UFRGS)** Considere uma pirâmide regular de base quadrada, construída a partir do padrão plano abaixo.

Se a altura da pirâmide é o dobro do lado “a” da base, o valor de **h** no padrão é:



a) $h = \left(\frac{\sqrt{17}}{2}\right)a$
b) $h = (\sqrt{5})a$
c) $h = \left(\frac{\sqrt{22}}{2}\right)a$
d) $h = (\sqrt{6})a$
e) $h = \frac{5}{2}a$

◯ **81. (UFRGS)** Considere o cubo e os tetraedros ABCD, EFGD e HIJD, nos quais os pontos A, C, E, G, H e J são pontos médios de arestas do cubo, como representado na figura abaixo.



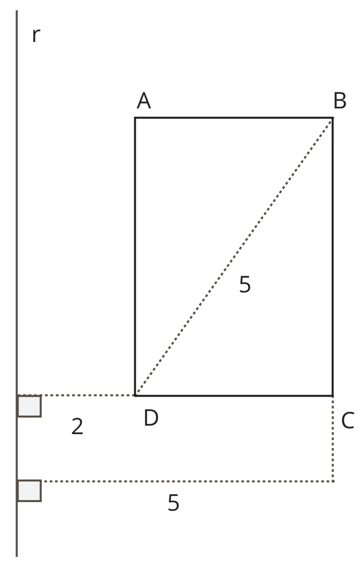
A razão entre a soma dos volumes dos tetraedros ABCD, EFGD e HIJD e o volume do cubo é:

a) $\frac{1}{8}$
b) $\frac{1}{6}$
c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{2}{3}$
e) $\frac{3}{4}$

◯ **82. (UFRGS)** Um pedaço de cano de 30 cm de comprimento e 10 cm de diâmetro interno encontra-se na posição vertical e possui a base inferior vedada. Colocando-se 2 litros de água em seu interior, a água:

a) ultrapassa o meio do cano.
b) transborda.
c) não chega ao meio do cano.
d) enche o cano até a borda.
e) atinge exatamente o meio do cano.

◯ **83. (UFRGS)** Considere o sólido obtido pela revolução do retângulo ABCD em torno da reta r, conforme indicado na figura a seguir.



O volume do sólido obtido é:

a) 16π.
b) 84.
c) 100.
d) 84π.
e) 100π.

◯ **84. (UFRGS)** Em um cilindro circular reto de volume 36π, a altura mede 4, então o raio da base mede:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 6
e) 9

◯ **85. (UFRGS)** A altura de um cone de revolução que tem área lateral igual a 15π e raio da base igual a 3 é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

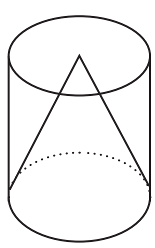
◯ **86. (UFRGS)** A área lateral de um cone circular reto é o dobro da área de sua base. A razão entre a geratriz e o raio do cone é:

a) 1/3
b) 1/2
c) 1
d) 2
e) 3

◯ **87. (UFRGS)** Uma ampulheta pode ser considerada como formada por 2 cones retos idênticos, unidos pelo vértice, inscritos em um cilindro reto. A razão entre o volume de um dos cones e o volume do cilindro é:

a) 1/2
b) 1/3
c) 1/4
d) 1/6
e) 1/8

◯ **88. (UFRGS)** O cone e o cilindro da figura são circulares retos e têm a mesma base, altura e área lateral. Se a geratriz do cone mede 4, então a medida da altura é:

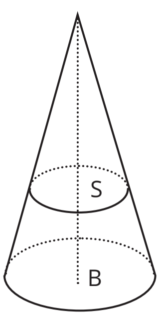


a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

◯ **89. (UFRGS)** Um cone de revolução de altura 16 é cortado por um plano paralelo à base, determinando uma secção de área quatro vezes menor que a da mesma base. A distância do vértice do cone ao plano é:

a) 1
b) 2
c) 4
d) 6
e) 8

◯ **90. (UFRGS)** A figura representa um cone circular reto de base B. Uma secção S do cone, paralela à B, está a 3 cm do vértice e a 6 cm de B. Qual o valor da razão (área B)/(área S)?



a) 2
b) 4
c) 9
d) 16
e) 27

HABILIDADES À PROVA 3

» *Estatística*

◯ **1. (ENEM)** Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências ao longo dos meses e dos anos.

As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em ºC)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, da mediana e da moda são, respectivamente, iguais a:

a) 17°C - 17°C - 13,5°C
b) 17°C - 18°C - 13,5°C
c) 17°C - 13,5°C - 18°C
d) 17°C - 18°C - 21,5°C
e) 17°C - 13,5°C - 21,5°C

◯ **2. (ENEM)** Em uma seletiva para a final dos 100 metros livres de natação, em uma olimpíada, os atletas, em suas respectivas raias, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	1	2	3	4	5	6	7	8
Tempo (segundo)	20,90	20,90	20,50	20,80	20,60	20,60	20,90	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é:

a) 20,70
b) 20,77
c) 20,80
d) 20,85
e) 20,90

◯ **3. (ENEM 2022)** Nos cinco jogos finais da última temporada, com uma média de 18 pontos por jogo, um jogador foi eleito o melhor do campeonato de basquete. Na atual temporada, cinco jogadores têm a chance de igualar ou melhorar essa média. No quadro estão registradas as pontuações desses cinco jogadores nos quatro primeiros jogos das finais deste ano.

Jogadores	Jogo 1	Jogo 2	Jogo 3	Jogo 4
I	12	25	20	20
II	12	12	27	20
III	14	14	17	26
IV	15	18	21	21
V	22	15	23	15

O quinto e último jogo será realizado para decidir a equipe campeã e qual o melhor jogador da temporada.

O jogador que precisa fazer a menor quantidade de pontos no quinto jogo, para igualar a média de pontos do melhor jogador da temporada passada, é o:

a) I.
b) II.
c) III.
d) IV.
e) V.

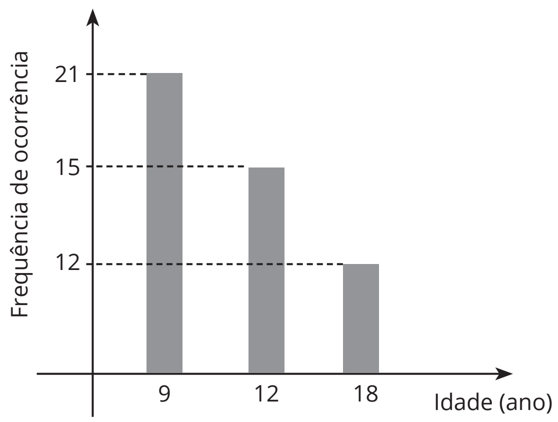
◯ **4. (ENEM)** Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R$ 83,00	2007
Novembro	R$ 73,10	2007
Dezembro	R$ 81,60	2007
Janeiro	R$ 82,00	2008
Fevereiro	R$ 85,30	2008
Março	R$ 84,00	2008
Abril	R$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a:

a) R$ 73,10
b) R$ 81,50
c) R$ 82,00
d) R$ 83,00
e) R$ 85,30

◯ **5. (ENEM)** Uma pessoa, ao fazer uma pesquisa com alguns alunos de um curso, coletou as idades dos entrevistados e organizou esses dados em um gráfico.



Qual a moda das idades, em anos, dos entrevistados?

a) 9
b) 12
c) 13
d) 15
e) 21

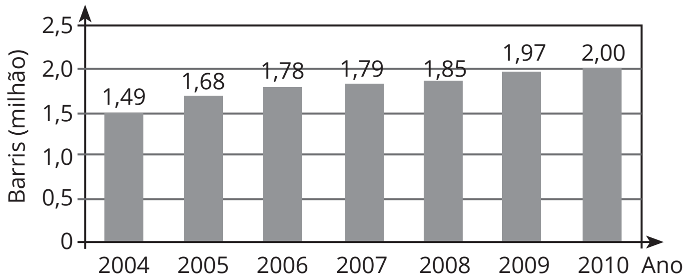
◯ **6. (ENEM)** Ao iniciar suas atividades, um ascensorista registra tanto o número de pessoas que entram quanto o número de pessoas que saem do elevador em cada um dos andares do edifício onde ele trabalha. O quadro apresenta os registros do ascensorista durante a primeira subida do térreo, de onde partem ele e mais três pessoas, ao quinto andar do edifício.

Número de pessoas	Térreo	1º andar	2º andar	3º andar	4º andar	5º andar
que entram no elevador	4	4	1	2	2	2
que saem do elevador	0	3	1	2	0	6

Com base no quadro, qual é a moda do número de pessoas no elevador durante a subida do térreo ao quinto andar?

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

◯ **7. (ENEM)** O gráfico mostra a média de produção diária de petróleo no Brasil, em milhão de barris, no período de 2004 a 2010.



Estimativas feitas naquela época indicavam que a média de produção diária de petróleo no Brasil, em 2012, seria 10% superior à média dos três últimos anos apresentados no gráfico.

Disponível em: http://blogs.estadao.com.br. Acesso em: 2 ago. 2012.

Estimativas feitas naquela época indicavam que a produção diária de petróleo no Brasil, em milhão de barris, em 2012, teria sido igual a:

a) 1,940.
b) 2,134.
c) 2,167.
d) 2,420.
e) 6,402.

◯ **8. (ENEM)** Uma pessoa está disputando um processo de seleção para uma vaga de emprego em um escritório. Em uma das etapas desse processo, ela tem de digitar oito textos. A quantidade de erros dessa pessoa, em cada um dos textos digitados, é dada na tabela.

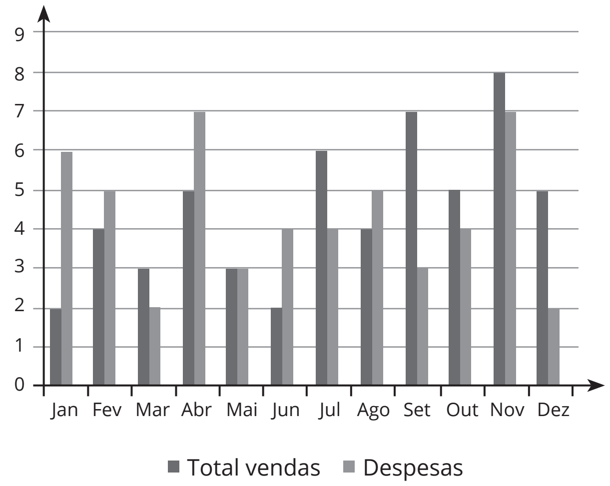
Texto	Número de erros
I	2
II	0
III	2
IV	2
V	6
VI	3
VII	4
VIII	5

Nessa etapa do processo de seleção, os candidatos serão avaliados pelo valor da mediana do número de erros.

A mediana dos números de erros cometidos por essa pessoa é igual a:

a) 2,0
b) 2,5
c) 3,0
d) 3,5
e) 4,0

◯ **9. (ENEM)** Uma empresa registrou seu desempenho em determinado ano por meio do gráfico, com dados mensais do total de vendas e despesas.



O lucro mensal é obtido pela subtração entre o total de vendas e despesas, nessa ordem.

Quais os três meses do ano em que foram registrados os maiores lucros?

a) Julho, setembro e dezembro.
b) Julho, setembro e novembro.
c) Abril, setembro e novembro.
d) Janeiro, setembro e dezembro.
e) Janeiro, abril e junho.

◯ **10. (ENEM)** Três alunos, X, Y e Z, estão matriculados em um curso de inglês. Para avaliar esses alunos, o professor optou por fazer cinco provas. Para que seja aprovado nesse curso, o aluno deverá ter a média aritmética das notas das cinco provas maior ou igual a 6. Na tabela, estão dispostas as notas que cada aluno tirou em cada prova.

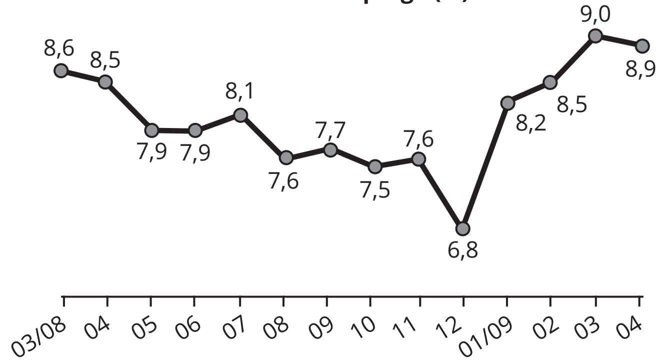
Aluno	1ª Prova	2ª Prova	3ª Prova	4ª Prova	5ª Prova
X	5	5	5	10	6
Y	4	9	3	9	5
Z	5	5	8	5	6

Com base nos dados da tabela e nas informações dadas, ficará(ão) reprovado(s):

a) apenas o aluno Y.
b) apenas o aluno Z.
c) apenas os alunos X e Y.
d) apenas os alunos X e Z.
e) os alunos X, Y e Z.

◯ **11. (ENEM)** O gráfico apresenta a taxa de desemprego (em %) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.

Taxa de desemprego (%)

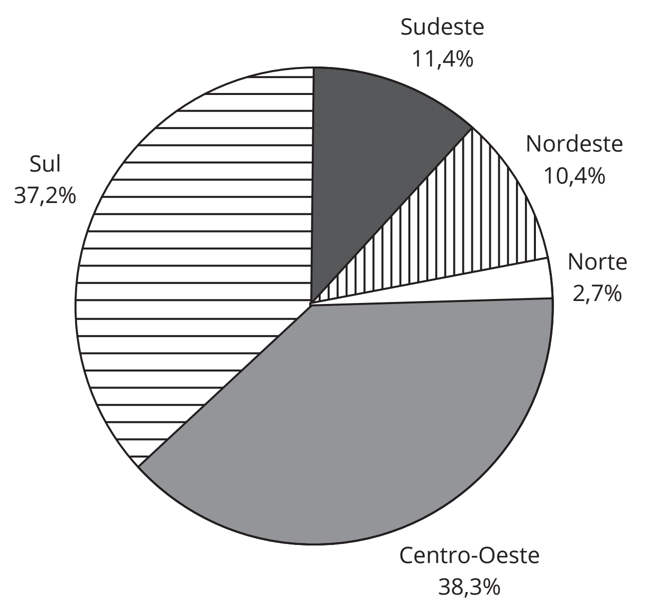


IBGE. Pesquisa mensal de emprego. Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 30 jul. 2012 (adaptado).

A mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009, foi de:

a) 8,1%
b) 8,0%
c) 7,9%
d) 7,7%
e) 7,6%

◯ **12. (ENEM)** Estimativas do IBGE para a safra nacional de cereais, leguminosas e oleaginosas, em 2012, apontavam uma participação por região conforme indicado no gráfico.



As estimativas indicavam que as duas regiões maiores produtoras produziriam, juntas, um total de 119,9 milhões de toneladas dessas culturas, em 2012.

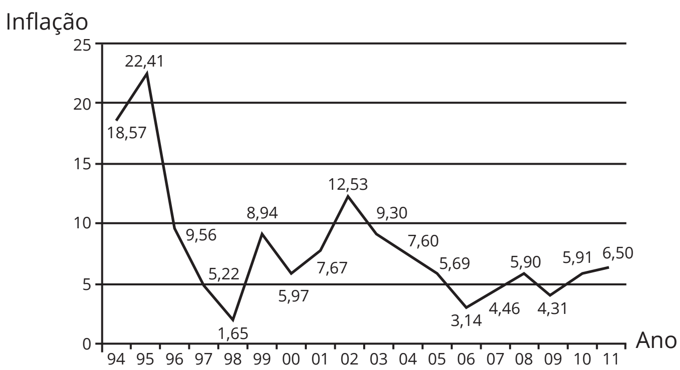
Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 3 jul. 2012

De acordo com esses dados, qual seria o valor mais próximo da produção, em milhão de tonelada, de cereais, leguminosas e oleoginosas, em 2012, na Região Sudeste do país?

a) 10,3
b) 11,4
c) 13,6
d) 16,5
e) 18,1

◯ **13. (ENEM)** Um dos principais indicadores de inflação é o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA). O gráfico apresenta os valores do IPCA nos anos de 1994 a 2011.

Inflação Anual - IPCA



Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 2 ago. 2012 (adaptado).

O valor mais próximo da mediana de todos os valores da inflação indicados no gráfico é:

a) 5,97
b) 6,24
c) 6,50
d) 8,07
e) 10,10

◯ **14. (ENEM)** Dois amigos abriram um restaurante. No primeiro ano, o custo total com as despesas do restaurante chegou a 250 mil reais. A receita neste ano foi de 325 mil reais, obtendo assim um lucro de 75 mil reais (diferença entre a receita e o custo total). A tabela representa o custo total e a receita nos cinco primeiros anos.

Ano	Custo total (milhar de real)	Receita (milhar de real)
Primeiro	250	325
Segundo	270	355
Terceiro	290	350
Quarto	280	365
Quinto	260	305

De acordo com a tabela, a média anual do lucro, em milhar de real, ao longo dos cinco anos, é:

a) 60
b) 70
c) 75
d) 80
e) 85

◯ **15. (ENEM)** No quadro, estão representadas as quantidades de certos tipos de vinho vendidos durante o ano e o lucro por unidade vendida de cada um desses tipos. Para repor seu estoque, o proprietário escolherá apenas os tipos de vinho em que o lucro total com sua venda foi maior do que a média entre os lucros obtidos com a venda de todos os tipos.

Tipo de vinho	I	II	III	IV	V	VI
Unidades vendidas	120	50	71	47	70	90
Lucro por unidade (R$)	6,00	12,00	10,00	20,00	5,00	12,00

Conforme condições estabelecidas, os tipos de vinhos escolhidos serão:

a) I e VI.
b) IV e VI.
c) I, IV e VI.
d) II, IV e VI.
e) II, III, IV e VI.

◯ **16. (ENEM 2022)** Uma das informações que pode auxiliar no dimensionamento do número de pediatras que devem atender em uma Unidade Básica de Saúde (UBS) é o número que representa a mediana da quantidade de crianças por família existente na região sob sua responsabilidade. O quadro mostra a distribuição das frequências do número de crianças por família na região de responsabilidade de uma UBS.

Número de crianças por família	Frequência
0	100
1	400
2	200
3	150
4	100
5	50

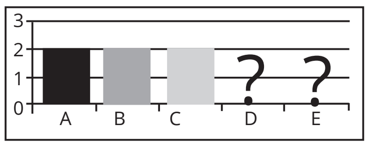
O número que representa a mediana da quantidade de crianças por família nessa região é:

a) 1,0.
b) 1,5.
c) 1,9.
d) 2,1.
e) 2,5.

◯ **17. (ENEM)** Cinco equipes, A, B, C, D e E, disputaram uma prova de gincana na qual as pontuações recebidas podiam ser 0, 1, 2 ou 3. A média das cinco equipes foi 2 pontos.

As notas das equipes foram colocadas no gráfico a seguir, entretanto se esqueceram de representar as notas da equipe D e da equipe E.

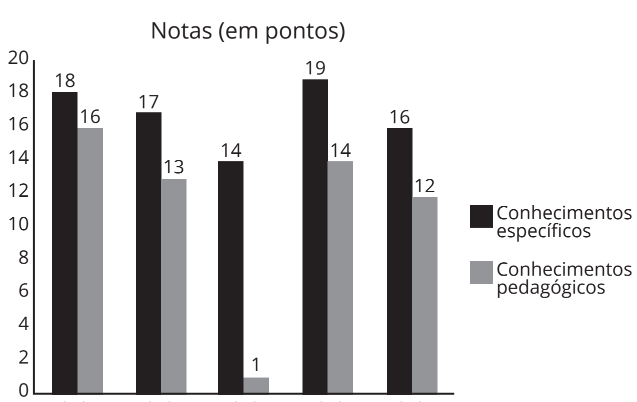
Pontuação da gincana



Mesmo sem aparecer as notas das equipes D e E, pode-se concluir que os valores da moda e da mediana são, respectivamente:

a) 1,5 e 2,0.
b) 2,0 e 1,5.
c) 2,0 e 2,0.
d) 2,0 e 3,0.
e) 3,0 e 2,0.

◯ **18. (ENEM)** As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era composta por cinco membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribui duas notas ao professor, uma relativa aos conhecimentos específicos da área de atuação, e outra, aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.

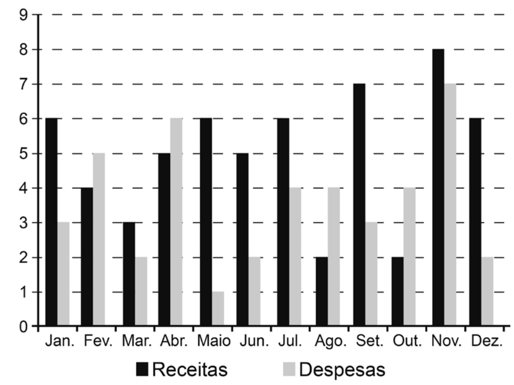


Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor notas atribuídas ao professor.

A nova média, em relação à média anterior, é:

a) 0,25 ponto maior.
b) 1,00 ponto maior.
c) 1,00 ponto menor.
d) 1,25 ponto maior.
e) 2,00 pontos menor.

◯ **19. (ENEM 2022)** O gráfico apresenta os totais de receitas e despesas de uma empresa, expressos em milhão de reais, no decorrer dos meses de um determinado ano. A empresa obtém lucro quando a diferença entre receita e despesa é positiva e tem prejuízo quando essa diferença é negativa.



Qual é a mediana, em milhão de reais, dos valores dos lucros apurados pela empresa nesse ano?

a) 1,5
b) 2,0
c) 2,9
d) 3,0
e) 5,5

◯ **20. (ENEM)** Ao final de uma competição de ciências em uma escola, restaram apenas três candidatos. De acordo com as regras, o vencedor será o candidato que obtiver a maior média ponderada entre as notas das provas finais nas disciplinas química e física, considerando, respectivamente, os pesos 4 e 6 para elas. As notas são sempre números inteiros. Por questões médicas, o candidato II ainda não fez a prova final de química. No dia em que sua avaliação for aplicada, as notas dos outros dois candidatos, em ambas as disciplinas, já terão sido divulgadas.

O quadro apresenta as notas obtidas pelos finalistas nas provas finais.

Candidato	Química	Física
I	20	23
II	X	25
III	21	18

A menor nota que o candidato II deverá obter na prova final de química para vencer a competição é:

a) 18
b) 19
c) 22
d) 25
e) 26

◯ **21. (ENEM)** Uma loja que vende sapatos recebeu diversas reclamações de seus clientes relacionadas à venda de sapatos de cor branca ou preta. Os donos da loja anotaram as numerações dos sapatos com defeito e fizeram um estudo estatístico com o intuito de reclamar com o fabricante.

A tabela contém a média, a mediana e a moda desses dados anotados pelos donos.

Estatísticas sobre as numerações dos sapatos com defeito			
	Média	**Mediana**	**Moda**
Numerações dos sapatos com defeito	36	37	38

Para quantificar os sapatos pela cor, os donos representaram a cor branca pelo número 0, e a cor preta, pelo número 1. Sabe-se que a média da distribuição desses zeros e uns é igual a 0,45.

Os donos da loja decidiram que a numeração dos sapatos com maior número de reclamações e a cor com maior número de reclamações não serão mais vendidas.

A loja encaminhou um ofício ao fornecedor dos sapatos, explicando que não serão mais encomendados os sapatos de cor:

a) branca e os de número 38.
b) branca e os de número 37.
c) branca e os de número 36.
d) preta e os de número 38.
e) preta e os de número 37.

◯ **22. (ENEM)** Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0.

Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe:

a) teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.
b) seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.
c) seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.
d) permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.
e) empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

◯ **23. (ENEM 2022)** Em uma universidade, atuam professores que estão enquadrados funcionalmente pela sua maior titulação: mestre ou doutor. Nela há, atualmente, 60 mestres e 40 doutores. Os salários mensais dos professores mestres e dos doutores são, respectivamente, R$ 8 000,00 e R$ 12 000,00.

A diretoria da instituição pretende proporcionar um aumento salarial diferenciado para o ano seguinte, de tal forma que o salário médio mensal dos professores dessa instituição não ultrapasse R$ 12 240,00. A universidade já estabeleceu que o aumento salarial será de 25% para os mestres e precisa ainda definir o percentual de reajuste para os doutores.

Mantido o número atual de professores com suas atuais titulações, o aumento salarial, em porcentagem, a ser concedido aos doutores deverá ser de, no máximo:

a) 14,4.
b) 20,7.
c) 22,0.
d) 30,0.
e) 37,5.

◯ **24. (ENEM)** A avaliação de rendimento de alunos de um curso universitário baseia-se na média ponderada das notas obtidas nas disciplinas pelos respectivos números de créditos, como mostra o quadro:

Avaliação	**Média de notas (M)**
Excelente	$9 < M \leq 10$
Bom	$7 \leq M \leq 9$
Regular	$5 \leq M < 7$
Ruim	$3 \leq M < 5$
Péssimo	$M < 3$

Quanto melhor a avaliação de um aluno em determinado período letivo, maior sua prioridade na escolha de disciplinas para o período seguinte.

Determinado aluno sabe que, se obtiver avaliação "Bom" ou "Excelente", conseguirá matrícula nas disciplinas que deseja. Ele já realizou as provas de 4 das 5 disciplinas em que está matriculado, mas ainda não realizou a prova da disciplina I, conforme o quadro.

Disciplinas	**Notas**	**Número de créditos**
I		12
II	8,00	4
III	6,00	8
IV	5,00	8
V	7,50	10

Para que atinja seu objetivo, a nota mínima que ele deve conseguir na disciplina I é:

a) 7,00
b) 7,38
c) 7,50
d) 8,25
e) 9,00

◯ **25. (ENEM)** A Comissão Interna de Prevenção de Acidentes (CIPA) de uma empresa, observando os altos custos com os frequentes acidentes de trabalho ocorridos, fez, a pedido da diretoria, uma pesquisa do número de acidentes sofridos por funcionários. Essa pesquisa, realizada com uma amostra de 100 funcionários, norteará as ações da empresa na política de segurança no trabalho.

Os resultados obtidos estão no quadro.

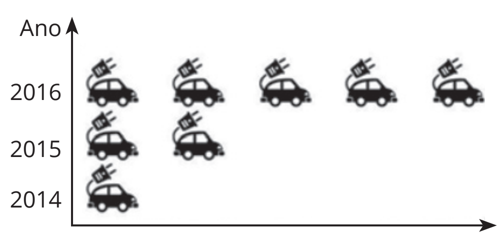
Número de acidentes sofridos	Número de trabalhadores
0	50
1	17
2	15
3	10
4	6
5	2

A média do número de acidentes por funcionário na amostra que a CIPA apresentará à diretoria da empresa é:

a) 0,15
b) 0,30
c) 0,50
d) 1,11
e) 2,22

◯ **26. (ENEM)** De acordo com um relatório recente da Agência Internacional de Energia (AIE), o mercado de veículos elétricos atingiu um novo marco em 2016, quando foram vendidos mais de 750 mil automóveis da categoria. Com isso, o total de carros elétricos vendidos no mundo alcançou a marca de 2 milhões de unidades desde que os primeiros modelos começaram a ser comercializados em 2011.

No Brasil, a expansão das vendas também se verifica. A marca A, por exemplo, expandiu suas vendas no ano de 2016, superando em 360 unidades as vendas de 2015, conforme representado no gráfico.



Disponível em: www.tecmundo.com.br. Acesso em: 5 dez. 2017.

A média anual do número de carros vendidos pela marca A, nos anos representados no gráfico, foi de:

a) 192
b) 240
c) 252
d) 320
e) 420

◯ **27. (ENEM)** Em uma fábrica de refrigerantes, é necessário que se faça periodicamente o controle no processo de engarrafamento para evitar que sejam envasadas garrafas fora da especificação do volume escrito no rótulo.

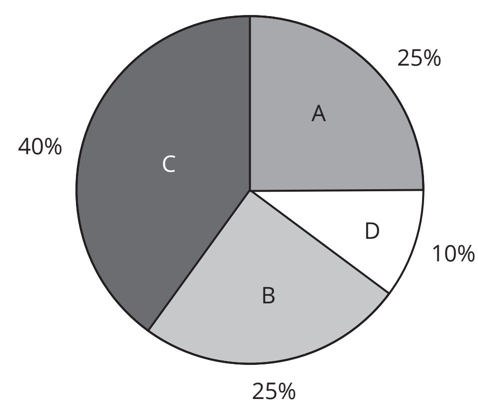
Diariamente, durante 60 dias, foram anotadas as quantidades de garrafas fora dessas especificações. O resultado está apresentado no quadro.

Quantidade de garrafas fora das especificações por dia	Quantidade de dias
0	52
1	5
2	2
3	1

A média diária de garrafas fora das especificações no período considerado é:

a) 0,1.
b) 0,2.
c) 1,5.
d) 2,0.
e) 3,0.

◯ **28. (ENEM)** Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R$ 200,00; B = R$ 300,00; C = R$ 400,00 e D = R$ 600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é:

a) 300,00
b) 345,00
c) 350,00
d) 375,00
e) 400,00

◯ **29. (ENEM)** Um concurso é composto por cinco etapas. Cada etapa vale 100 pontos. A pontuação final de cada candidato é a média de suas notas nas cinco etapas. A classificação obedece à ordem decrescente das pontuações finais. O critério de desempate baseia-se na maior pontuação na quinta etapa.

Candidato	Média nas quatro primeiras etapas	Pontuação na quinta etapa
A	90	60
B	85	85
C	80	95
D	60	90
E	60	100

A ordem de classificação final desse concurso é:

a) A - B - C - E - D
b) B - A - C - E - D
c) C - B - E - A - D
d) C - B - E - D - A
e) E - C - D - B - A

◯ **30. (ENEM)** Um vendedor de assinaturas de TV a cabo teve, nos 7 primeiros meses do ano, uma média mensal de 84 assinaturas vendidas. Devido a uma reestruturação da empresa, foi exigido que todos os vendedores tivessem, ao final do ano, uma média mensal de 99 assinaturas vendidas. Diante disso, o vendedor viu-se forçado a aumentar sua média mensal de vendas nos 5 meses restantes do ano.

Qual deverá ser a média mensal de vendas do vendedor, nos próximos 5 meses, para que ele possa cumprir a exigência da sua empresa?

a) 91
b) 105
c) 114
d) 118
e) 120

◯ **31. (ENEM)** Numa turma de inclusão de jovens e adultos na educação formal profissional (Proeja), a média aritmética das idades dos seus dez alunos é de 32 anos. Em determinado dia, o aluno mais velho da turma faltou e, com isso, a média aritmética das idades dos nove alunos presentes foi de 30 anos.

Disponível em: http://portal.mec.gov.br. Acesso em: 10 mar. 2012 (adaptado).

Qual é a idade do aluno que faltou naquela turma?

a) 18
b) 20
c) 31
d) 50
e) 62

◯ **32. (ENEM)** O preparador físico de um time de basquete dispõe de um plantel de 20 jogadores, com média de altura igual a 1,80 m. No último treino antes da estreia em um campeonato, um dos jogadores desfalcou o time em razão de uma séria contusão, forçando o técnico a contratar outro jogador para recompor o grupo.

Se o novo jogador é 0,20 m mais baixo que o anterior, qual é a média de altura, em metro, do novo grupo?

a) 1,60
b) 1,78
c) 1,79
d) 1,81
e) 1,82

◯ **33. (ENEM)** Os alunos de uma turma escolar foram divididos em dois grupos. Um grupo jogaria basquete, enquanto o outro jogaria futebol. Sabe-se que o grupo de basquete é formado pelos alunos mais altos da classe e tem uma pessoa a mais do que o grupo de futebol. A tabela seguinte apresenta informações sobre as alturas dos alunos da turma.

Média	Mediana	Moda
1,65	1,67	1,70

Os alunos P, J, F e M medem, respectivamente, 1,65 m, 1,66 m, 1,67 m e 1,68 m, e as suas alturas não são iguais à de nenhum outro colega da sala.

Segundo essas informações, argumenta-se que os alunos P, J, F e M jogaram, respectivamente,

a) basquete, basquete, basquete, basquete.
b) futebol, basquete, basquete, basquete.
c) futebol, futebol, basquete, basquete.
d) futebol, futebol, futebol, basquete.
e) futebol, futebol, futebol, futebol.

34. (ENEM) Um posto de saúde registrou a quantidade de vacinas aplicadas contra febre amarela nos últimos cinco meses:

- 1º mês: 21;
- 2º mês: 22;
- 3º mês: 25;
- 4º mês: 31;
- 5º mês: 21.

No início do primeiro mês, esse posto de saúde tinha 228 vacinas contra febre amarela em estoque. A política de reposição do estoque prevê a aquisição de novas vacinas, no início do sexto mês, de tal forma que a quantidade inicial em estoque para os próximos meses seja igual a 12 vezes a média das quantidades mensais dessas vacinas aplicadas nos últimos cinco meses.

Para atender essas condições, a quantidade de vacinas contra febre amarela que o posto de saúde deve adquirir no início do sexto mês é:

a) 156
b) 180
c) 192
d) 264
e) 288

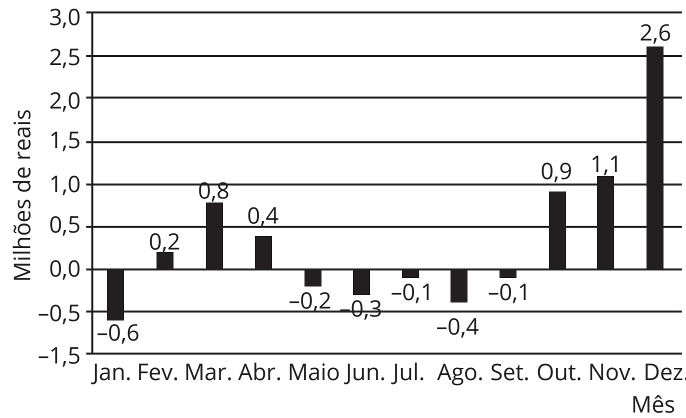
35. (ENEM) O técnico de um time de basquete pretende aumentar a estatura média de sua equipe de 1,93 m para, no mínimo, 1,99 m. Para tanto, dentre os 15 jogadores que fazem parte de sua equipe, irá substituir os quatro mais baixos, de estaturas: 1,78 m, 1,82 m, 1,84 m e 1,86 m. Para isso, o técnico contratou um novo jogador de 2,02 m.

Os outros três jogadores que ele ainda precisa contratar devem satisfazer à sua necessidade de aumentar a média das estaturas da equipe. Ele fi xará a média das estaturas para os três jogadores que ainda precisa contratar dentro do critério inicialmente estabelecido.

Qual deverá ser a média mínima das estaturas, em metro, que ele deverá fi xar para o grupo de três novos jogadores que ainda irá contratar?

a) 1,96
b) 1,98
c) 2,05
d) 2,06
e) 2,08

36. (ENEM) O gráfico mostra o resultado do balanço financeiro mensal de uma empresa ao longo de um ano.



Em quantos meses o resultado do balanço financeiro da empresa ficou abaixo da média mensal nesse ano?

a) 6
b) 7
c) 8
d) 9
e) 10

37. (ENEM) O quadro mostra o número de gols feitos pela equipe A em campeonatos estaduais de futebol, no período de 2007 a 2012.

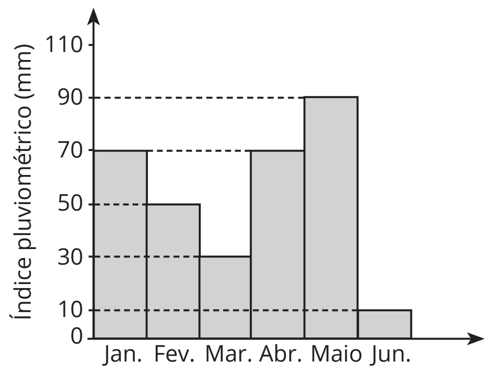
Ano	Número de gols
2007	64
2008	59
2009	61
2010	45
2011	61
2012	58

Faltando ainda alguns jogos para o término do campeonato estadual de 2013, o número de gols marcados pela equipe B era 52. O técnico dessa equipe fez um levantamento para saber quantos gols sua equipe deveria marcar nos próximos jogos de modo que, ao final do campeonato, o número total de gols marcados pela equipe B ultrapasse a média de gols marcados pela equipe A nos campeonatos de 2007 a 2012.

Quantos gols, no mínimo, a equipe B ainda precisaria marcar?

a) 2
b) 6
c) 7
d) 9
e) 10

◯ **38. (ENEM)** O índice pluviométrico é uma medida, em milímetro, que fornece a quantidade de precipitação de chuva num determinado local e num intervalo de tempo (hora, dia, mês e/ou ano). Os valores mensais do índice pluviométrico de uma cidade brasileira, no primeiro semestre, são mostrados no gráfico.



De acordo com a previsão meteorológica, o índice pluviométrico no mês de julho será igual ao índice do mês de junho somado à variação correspondente ao maior acréscimo, em milímetro, do índice pluviométrico entre dois meses consecutivos do semestre apresentado.

O índice pluviométrico, em milímetro, previsto para o mês de julho, na cidade considerada, será igual a:

a) 30.
b) 50.
c) 70.
d) 80.
e) 90.

◯ **39. (ENEM)** Um síndico precisa pintar os muros, portões e calçamento de um edifício. Os pintores solicitaram três galões de tinta T1 para os muros, um galão de tinta T2 para os portões e dois galões de tinta T3 para o calçamento. Ele pesquisou o preço das tintas em cinco lojas diferentes, obtendo os seguintes valores, em real.

Loja	T1	T2	T3
1	82,00	134,00	202,00
2	80,00	122,00	214,00
3	85,00	115,00	209,00
4	88,00	132,00	199,00
5	90,00	116,00	202,00

O síndico irá comprar as tintas numa única loja, escolhendo aquela em que o valor total da compra resulte no menor preço médio por galão.

Com base nessas informações, a loja escolhida será:

a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

◯ **40. (ENEM)** O gerente de uma concessionária apresentou a seguinte tabela em uma reunião de dirigentes. Sabe-se que ao final da reunião, a fim de elaborar metas e planos para o próximo ano, o administrador avaliará as vendas, com base na mediana do número de automóveis vendidos no período de janeiro a dezembro.

Mês	Número de automóveis vendidos
Janeiro	25
Fevereiro	20
Março	30
Abril	35
Maio	40
Junho	50
Julho	45
Agosto	35
Setembro	60
Outubro	55
Novembro	70
Dezembro	65

Qual foi a mediana dos dados apresentados?

a) 40,0
b) 42,5
c) 45,0
d) 47,5
e) 50,0

◯ **41. (ENEM)** Uma grande rede de supermercados adota um sistema de avaliação dos faturamentos de suas filiais, considerando a média de faturamento mensal em milhão. A matriz da rede paga uma comissão para os representantes dos supermercados que atingirem uma média de faturamento mensal (M), conforme apresentando no quadro.

Comissão	Média de faturamento mensal (M)
I	$1 \leq M < 2$
II	$2 \leq M < 4$
III	$4 \leq M < 5$
IV	$5 \leq M < 6$
V	$M \geq 6$

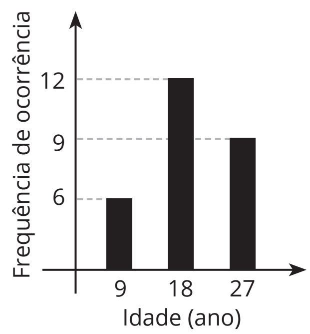
Um supermercado da rede obteve os faturamentos num dado ano, conforme apresentado no quadro.

Faturamento mensal (em milhão de real)	Quantidade de meses
3,5	3
2,5	2
5	2
3	4
7,5	*1*

Nas condições apresentadas, os representantes desse supermercado avaliam que receberão, no ano seguinte, a comissão de tipo:

a) I.
b) II.
c) III.
d) IV.
e) V.

◯ **42. (ENEM)** Uma pessoa realizou uma pesquisa com alguns alunos de uma escola, coletando suas idades, e organizou esses dados no gráfico.



Qual é a média das idades, em ano, desses alunos?

a) 9
b) 12
c) 18
d) 19
e) 27

◯ **43. (ENEM)** Em um estudo realizado pelo IBGE em quatro estados e no Distrito Federal, com mais de 5 mil pessoas com 10 anos ou mais, observou-se que a leitura ocupa, em média, apenas seis minutos do dia de cada pessoa. Na faixa de idade de 10 a 24 anos, a média diária é de três minutos. No entanto, no grupo de idades entre 24 e 60 anos, o tempo médio diário dedicado à leitura é de 5 minutos. Entre os mais velhos, com 60 anos ou mais, a média é de 12 minutos.

A quantidade de pessoas entrevistadas de cada faixa de idade seguiu a distribuição percentual descrita no quadro.

Faixa etária	Percentual de entrevistados
De 10 a 24 anos	x
Entre 24 e 60 anos	y
A partir de 60 anos	x

Disponível em: www.oglobo.globo.com. Acesso em: 16 ago. 2013 (adaptado).

Os valores de x e y do quadro são, respectivamente, iguais a:

a) 10 e 80.
b) 10 e 90.
c) 20 e 60.
d) 20 e 80.
e) 25 e 50.

◯ **44. (ENEM)** A demografia médica é o estudo da população de médicos no Brasil nos aspectos quantitativo e qualitativo, sendo um dos seus objetivos fazer projeções sobre a necessidade da formação de novos médicos. Um desses estudos gerou um conjunto de dados que aborda a evolução do número de médicos e da população brasileira por várias décadas. O quadro apresenta parte desses dados.

Ano	Médicos	População brasileira (em milhar)
1990	219 000	147 000
2000	292 000	170 000
2010	365 000	191 000

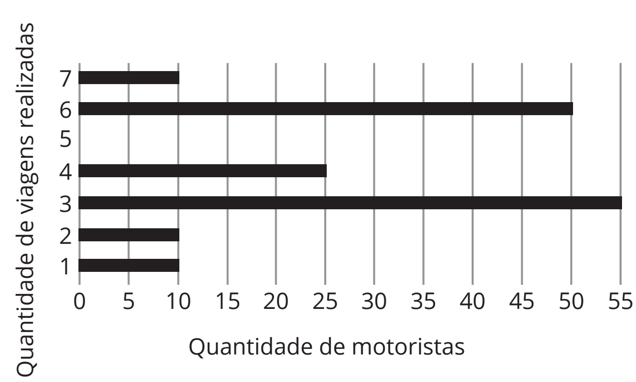
Segundo uma projeção estatística, a variação do número de médicos e o da população brasileira de 2010 para 2020 será a média entre a variação de 1990 para 2000 e a de 2000 para 2010. Com o resultado dessa projeção, determina-se o número de médicos por mil habitantes no ano de 2020.

Disponível em: www.cremesp.org.br. Acesso em: 24 jun. 2015 (adaptado)

O número, com duas casas na parte decimal, mais próximo do número de médicos por mil habitantes no ano de 2020 seria de:

a) 0,17
b) 0,49
c) 1,71
d) 2,06
e) 3,32

◯ **45. (ENEM 2023)** Uma empresa de transporte faz regularmente um levantamento do número de viagens realizadas durante o dia por todos os 160 motoristas cadastrados em seu aplicativo. Em um certo dia, foi gerado um relatório, por meio de um gráfico de barras, no qual se relacionaram a quantidade de motoristas com a quantidade de viagens realizadas até aquele instante do dia.

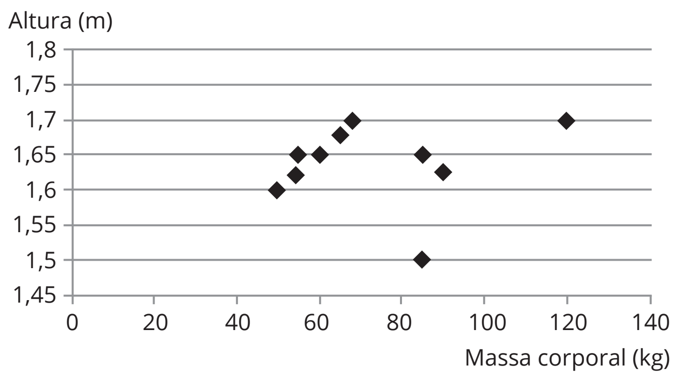


Comparando os valores da média, da mediana e da moda da distribuição das quantidades de viagens realizadas pelos motoristas cadastrados nessa empresa, obtém-se

a) mediana = média < moda.
b) mediana = moda < média.
c) mediana < média < moda.
d) moda < média < mediana.
e) moda < mediana < média

◯ **46. (ENEM 2023)** Um professor, para promover a aprendizagem dos estudantes em estatística, propôs uma atividade. O objetivo era verificar o percentual de estudantes com massa corporal abaixo da média e altura acima da média de um grupo de estudantes. Para isso, usando uma balança e uma fita métrica, avaliou uma amostra de dez estudantes, anotando as medidas observadas. O gráfico apresenta a massa corporal, em quilograma, e a altura, em metro, obtidas na atividade.

Massa corporal e altura de estudantes



Após a coleta dos dados, os estudantes calcularam a média dos valores obtidos, referentes à massa corporal e à altura, obtendo, respectivamente, 80 kg e 1,65 m.

Qual é o percentual de estudantes dessa amostra com massa corporal abaixo da média e altura acima da média?

a) 10
b) 20
c) 30
d) 50
e) 70

◯ **47. (ENEM 2023)** Os 100 funcionários de uma empresa estão distribuídos em dois setores: Produção e Administração. Os funcionários de um mesmo setor recebem salários com valores iguais. O quadro apresenta a quantidade de funcionários por setor e seus respectivos salários.

Setor	Quantidade de funcionários	Salário (em real)
Produção	75	2 000,00
Administração	25	7 000,00

A média dos salários dos 100 funcionários dessa empresa, em real, é

a) 2 000,00.
b) 2 500,00.
c) 3 250,00.
d) 4 500,00.
e) 9 000,00.

◯ **48. (ENEM 2023)** Um tipo de semente necessita de bastante água nos dois primeiros meses após o plantio. Um produtor pretende estabelecer o melhor momento para o plantio desse tipo de semente, nos meses de outubro a março. Após consultar a previsão do índice mensal de precipitação de chuva (ImPC) da região onde ocorrerá o plantio, para o período chuvoso de 2020-2021, ele obteve os seguintes dados:

- outubro/2020: ImPC = 250 mm;
- novembro/2020: ImPC = 150 mm;
- dezembro/2020: ImPC = 200 mm;
- janeiro/2021: ImPC = 450 mm;
- fevereiro/2021: ImPC = 100 mm;
- março/2021: ImPC = 200 mm.

Com base nessas previsões, ele precisa escolher dois meses consecutivos em que a média mensal de precipitação seja a maior possível.

No início de qual desses meses o produtor deverá plantar esse tipo de semente?

a) Outubro.
b) Novembro.
c) Dezembro.
d) Janeiro.
e) Fevereiro.

◯ **49. (UFSM)** No ano de 2009, foi realizada a 17ª edição do Rally dos Sertões. A disputa começou em Goiânia-GO, passou por 7 estados brasileiros, terminando em Natal-RN. O percurso total do Rally foi de 5.038 km, divididos em 10 etapas; por sua vez, cada etapa possuía uma parte especial. A tabela a seguir apresenta o percurso total e o especial de cada etapa.

ETAPA	TOTAL DA ETAPA	ESPECIAL DA ETAPA
1ª	327 km	256 km
2ª	469 km	334 km
3ª	636 km	393 km
4ª	762 km	487 km
5ª	538 km	300 km
6ª	558 km	364 km
7ª	543 km	235 km
8ª	421 km	213 km
9ª	439 km	184 km
10ª	350 km	114 km

A média aritmética das cinco primeiras etapas do percurso especial é

a) 304 km.
b) 310 km.
c) 322 km.
d) 348 km.
e) 354 km.

50. (UFSM) Uma fábrica vendia 12 camisetas por mês para certa rede de academias, desde janeiro de um determinado ano. Devido ao verão, essa venda foi triplicada a cada mês, de setembro a dezembro. O total de camisetas vendidas nesse quadrimestre e a média de vendas, por mês, durante o ano, foi, respectivamente.

a) 1.536 e 128

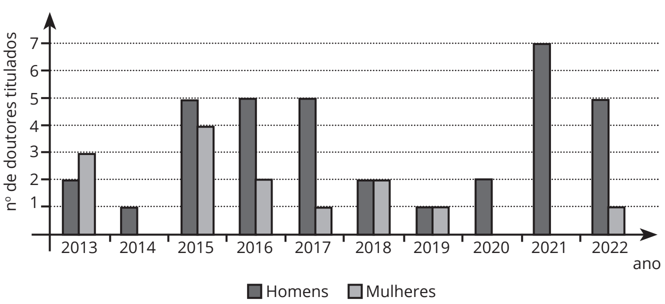
b) 1.440 e 128

c) 1.440 e 84

d) 480 e 84

e) 480 e 48

Instrução: Para responder às questões de números 51 e 52, considere o gráfico a seguir, que apresenta o número de doutores titulados pelo Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul nos últimos dez anos, de acordo com o gênero.



Fonte: MESTRES e doutores titulados desde 1979. Universidade Federal de Rio Grande do Sul, 2023. Disponível em: <https://ufrgs.br/ppgmat/mestres-e-doutores-titulados-desde1979/>. Acesso em: 19 maio 2023.

51. (UFSM 2023) Com base no gráfico, considere as afirmativas a seguir.

I. O número total de doutores titulados no período é de 49.

II. O percentual de mulheres tituladas neste período é inferior a 30% do total.

III. A moda do número de mulheres tituladas no período é 1.

Está(ão) correta(s)

a) apenas I.

b) apenas III.

c) apenas I e II.

d) apenas II e III.

e) I, II e III.

52. (UFSM 2023) Com base no gráfico, qual é a variância do número de mulheres tituladas nos últimos dez anos?

a) 1,052

b) 1,640

c) 1,700

d) 2,072

e) 2,288

53. (UFSM 2023)

Histórico do total de ingressantes na UFSM por sexo nos anos 2018 a 2022

Sexo/Ano	2018	2019	2020	2021	2022
Feminino	4870	4995	4807	4823	4419
Masculino	3952	4253	4015	3542	3386

Fonte: UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA. *UFSM em números*, 2023. Disponível em: <https://portal.ufsm.br/ufsm-em-numeros/publico/>. Acesso em: 03 jun. 2023. (Adaptado)

Segundo dados da PNAD Contínua (Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios) de 2021, a população brasileira é composta por 48,9% de homens e 51,1% de mulheres.

Embora representem mais de 50% da população mundial, atualmente apenas 28% dos pesquisadores de todo o mundo são mulheres, conforme relatório "Decifrar o código: educação de meninas e mulheres em ciências, tecnologia, engenharia e matemática", da Unesco.

Fonte: FIOCRUZ. *Dia da mulher*: 5 cientistas brasileiras que fizeram a diferença. Publicado em 15 de mar. 2023. Disponível em: <http://www.bio.fiocruz.br/ index.pho/br/noticias/3171-dia-da-mulher-5-cientistas-brasileirasque-fizeram-a-diferenca>. Acesso em: 09 maio 2023. (Adaptado)

Naturalmente, questionamo-nos sobre qual o perfil dos estudantes nas universidades, se a maioria dos estudantes são mulheres, como na população mundial, ou se a maioria são homens, como no caso de pesquisadores. Na tabela acima, são apresentados alguns dados de ingresso em cursos da UFSM por sexo nos anos de 2018 a 2022. Considerando as informações sobre o número de ingressantes do sexo feminino na UFSM nos cinco anos descritos, a mediana e a média do número de ingressantes do sexo feminino são, respectivamente,

a) 4 782,8 e 4 807.

b) 4 807 e 4 872,8.

c) 4 792,8 e 4 823.

d) 4 823 e 4 792,8.

e) 4 823 e 4 782,8.

◯ **54. (UFRGS)** Após a aplicação de uma prova de Matemática, em uma turma de Ensino Médio com 30 estudantes, o professor organizou os resultados, conforme a tabela a seguir.

Número de estudantes	Nota
5	3,0
10	6,0
7	8,0
8	9,5

A nota mediana dessa prova de Matemática é:

a) 6,0.
b) 7,0.
c) 8,0.
d) 9,0.
e) 9,5.

◯ **55. (UFRGS)** A média aritmética das idades de um grupo de 10 amigos é 22 anos. Ao ingressar mais um amigo nesse grupo, a média aritmética passa a ser de 23 anos. A idade do amigo ingressante no grupo, em anos, é:

a) 29.
b) 30.
c) 31.
d) 32.
e) 33.

Anotações:

HABILIDADES À PROVA 4

» *Educação financeira*

1. (ENEM 2023) Uma loja vende seus produtos de duas formas: à vista ou financiado em três parcelas mensais iguais. Para definir o valor dessas parcelas nas vendas financiadas, a loja aumenta em 20% o valor do produto à vista e divide esse novo valor por 3. A primeira parcela deve ser paga no ato da compra, e as duas últimas, em 30 e 60 dias após a compra.

Um cliente da loja decidiu comprar, de forma financiada, um produto cujo valor à vista é R$ 1.500,00. Utilize 5,29 como aproximação para $\sqrt{28}$.

A taxa mensal de juros compostos praticada nesse financiamento é de

a) 6,7%
b) 10%
c) 20%
d) 21,5%
e) 23,3%

2. (ENEM) Um investidor deseja aplicar R$ 10.000,00 durante um mês em um dos fundos de investimento de um banco. O agente de investimentos desse banco apresentou dois tipos de aplicações financeiras: a aplicação Básica e a aplicação Pessoal, cujas informações de rendimentos e descontos de taxas administrativas mensais são apresentadas no quadro.

Aplicação	Taxa de rendimento mensal	Taxa administrativa mensal
Básica	0,542%	R$ 0,30
Pessoal	0,560%	3,8% sobre o rendimento mensal

Consideradas as taxas de rendimento e administrativa, qual aplicação fornecerá maior valor de rendimento líquido a esse investidor e qual será esse valor?

a) Básica, com rendimento líquido de R$ 53,90.
b) Básica, com rendimento líquido de R$ 54,50.
c) Pessoal, com rendimento líquido de R$ 56,00.
d) Pessoal, com rendimento líquido de R$ 58,12.
e) Pessoal, com rendimento líquido de R$ 59,80.

3. (ENEM) Um contrato de empréstimo prevê que quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-á uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse caso, paga-se o valor presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura. Um valor presente P submetido a juros compostos com taxa i, por um período de tempo n, produz um valor futuro V determinado pela fórmula

$$V = P \cdot (1 + i)^n$$

Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais, de R$ 820,00, a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela.

Utilize 0,2877 como aproximação para $\ell n\left(\frac{4}{3}\right)$ e 0,0131 como aproximação para ℓn (1,0132).

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a

a) 56ª
b) 55ª
c) 52ª
d) 51ª
e) 45ª

4. (ENEM) Um empréstimo foi feito a taxa mensal de i%¨ usando juros compostos, em oito parcelas fixas e iguais a P. O devedor tem a possibilidade de quitar a dívida antecipadamente a qualquer momento, pagando para isso o valor atual das parcelas ainda a pagar. Após pagar a 5ª parcela, resolve quitar a dívida no ato de pagar a 6ª parcela. A expressão que corresponde ao valor total pago pela quitação do empréstimo é

a) $P\left[1 + \frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^2}\right]$

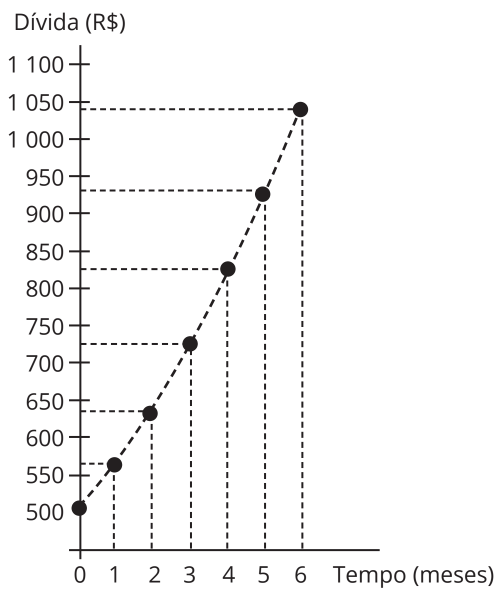
b) $P\left[1 + \frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1+\frac{2i}{100}\right)}\right]$

c) $P\left[1 + \frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^2} + \frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^2}\right]$

d) $P\left[1 + \frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1+\frac{2i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1+\frac{3i}{100}\right)}\right]$

e) $P\left[1 + \frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)} + \frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^2} + \frac{1}{\left(1+\frac{i}{100}\right)^3}\right]$

◯ **5. (ENEM)** Um trabalhador possui um cartão de crédito que, em determinado mês, apresenta o saldo devedor a pagar no vencimento do cartão, mas não contém parcelamentos a acrescentar em futuras faturas. Nesse mesmo mês, o trabalhador é demitido. Durante o período de desemprego, o trabalhador deixa de utilizar o cartão de crédito e também não tem como pagar as faturas, nem a atual nem as próximas, mesmo sabendo que, a cada mês, incidirão taxas de juros e encargos por conta do não pagamento da dívida. Ao conseguir um novo emprego, já completados 6 meses de não pagamento das faturas, o trabalhador procura renegociar sua dívida. O gráfico mostra a evolução do saldo devedor.



Com base no gráfico, podemos constatar que o saldo devedor inicial, a parcela mensal de juros e a taxa de juros são

a) R$ 500,00; constante e inferior a 10% ao mês.

b) R$ 560,00; variável e inferior a 10% ao mês.

c) R$ 500,00; variável e superior a 10% ao mês.

d) R$ 560,00; constante e superior a 10% ao mês.

e) R$ 500,00; variável e inferior a 10% ao mês.

◯ **6. (UFSM 2024)** A confecção dos figurinos e do cenário para a montagem de um espetáculo sobre a cultura afro-brasileira por uma companhia de teatro tem um custo de R$ 10 000,00. A empresa responsável pelo serviço ofereceu duas formas de pagamento: à vista com 3% de desconto ou o valor sem desconto pago em uma única vez ao final de 5 meses.

A companhia dispõe do dinheiro para efetuar o pagamento à vista, porém decidiu aplicar esse mesmo valor em uma instituição financeira a uma taxa de juro simples de 0,7% ao mês durante 5 meses e, então, efetuar o pagamento.

Qual foi o lucro obtido pela companhia de teatro?

a) R$ 35,00

b) R$ 39,50

c) R$ 339,50

d) R$ 350,00

e) R$ 650,00

◯ **7. (UFSM)** Para custear seus estudos em um curso de culinária, um aluno conseguiu um empréstimo no valor de R$ 1.000,00 pelo qual pagará, após 4 meses, uma única parcela de R$ 1.280,00. Portanto, a taxa anual de juros simples desse empréstimo é de

a) 84%

b) 96%

c) 184%

d) 196%

e) 336%

◯ **8. (UFSM)** Uma cooperativa de microcrédito cobra juros simples de 1,5¨% ao mês. Um comerciante ambulante, para repor suas mercadorias, tomou emprestado R$ 1.000,00 a ser pago após 4 meses. Na data do vencimento do empréstimo, não tendo dinheiro para quitá-lo integralmente, pagou metade do valor devido e renegociou o restante a ser pago novamente após 4 meses, porém com juros simples de 2,0% ao mês. Na nova data do vencimento, o valor a ser pago será

a) R$ 500,00.

b) R$ 530,60.

c) R$ 542,40.

d) R$ 572,40.

e) R$ 612,35.

◯ **9. (UFSM)** Um capital foi aplicado a juros simples durante dois anos, a uma taxa mensal de 2,875%. Se esse mesmo capital tivesse sido aplicado a juros compostos pelo mesmo período, para obter o mesmo rendimento, deveria ser de a taxa anual,

a) 20%.

b) 24%.

c) 28%.

d) 30%.

e) 32%.

◯ **10. (UFSM)** No Brasil, falar em reciclagem implica citar os catadores de materiais e suas cooperativas. Visando a agilizar o trabalho de separação dos materiais, uma cooperativa decide investir na compra de equipamentos. Para obter o capital necessário para a compra, são depositados, no primeiro dia de cada mês, R$ 600,00 em uma aplicação financeira que rende juros compostos de 0,6% ao mês. A expressão que representa o saldo, nessa aplicação, ao final de n meses, é

a) $100.600[(1,006)^n - 1]$.

b) $100.000[(1,06)^n - 1]$.

c) $10.060[(1,006)^n - 1]$.

d) $100.600[(1,06)^n - 1]$.

e) $100.000[(1,006)^n - 1]$.

◯ **11. (UFRGS)** Supondo-se que o número de vagas de um curso em um concurso vestibular aumentou 25% e que o número de candidatos aumentou 35%, o número de candidatos por vaga para esse curso aumentou

a) 8%.

b) 9%.

c) 10%.

d) 11%.

e) 12%.

Anotações:

» *Tópicos Especiais - Números Complexos*

1. As soluções da equação $x^2 - 4x + 5 = 0$ em C são:

a) 1 + i, 1 - i
b) 2 + i, 2 - i
c) 1, 5
d) 1 + 2i, 1 - 2i
e) ∅

2. As soluções da equação $x^2 - 2x + 5 = 0$ em C são:

a) 1, -1
b) ∅
c) R
d) 1 + 2i, 1 - 2i
e) 2 + i, 2 - i

3. O valor de $(1 + i)^2 + (1 - i)^2$ é:

a) 0
b) -2i
c) 2i
d) 1
e) -1

4. (USP) Se z = 1 + 2i, então z^{-1} é igual a:

a) 1/5 + 2/5i
b) 2/5 - 1/5i
c) 2/5 + 1/5i
d) 1/5 - 2/5i
e) 1 - 2/5i

5. (UFRGS) O quociente de $-4\sqrt{3} + 2i$ por $\sqrt{3} + i$ é:

a) $-\frac{5}{2} + \frac{3i\sqrt{3}}{2}$
b) -2
c) $-10 + 6i\sqrt{3}$
d) $-3 + \frac{3i\sqrt{3}}{2}$
e) $-3 - \frac{i}{2}$

6. (UFRGS) O produto de 2 + bi pelo seu conjugado é 13, com $b \in R$. Os possíveis valores de **b** são:

a) 0
b) ±2
c) ±3
d) $\pm\sqrt{13}$
e) ±13

7. O valor de **a**, para que o produto (2 + ai) (3 + i) seja um número real, é:

a) 2/3
b) 3/2
c) -2/3
d) -3/2
e) 3

8. (UPF) O valor de **a** que torna real o quociente $\frac{3 - 2ai}{4 - 3i}$ é:

a) -3/2
b) -9/8
c) 2/3
d) 9/8
e) 0

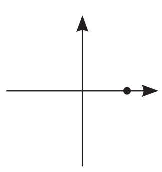
◯ **9.** O módulo do complexo $\frac{1}{1 + i}$ é:

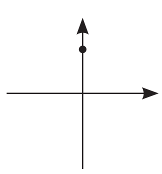
a) 1
b) 2
c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
d) $\sqrt{2}$
e) 4

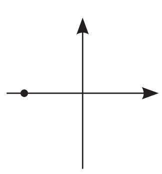
◯ **10.** Sabendo que a = 1 + 2i, então o valor do módulo de a + 1/a é:

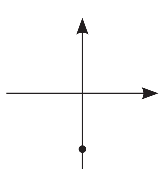
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

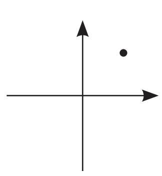
◯ **11.** A representação gráfica no plano de Argand-Gauss do complexo i - 1/i é:

a)


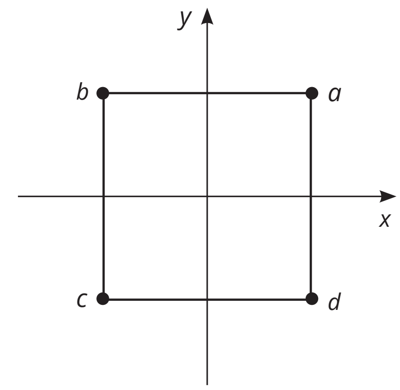
b)


c)


d)


e)


◯ **12. (UFRGS)** A figura representa o plano complexo e um quadrado centrado na origem com vértices a, b, c, d. O conjugado do complexo **a** é:

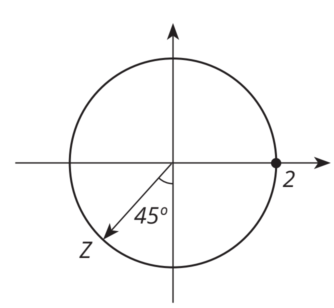


a) d
b) c
c) b
d) b - ci
e) c - di

◯ **13.** Seja z = a + bi um número complexo, em que **a**, **b** ∈ R, a ≠ 0 e b ≠ 0. A área do polígono, cujos vértices são $z_1 = z$, $z_2 = \overline{z}$, $z_3 = -z$ e $z_4 = bi$, é igual a:

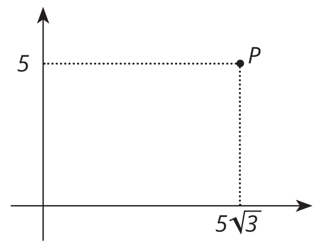
a) ab
b) 3/2ab
c) 2ab
d) 3ab
e) 6ab

◯ **14. (UFRGS)** Na figura, o número complexo Z é:



a) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
b) $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
c) $\sqrt{2} + \sqrt{2}\,i$
d) $-\sqrt{2} - \sqrt{2}\,i$
e) $\sqrt{2} - \sqrt{2}\,i$

◯ **15. (UFRGS)** *C*onsidere o ponto P $(5\sqrt{3}, 5)$, representado no gráfico abaixo. A forma trigonométrica no número complexo Z, representado pelo ponto P, é:

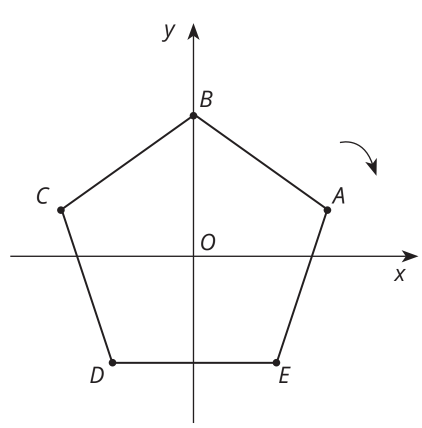


a) 10(cos 30° + i sen 30°)
b) 5(cos 30° + i sen 30°)
c) 10(cos 45° + i sen 45°)
d) 5(cos 45° + i sen 45°)
e) 5(cos 60° + i sen 60°)

◯ **16. (UFRGS)** O argumento do número complexo z é pi/6, e seu módulo é 2. Então, a forma algébrica de z é:

a) -i
b) i
c) $\sqrt{3}i$
d) $\sqrt{3} - i$
e) $\sqrt{3} + i$

◯ **17. (UFRGS)** *O* pentágono regular representado abaixo tem o centro na origem do sistema de coordenadas e um vértice no ponto (0, 2).



Girando esse pentágono, no plano XOY, em torno de seu centro, de um ângulo de 228° no sentido horário, as novas coordenadas do vértice A serão:

a) $(-\sqrt{3}, 1)$
b) $(\sqrt{3}, -1)$
c) $(-1, \sqrt{3})$
d) $(1, -\sqrt{3})$
e) $(-1, -\sqrt{3})$

◯ **18. (UFRGS)** Considere $Z_1 = -3 + 2i$ e $Z_2 = 4 + i$. A representação trigonométrica de $Z_1 + \overline{Z}_2$ é:

a) $(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4})$
b) $\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4})$
c) $(\cos \frac{3\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{3\pi}{4})$
d) $\sqrt{2}(\cos \frac{7\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{7\pi}{4})$
e) $(\cos \frac{7\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{7\pi}{4})$

◯ **19. (UFRGS)** Considere as afirmações seguintes:

I. O produto de 2 números complexos conjugados é um número real.

II. O módulo de um número complexo é um número real não negativo.

III. O argumento de qualquer número complexo da forma $z = bi$ $(b \neq 0)$ vale $\pi/2$.

Qual(is) está(ão) correta(s)?

a) Apenas II.
b) Apenas II e III.
c) Apenas I e II.
d) Apenas I e III.
e) I, II e III.

◯ **20. (UFRGS)** O ângulo formado pelas representações geométricas dos números complexos $z = \sqrt{3} + i$ e z^4 é:

a) $\pi/6$
b) $\pi/4$
c) $\pi/3$
d) $\pi/2$
e) π

◯ **21. (UFRGS)** Se r(cos q + i sen q) = 1 + i e 0 ≤ q ≤ 2π, então os valores respectivos de r e q são:

a) 2 e π/2.

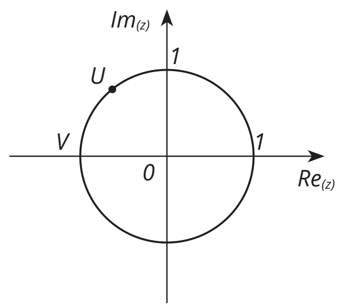
b) 1 e π/4.

c) $\sqrt{2}$ e π/2.

d) $\sqrt{2}$ e π/4.

e) $\sqrt{2}$ e 0.

◯ **22. (UFRGS)** Considere a figura, em que U e V são números complexos.



Se V = U + 1/U, então U vale:

a) -1 + i

b) $\frac{-1}{2} + \frac{i}{2}$

c) $\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{-\sqrt{2}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}$

e) $\frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$

◯ **23. (UFRGS)** Sendo **z** um número complexo e $\overline{z}$ o seu conjugado, a representação geométrica do conjunto solução da equação $z = \overline{z}^{-1}$ é:

a) um segmento de reta.

b) uma reta.

c) um arco de círculo.

d) um círculo.

e) uma parábola.

◯ **24. (UFSC)** Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) verdadeira(s).

01. Se z é um número complexo, então $z \cdot z^{-1} = 1$.

02. A parte imaginária de (z + z) é o dobro da parte imaginária de z.

04. O número complexo z = 3i tem módulo 3 e argumento 3π/2.

08. Se z = 2i, então $z^6 = -64$.

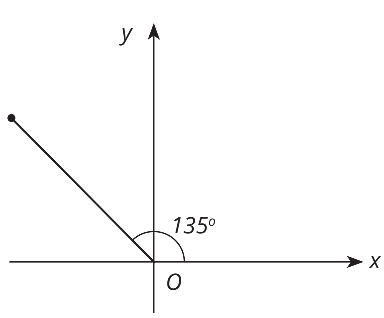
25. (ULBRA) Seja o número complexo $z = -2 + 2i$. A forma trigonométrica de $z/\bar{z}$, em que $\bar{z}$ é o conjugado de z, é:

a) $\cos 0^\circ + i \cdot \text{sen } 0^\circ$
b) $\cos 180^\circ + i \cdot \text{sen } 180^\circ$
c) $\cos 270^\circ + i \cdot \text{sen } 270^\circ$
d) $2(\cos 90^\circ + i \cdot \text{sen } 90^\circ)$
e) $2(\cos 315^\circ + i \cdot \text{sen } 315^\circ)$

26. (UFRGS) O valor de $(\sqrt{3} + i)^6$ é:

a) 64 - 64i
b) -64i
c) 64i
d) -64
e) 64

27. (PUC-RS) Na figura abaixo, o ponto A é o afixo de um número complexo z no plano de Argand-Gauss.



Se a distância do ponto A até a origem O é 4, então a diferença entre z e o seu conjugado é igual a:

a) $-4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}\,i$
b) $-4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}\,i$
c) $-4\sqrt{2}\,i$
d) $4\sqrt{2}\,i$
e) $4\sqrt{2}$

28. (UFRGS) Sendo i a unidade imaginária, a soma dos termos da sequência $i^0, i^1, i^2, i^3, i^4, i^5, \ldots, i^{2007}$ é:

a) -1
b) 0
c) 1
d) -i
e) i

29. (UFRGS) A soma dos módulos das raízes de $x^2 + 2x + 3 = 0$ é:

a) $\sqrt{3}$
b) $2\sqrt{3}$
c) 3
d) 6
e) 8

30. (USP) Se $z = 1 + 2i$, então z^{-1} é igual a:

a) 1/5 + 2/5i
b) 2/5 - 1/5i
c) 2/5 + 1/5i
d) 1/5 - 2/5i
e) 1 - 2/5i

31. (MACKENZIE) Sendo $z_1 = 4 + 2i$ e $z_2 = 1 - 2i$, então $|z_1 - z_2|$ é igual a:

a) 5
b) $\sqrt{5}$
c) $3\sqrt{5}$
d) 10
e) $3\sqrt{15}$

◯ **32. (PUC-RS)** O conjugado do número complexo $\frac{1+3i}{2-i}$ é:

a) $\frac{-1-7i}{5}$

b) $\frac{1-i}{5}$

c) $\frac{1+2i}{7}$

d) $\frac{-1+7i}{5}$

e) $\frac{1+i}{5}$

◯ **33. (Fundação Carlos Chagas)** O valor de $\frac{i^{15}+i^{16}}{i^{17}+i^{18}}$ é:

a) -1

b) 1

c) 1 + i

d) -1/2 + 1/2i

e) -1/2 - 1/2i

◯ **34. (PUC-SP)** O módulo do número complexo $z = \frac{(1+i)^2}{3+4i}$ vale:

a) 3/24

b) 4/25

c) 3/5

d) 4/5

e) n.d.a.

◯ **35. (UFRGS)** Se $x = \sqrt{2}\,i$, então $\frac{x}{1-x} + \frac{x}{3}$ é:

a) -2

b) $-\frac{2}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}i$

c) 2 + 2i

d) $2 + 2\sqrt{2}\,i$

e) $2 - 2\sqrt{2}\,i$

◯ **36. (UFRGS)** A soma das partes real e imaginária de $\frac{i}{1-\frac{i}{1+i}}$ é:

a) -2

b) -1

c) 0

d) 1

e) 2

◯ **37. (UFRGS)** A raiz x da equação $a^2x - b = 0$, para $a = 1 + i$ e $b = 2 - i$, é:

a) -0,5 - i

b) -0,5 + i

c) 0,5 - i

d) 0,5 + i

e) -1 - 2i

◯ **38. (PUC)** Se (2 + 2i) (a + bi) = -2 + 18i, então |a - b| é igual a:

a) 1

b) 4

c) 5

d) 9

e) 16

◯ **39. (UFRGS)** O primeiro termo de uma progressão aritmética é 2 - 5i, e o segundo é 3 - 4i. O sexto termo é:

a) 3

b) 7

c) 7 - 10i

d) 3 - 4i

e) 12 - 30i

40. (UFRGS) Sendo $z = \dfrac{-1 - i}{i}$, a forma trigonométrica de z é:

a) $\sqrt{2}$(cos 135º + i sen 135º)
b) 2(cos 45º + i sen 45º)
c) cos 120º + i sen 120º
d) 2(cos 315º + i sen 315º)
e) $\sqrt{2}$(cos 225º + i sen 225º)

41. (PUC) Uma das criações na Matemática que revolucionou o conceito de número foi a dos números complexos. O matemático italiano Rafael Bombelli (1526-1572) foi o primeiro a escrever as regras de adição e multiplicação para esses números, o que facilitou o estudo das raízes de um polinômio. Esse fato veio a contribuir para a resolução de problemas como o que segue.

Os pontos do plano complexo que são raízes de um polinômio de grau 4 com coeficientes reais são unidos por segmentos de reta paralelos aos eixos coordenados. Se duas dessas raízes são 2 + 3i e -1 + 3i, então a figura obtida será um:

a) triângulo.
b) quadrado.
c) retângulo.
d) trapézio.
e) losango.

42. (UFRGS). Considere as seguintes afirmações sobre números complexos.

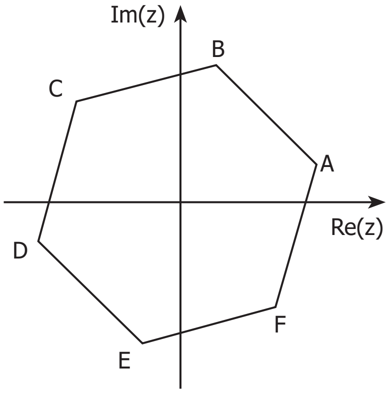
I) (2 + i) (2 - i) (1 + i) = 10.
II) $\left(\frac{7}{2}+\frac{1}{3}i\right)+\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}i\right)=\frac{5}{2}+\frac{1}{2}i$.

III) Se o módulo do número complexo z é 5, então o módulo de 2z é 10.

Qual(is) afirmação(ões) está(ão) correta(s)?

a) Apenas I.
b) Apenas II.
c) Apenas III.
d) Apenas I e III.
e) I, II e III.

43. (UFRGS) Os vértices do hexágono da figura abaixo representam geometricamente as raízes sextas de um número complexo.



Sabendo-se que o vértice C representa geometricamente o número complexo -1 + i, o vértice A representa geometricamente o número complexo:

a) $\sqrt{2}$ (cos π/12 - i sen π/12)
b) $\sqrt{2}$ (cos π/12 + i sen π/12)
c) $\sqrt{2}$ (cos π/6 - i sen π/6)
d) 2 (cos π/6 + i sen π/6)
e) 2 (cos π/4 - i sen π/4)

» *Tópicos Especiais - Polinômios*

1. Se $\frac{x+4}{x^2+2x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2}$, o valor de 2A + B é:

a) 0
b) 1
c) 6
d) 4
e) 3

2. (UFRGS) Se **a** é uma raiz do polinômio p(x) e **b** é uma raiz do polinômio q(x), então:

a) p(b)/q(a) = 1
b) p(a) . q(b) = 1
c) p(a) + q(b) = 1
d) p(b) . q(a) = 0
e) p(a) + q(b) = 0

3. (UFRGS) O resto da divisão de $x^{10} + a^{10}$ por x + a, com $a \in R$, é:

a) $2a^{10}$
b) a^{10}
c) 0
d) $-a^{10}$
e) $-2a^{10}$

4. (UFRGS) Se n > 1 é um número ímpar, então o resto da divisão de $x^n + x - 1$ por x + 1 é:

a) -3
b) -2
c) -1
d) 0
e) 1

5. (UFRGS) O resto da divisão de $P(x) = x^3 + ax^2 - x + a$ por x - 1 é 4. O valor de **a** é:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 4
e) 6

6. (UFRGS) O resto da divisão do polinômio $P(x) = x^\alpha - 5x - 2$ por x - 2 é 4. O grau do polinômio P(x) é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

7. (UFRGS) O quociente de $2x^4 - 5x^3 - 10x - 1$ por x - 3 é:

a) $2x^3 - 11x^2 + 23x - 68$
b) $2x^3 - 11x^2 + 33x + 109$
c) $2x^3 - 11x^2 + 33x - 109$
d) $2x^3 + x - 7$
e) $2x^3 + x^2 + 3x - 1$

8. (UFRGS) Sabendo que uma das raízes da equação $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = 0$ vale 5, as outras raízes são:

a) 1 e 2.
b) -1 e 2.
c) -1 e -2.
d) 1 e -2.
e) n.r.a.

◯ **9. (UFSC)** As dimensões, em metros, de um paralelepípedo retângulo são dadas pelas raízes do polinômio $x^3 - 14x^2 + 56x - 64$. Determine, em metros cúbicos, o volume desse paralelepípedo.

a) 56 m^3
b) 64 m^3
c) – 64 m^3
d) – 56 m^3
e) 75 m^3

◯ **10. (UFRGS)** As raízes do polinômio $P(x) = x^3 + 3x^2 + 7x + 5$ são:

a) -1, 1 e 5.
b) -2, 1 e 2.
c) -1, 1 $\pm$ 2i.
d) -1, -1 $\pm$ 2i.
e) 1, -1 $\pm$ 2i.

◯ **11. (UFRGS)** Se $p(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 3$ e $p(a) = 5$, então a é:

a) imaginário.
b) irracional.
c) positivo.
d) negativo.
e) inteiro.

◯ **12. (UFRGS)** A equação algébrica $x^3 - 3x^2 + 7x - 5 = 0$ tem raízes **a, b, c**. Dentre os números $|a|$, $|b|$ e $|c|$, o maior é:

a) 1
b) 2
c) $\sqrt{5}$
d) 5
e) 7

◯ **13. (UFRGS)** As raízes da equação $x^3 - 6x^2 + kx + 10 = 0$ são reais e estão em progressão aritmética. O valor de **k** é:

a) -3
b) -1
c) 1
d) 3
e) 6

◯ **14. (UFRGS)** Se 2 é raiz dupla do polinômio $p(x) = 2x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 8x - 4$, então a soma das outras raízes é:

a) -1
b) -0,5
c) 0
d) 0,5
e) 1

◯ **15. (UFRGS)** Um polinômio de 5º grau com coeficientes reais que admite os números complexos -2 + i e 1 - 2i como raízes admite:

a) no máximo mais uma raiz complexa.
b) 2 - i e -1 + 2i como raízes.
c) uma raiz real.
d) duas raízes reais distintas.
e) três raízes reais distintas.

◯ **16. (UFRGS)** O menor grau que pode ter uma equação algébrica de coeficientes reais com raízes 2, i, 1 + i é:

a) 6
b) 5
c) 4
d) 3
e) 2

◯ **17. (UFRGS)** Um polinômio p(x) de grau 3 tem as seguintes propriedades:

1. É divisível por x + 2.
2. O resto da divisão por (x - 1) é 3.
3. Zero é raiz de multiplicidade 2.

O polinômio p(x) tem equação:

a) $p(x) = x^3 + 2x$
b) $p(x) = 2x^3 + x^2$
c) $p(x) = x^3 + x^2 + 1$
d) $p(x) = x^3 + 2x^2$
e) $p(x) = 3x^3$

◯ **18. (UFSC)** Assinale a soma dos números associados à(s) proposição(ões) correta(s).

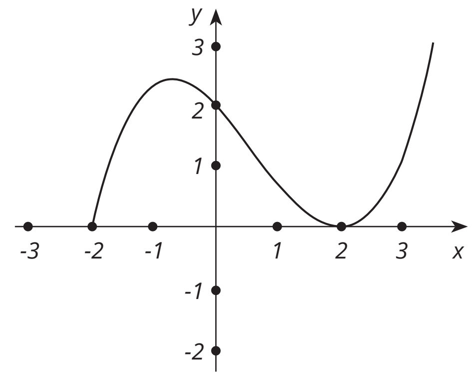
01. A equação polinomial $x^3 - 2x^2 - 4x + 1 = 0$ possui as raízes a, b e c. Logo, a soma $a^2 + b^2 + c^2$ é igual a 12.

02. O resto da divisão do polinômio $x^6 - x^4 + x^2$ por x + 2 é 52.

04. Dado o polinômio $p(x) = x^4 + 8x^3 + 23x^2 + 28x + 12$, é correto afirmar que -2 é raiz de multiplicidade 3 para p(x).

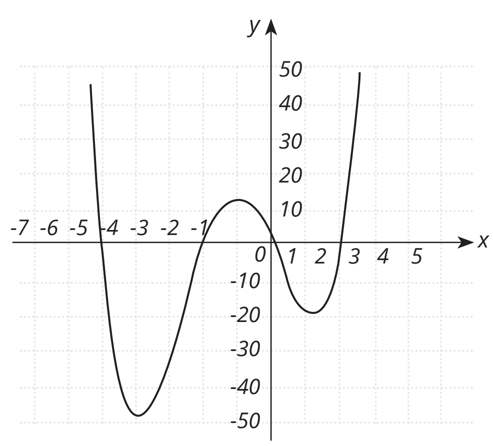
08. Para que o polinômio $p(x) = (a + b)x^2 + (a - b + c)x + (b + 2c - 6)$ seja identicamente nulo, o valor de c é 4.

◯ **19. (UFRGS)** Na figura abaixo, está representado o gráfico de um polinômio de grau 3. A soma dos coeficientes desse polinômio é:



a) 0,5
b) 0,75
c) 1
d) 1,25
e) 1,5

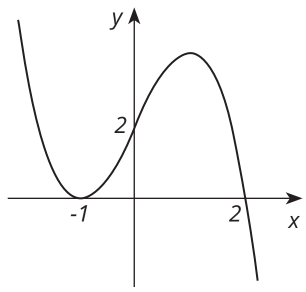
◯ **20. (UFRGS)** Considere o gráfico abaixo.



Esse gráfico pode representar a função definida por:

a) $f(x) = x^3 + 5x^2 - 20x$
b) $f(x) = x^3 + 5x^2 - 4x - 20$
c) $f(x) = x^4 + 5x^3 - 20x - 4$
d) $f(x) = x^4 + 5x^3 - 4x - 20$
e) $f(x) = x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 20x$

◯ **21. (UFRGS)** A figura abaixo apresenta o gráfico de um polinômio p(x) de grau 3.



Então, p(-2) é:

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

◯ **22. (UFRGS)** Se x = 1 é raiz de multiplicidade 3 do polinômio $x^3 + ax^2 + bx + c$, então:

a) a = -3, b = 3, c = -1.
b) a = -3, b = -3, c = 1.
c) a = 0, b = 0, c = -1.
d) a = -1, b = 1, c = -1.
e) a = -1, b = -1, c = 1.

◯ **23. (UFRGS)** O polinômio $(m^2 - 4) \cdot x^3 + (m - 2) \cdot x^2 - (m + 3)$ é de grau 2 se e somente se:

a) m = -2
b) m = 2
c) m = 2 ou m = -2
d) $m \neq 2$
e) $m \neq -2$

◯ **24. (UFRGS)** Seja p(x) um polinômio de grau 3 sobre C com coeficientes reais e uma raiz imaginária. Considere as seguintes afirmações:

I. p(x) tem necessariamente uma única raiz real.
II. p(x) pode não ter raizes reais.
III. p(x) tem um fator de grau 2 irredutível sobre R.
IV. O gráfico de p intercepta o eixo dos x em 3 pontos distintos.

Qual(is) está(ão) correta(s)?

a) Apenas I.
b) Apenas II.
c) Apenas I e III.
d) Apenas III e IV.
e) I , II , III e IV.

◯ **25. (USP)** *S*endo $p(x) = x^4 - 4x^2 + 3x - 6$ e sabendo-se que p(2) = 0, podemos determinar o produto das outras três raízes de p(x), que vale:

a) 3
b) 12
c) -3
d) -4
e) 6

◯ **26. (ITA)** Os valores de **m** de modo que a equação $x^3 - 6x^2 - m^2x + 30 = 0$ tenha duas de suas raízes somando 1 são:

a) 0 e 0.
b) $\sqrt{3}$ e 3.
c) 1 e -1.
d) 2 e -2.
e) n.d.a.

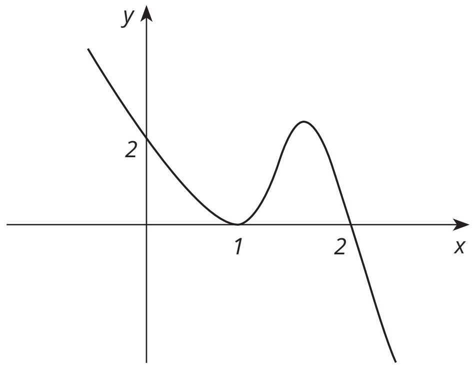
◯ **27. (PUC-RS)** Se **a, b** e **c** são raízes da equação $x^3 - 4x^2 - 31x + 70 = 0$, podemos afirmar que $\log_2(a + b + c)$ é igual a:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

◯ **28. (UFRGS)** O produto de duas raízes da equação $x^3 - 6x^2 + mx - 6 = 0$ é 2. Logo, o valor de m é:

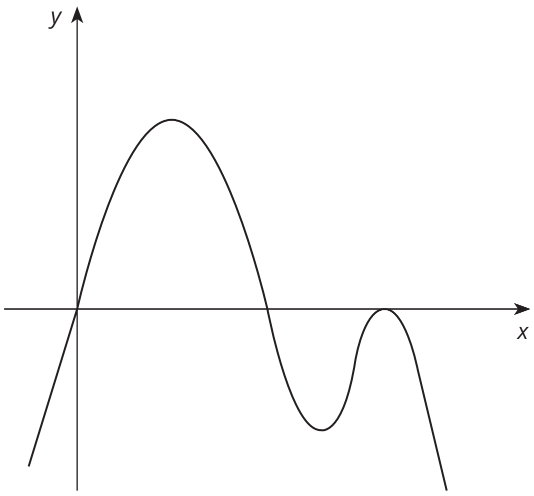
a) 11
b) 9
c) 7
d) 5
e) 3

◯ **29.** A função polinomial que melhor se identifica com a figura é definida por:



a) $p(x) = x^2 - 3x + 2$
b) $p(x) = -x^2 + 3x$
c) $p(x) = 2(x - 1)(x - 2)$
d) $p(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 2$
e) $p(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 2$

◯ **30.** O gráfico abaixo representa a função $y = p(x)$.



Sabendo-se que p(x) é um polinômio com raízes reais, todas elas apresentadas no gráfico, assinale a afirmativa **incorreta**.

a) O polinômio tem uma raiz múltipla.
b) O polinômio tem 3 raízes distintas.
c) O grau do polinômio é par.
d) O termo independente do polinômio é zero.
e) O número total de raízes do polinômio é 3.

◯ **31. (UEBA)** Seja **p** um polinômio de grau 4 e **q** um polinômio de grau 8. O polinômio:

a) q^3 tem grau 11.
b) $q - p$ tem grau 8.
c) $p \cdot q$ tem grau 32.
d) p^2 tem grau 6.
e) $p + q$ tem grau 12.

◯ **32. (FGV)** Dividindo-se P(x) por $3x - 2$, obtêm-se quociente $x^2 - 2x + 5$ e resto **m**. Se $P(2) = 20$, então **m** vale:

a) 0
b) 4
c) 5
d) 20
e) 1

33. (MACKENZIE) O polinômio $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ é divisível por $x - 1$ e por $x + 1$. Quando o dividimos por $x - 2$, obtemos resto igual a 12. Nessas condições, **a, b** e **c** valem, respectivamente:

a) -2, 1, 2
b) 2, -1, -2
c) 1, 2, -2
d) 2, 1, 1
e) 2, 2, 1

34. (PUC) Dividindo-se um polinômio f por $8x^2 + 1$, obtêm-se quociente $3x - 1$ e resto $4x - 2$. Qual é o resto da divisão de f por $x - 1$?

a) 22
b) 20
c) 10
d) -2
e) -3

35. (PUC-RS) Para que o polinômio $2x^3 + 5x^2 + mx + n$ seja divisível por $(x + 2) \cdot (x - 1)$, m e n devem ser, respectivamente, iguais a:

a) 2, -1
b) -2, 1
c) -1, -6
d) -1, 2
e) -1, 6

36. (UEL) *S*e uma equação de coeficientes reais admite q como raiz simples, 3 como raiz dupla e $(1 + i)$ como raiz tripla, então o grau dessa equação é:

a) menor que 4.
b) igual a 4.
c) igual a 6.
d) menor que 9.
e) igual a 9.

37. (FGV) A soma de duas raízes da equação $x^3 - 10x + m = 0$ é 4. O valor de **m** é:

a) 6
b) 12
c) 18
d) 24
e) 30

38. O valor de c, para que os restos da divisão de $x^8 + ax^6 + bx^4 + cx$ por $x + 10$ e $x - 10$ sejam iguais, é:

a) 16
b) 20
c) 0
d) 10
e) 100

39. (F. BAHIA) O valor de **k**, para que as raízes da equação $x^3 + 3x^2 - 6x + k = 0$ estejam em progressão aritmética, é:

a) -8
b) -6
c) -3
d) 2
e) 5

40. (MACKENZIE) As raízes **a, b** e **c** da equação $x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$ formam uma P.A. de razão 3. O valor de $a \cdot b \cdot c$ é:

a) -8
b) 12
c) 3
d) 9
e) 6

41. (UFRGS) Sabendo-se que um polinômio p(x) de grau 2 satisfaz $p(1) = -1$, $p(2) = -2$ e $p(3) = -1$, é correto afirmar que a soma de suas raízes é:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

○ **42. (UPF)** Considere o polinômio $P(x) = 4x^3 - x^2 - (5 + m)x + 3$.

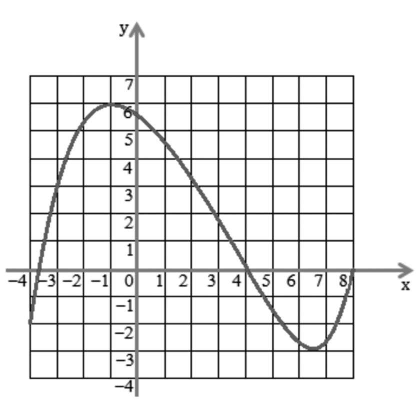
Sabendo que o resto da divisão de P pelo monômio x + 2 é 7, determine o valor de m.

a) 0
b) 15
c) 2
d) 7
e) 21

○ **43. (UPF)** Sabe-se que 1 + i é uma das raízes da equação $x^4 - 2x^3 + 4x - 4 = 0$. Pode-se afirmar, dessa forma, que essa equação:

a) possui raízes racionais e iguais.
b) possui raízes racionais e diferentes.
c) possui raízes irracionais e iguais.
d) não possui raízes reais.
e) possui raízes irracionais e diferentes.

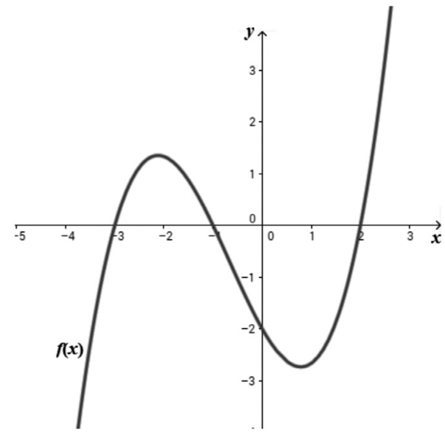
○ **44. (UPF)** Observe a figura.



Ela representa o gráfico da função y = f(x), que está definida no intervalo [-4 ,8]. A respeito dessa função, é correto afirmar que:

a) $f(3) > f(1)$
b) $f(f(2)) > 2$
c) $Im(f) = [-2 , 6]$
d) $f(x) = 0$, para $x = 8$
e) O conjunto $\{-4 \leq x \leq 8 \mid f(x) = -1{,}2\}$ tem exatamente 2 elementos

○ **45. (UPF)** O gráfico a seguir representa a função polinomial $f(x) = a(x - b)(x - c)(x - d)$. O valor de a + b + c + d é:



a) -2
b) $-\frac{5}{3}$
c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{7}{3}$
e) 2

○ **46.** Considere o polinômio $p(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$. Se $p(2) = 0$ e $p(-2) = 0$, então as raízes do polinômio p(x) são:

a) -2, 0, 1 e 2.
b) -2, -1, 2 e 3.
c) -2, -1, 1 e 2.
d) -2, -1, 0 e 2.
e) -3, -2, 1 e 2.

○ **47.** Considere os polinômios $p(x) = x^3$ e $q(x) = x^2 + x$. O número de soluções da equação p(x) = q(x), no conjunto dos números reais, é:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

» *Tópicos Especiais - Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares*

◯ **1. (UFN)** *E*m uma determinada empresa de confecções, são produzidos três tamanhos de camisas: P, M e G. São utilizados botões azuis e vermelhos, conforme mostra a matriz 1.

	P	M	G
Botões azuis	2	3	4
Botões vermelhos	4	5	6

A produção dessas camisas, nos meses de janeiro e fevereiro, é dada pela matriz 2.

	Janeiro	Fevereiro
P	40	50
M	30	60
G	50	80

Considerando os dados apresentados anteriormente, coloque **V (verdadeiro)** ou **F (falso)** em cada uma das afirmativas a seguir.

( ) Se multiplicarmos a matriz 1 pela matriz 2, o resultado será representado pelo número de botões azuis e vermelhos utilizados por mês na produção das camisas.

( ) Não é possível multiplicarmos a matriz 2 pela matriz 1.

( ) Serão necessários 980 botões para a produção das camisas no mês de janeiro.

A sequência correta é:

a) F - F - F
b) V - V - V
c) V - F - F
d) F - V - F
e) V - F - V

◯ **2. (UFN)** Em uma programação do dia das crianças, 3 adultos iriam levar 12 crianças a um espetáculo. Pagariam ao todo R$ 204,00 pelas entradas. Na última hora, 1 adulto faltou e mais 3 crianças foram incluídas no passeio, totalizando R$ 220,00. Com base nesse contexto, qual é o valor do ingresso para uma criança e um adulto?

a) R$ 32,00
b) R$ 36,00
c) R$ 40,00
d) R$ 44,00
e) R$ 50,00

◯ **3. (UPF)** Sabendo que x é um número real, o determinante da matriz abaixo é dado por:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & \text{senx} & 0 \\ \text{cosx} & 2 & \text{cosx} \end{pmatrix}$$

a) $\det A = \text{sen}^2x \cdot \cos^2x + 4$
b) $\det A = \text{sen}2x - 4$
c) $\det A = 4 + \cos 2x$
d) $\det A = \frac{1}{2}\text{sen}2x - 2$
e) $\det A = 2 \cdot \text{sen}^2x + 2$

◯ **4. (PUC)** Sendo o determinante $\Delta = \begin{vmatrix} \mathbf{x} & \mathbf{4} \\ -1 & x-2 \end{vmatrix}$

e A $\{x \in IR ; \Delta = 0\}$, o número de elementos do conjunto A é igual a:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

◯ **5. (ULBRA)** Os valores de **x** e **y**, na igualdade matricial abaixo, são, respectivamente:

$$\begin{bmatrix} x+y & 1 \\ -6 & 2x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$$

a) 1 e 0.
b) 2 e 0.
c) 1 e 2.
d) 2 e 2.
e) 1 e 1.

○ **6.** *Se* $\begin{bmatrix} x & -2 \\ 4 & 2x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3y & 7 \\ 1 & -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$,

então o valor de x + y é:

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

○ **7. (PUC)** Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

o produto B · A é a matriz:

a) $\begin{bmatrix} 13 & -3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 4 & 12 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} -20 \end{bmatrix}$

○ **8. (PUC-RS)** Se $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & 1 \\ -2 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ -5 & 9 \end{bmatrix}$

então a + b é igual a:

a) 3
b) 5
c) 7
d) 9
e) 10

○ **9. (UFRGS)** Se A = $\begin{bmatrix} x & y \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, B = $\begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & z \end{bmatrix}$ e $A \cdot B = B^T$,

então x + y + z é:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

○ **10. (PUC-RS)** Dadas as matrizes A = $\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ e B = $\begin{bmatrix} 3 & x \\ y & 4 \end{bmatrix}$

se AB = BA, então 2x - y é igual a:

a) -10
b) -6
c) 0
d) 6
e) 10

○ **11. (UFRGS)** A matriz A = (a_{ij}), de segunda ordem, é definida por $a_{ij} = 2i - j$. Então, $A - A^t$ é:

a) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

○ **12. (PUC-RS)** *A soma de todos os elementos da matriz $A = (a_{ij})_{3x3}$*

em que $a_{ij} = \begin{cases} 2, \text{ se } i = j \\ 0, \text{ se } i \neq j \end{cases}$ *é:*

a) 2
b) 4
c) 6
d) 8
e) 10

○ **13. (UCS)** A matriz transposta da matriz 2x2, definida

por $\begin{cases} a_{ij} = i - 2j, \ i \neq j \\ a_{ij} = 2i - j, \ i = j \end{cases}$ *é:*

a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

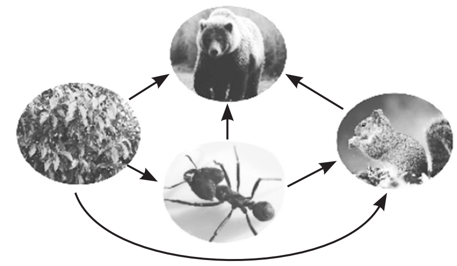
○ **14.** Considere as seguintes matrizes:

$A = (a_{ij})_{2x3}$ definida por $a_{ij} = i + j$
$B = (b_{ij})_{2x3}$ definida por $b_{ij} = i - j$

O elemento C_{23} da matriz $C = A + B$ é:

a) 4
b) 3
c) 0
d) -1
e) -2

○ **15. (UFSM)** Observe a ilustração a seguir:



O diagrama dado representa a cadeia alimentar simplificada de um determinado ecossistema. As setas indicam a espécie de que a outra espécie se alimenta. Atribuindo valor 1, quando uma espécie se alimenta de outra, e 0, quando ocorre o contrário, tem-se a seguinte tabela:

A matriz $A = (a_{ij})_{4x4}$ associada à tabela possui a seguinte lei de formação:

	Urso	**Esquilo**	**Inseto**	**Planta**
Urso	*0*	*1*	*1*	*1*
Esquilo	*0*	*0*	*1*	*1*
Inseto	*0*	*0*	*0*	*1*
Planta	*0*	*0*	*0*	*0*

a) $a_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ se } i \leq j \\ 1, \text{ se } i > j \end{cases}$

b) $a_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ se } i = j \\ 1, \text{ se } i \neq j \end{cases}$

c) $a_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ se } i \geq j \\ 1, \text{ se } i < j \end{cases}$

d) $a_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ se } i \neq j \\ 1, \text{ se } i = j \end{cases}$

e) $a_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ se } i < j \\ 1, \text{ se } i > j \end{cases}$

○ **16. (UFRGS)** A matriz C fornece, em reais, o custo das porções de arroz, carne e salada usados em um restaurante:

$$C = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \end{array}\begin{array}{l} \text{arroz} \\ \text{carne} \\ \text{salada} \end{array}$$

A matriz P fornece o número de porções dos pratos tipo P_1, P_2, P_3 desse restaurante:

$$P = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{arroz} & \text{carne} & \text{salada} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \text{prato } P_1 \\ \text{prato } P_2 \\ \text{prato } P_3 \end{array}$$

A matriz que fornece o custo de produção, em reais, dos pratos P_1, P_2, P_3 é:

a) $\begin{bmatrix} 7 \\ 9 \\ 8 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 9 \\ 11 \\ 4 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

○ **17.** O valor do determinante $\begin{vmatrix} sen\ x & -cos\ x \\ cos\ x & sen\ x \end{vmatrix}$ é:

a) 0
b) 1
c) -1
d) 4
e) n.d.a.

○ **18. (PUC-RS)** A matriz A = (a_{ij}) é quadrada de ordem 2x2, com $\begin{cases} a_{ij} = 2i - j, & i = j \\ a_{ij} = 3i - 2j, & i \neq j \end{cases}$. O determinante de A é igual a:

a) 1
b) 2
c) 4
d) 5
e) 6

○ **19. (PUC-RS)** Sendo A = (a_{ij}) uma matriz quadrada de 2ª ordem com $a_{ij} = 3i^2 - 4j$, o determinante de A é igual a:

a) -44
b) -36
c) 24
d) 36
e) 44

○ **20. (UFRGS)** Sendo $A = (a_{ij})_{nxn}$ uma matriz em que n é igual a 2 e $a_{ij} = i^2 - j$, o determinante da matriz A é:

a) -3
b) -1
c) 0
d) 1
e) 3

○ **21. (PUC-RS)** Os valores de x tais que

$$\begin{vmatrix} 8 & x + 2 \\ -1 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x + 2 & -8 \\ x & x - 2 \end{vmatrix}$$

a) -3 e 2.
b) 3 e -2.
c) 2 e 3.
d) -1 e 3.
e) 1 e -3.

○ **22. (UCS)** O valor de **x**, na equação $\begin{vmatrix} x+2 & 2x-1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 2 \\ 8 & 3 \end{vmatrix}$, é:

a) 27/5
b) 5/27
c) 5/6
d) 2/5
e) 7/11

○ **23. (PUC-RS)** Se det(5A) = 25, então o valor de "a" na matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ a & 1 \end{bmatrix}$ é:

a) -2
b) -1
c) 0
d) 1
e) 2

○ **24. (PUC-RS)** Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} a+2 & b \\ c+2 & d \end{bmatrix}$.

O determinante da matriz B é igual a:

a) (det A) + 2
b) (det A) - 2(a + c)
c) (det A) + 2(a + c)
d) (det A) - 2(d - b)
e) (det A) + 2(d - b)

○ **25. (UFRGS)** Se $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & x \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$, então **x** é:

a) -5
b) -4
c) 3
d) 4
e) 5

○ **26. (UFRGS)** A solução da equação $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & x \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$ é:

a) -3
b) -1
c) 0
d) 1
e) 3

○ **27. (PUC-SP)** A solução da equação $\begin{vmatrix} x & 3 \\ 2 & 2x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 0 & x \\ 1 & x-1 & 1 \\ 0 & x & 1 \end{vmatrix}$ é:

a) {-3, 2}
b) {-2, 3}
c) {-1, 1}
d) {0, 1}
e) {1, 2}

○ **28. (UPF)** Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

o valor do determinante de (A · B) é:

a) -166
b) 66
c) 0
d) -34
e) não existe (A · B).

◯ **29. (UFSM)** Se $A = \begin{bmatrix} 1-x & 0 & 2 \\ 0 & x & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, então o determinante da matriz é estritamente positivo se:

a) x é qualquer número real.
b) $x \in R$ e $x > 3$.
c) $x \in R$ e $x < -3$.
d) $x \in R$ e $-3 < x < 3$.
e) $x \in R$ e $0 < x < 3$.

◯ **30. (PUC-RS)** Se A é uma matriz quadrada, A^t a sua transposta e det A = 4, então det A^t é igual a:

a) 4
b) 2
c) 1
d) 1/2
e) 1/4

◯ **31. (UFRGS)** Multiplicando-se a 1ª linha da matriz A por 2 e a segunda por 3, obtém-se a matriz B. Se det A = 5, então det B é:

a) 5
b) 6
c) 10
d) 15
e) 30

◯ **32.** O determinante de uma matriz quadrada é 35. Trocando-se entre si a 1ª linha com a 2ª linha e dividindo a 4ª coluna por 7, o novo valor do determinante será:

a) 5
b) -5
c) 245
d) -245
e) 8

◯ **33. (UFRGS)** Se $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 9 & 12 \\ x & y & z \end{vmatrix} = -12$, então $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ vale:

a) -4
b) -4/3
c) 4/3
d) 4
e) 12

◯ **34. (PUC-RS)** Se $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ a & b & c \end{vmatrix} = 10$, então $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 6 & 0 & 4 \\ a & b & c \end{vmatrix}$ é igual a:

a) 40
b) 20
c) -10
d) -20
e) -40

◯ **35. (UFRGS)** Uma matriz A de terceira ordem tem determinante 3. O determinante da 2A é:

a) 6
b) 8
c) 16
d) 24
e) 30

◯ **36. (PUC-RS)** Se A é uma matriz quadrada de terceira ordem e det A = 4, dessa forma det(2A) é igual a:

a) 4
b) 8
c) 16
d) 32
e) 64

◯ **37. (UFSM)** Considere uma matriz A_{4x4}. Se det A = -6 e det(2A) = x - 97, então o valor de **x** é:

a) -2
b) -1
c) 0
d) 1
e) 2

◯ **38. (PUC-RS)** Sejam A e B matrizes quadradas de ordem 2. Se det A = 5 e A · B = $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$, então det B é:

a) -5
b) -2
c) 2
d) 5
e) 10

◯ **39. (UCS)** A inversa da matriz A = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ é:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

◯ **40. (UFRGS)** A = (a_{ij}) é uma matriz de ordem 2x2 com $a_{ij} = 2^{-i}$ se i = j e a_{ij} = 0 se i ≠ j. A inversa de A é:

a) $\begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} -1/2 & 0 \\ 0 & -1/4 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4^{1/2} \end{bmatrix}$

◯ **41. (UFRGS)** Sabendo-se que o determinante da matriz inversa de A = $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ c & 1 \end{bmatrix}$ é igual a 1/2, o valor de c é:

a) -1
b) 0
c) 1/2
d) 1
e) 2

◯ **42.** Considere as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} a & b & c \\ g & h & i \\ d & e & f \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 3a & 3b & 3c \\ 3d & 3e & 3f \\ 3g & 3h & 3i \end{bmatrix}$$

Se det A = K (K ≠ 0), então det B + det C + det D é igual a:

a) 0
b) 9K
c) 11K
d) 12K
e) 27K

◯ **43. (UFSM)** Sejam A e B matrizes reais quadradas de ordem n. Se det A = det B ≠ 0, então det $(1/2 \cdot A^t \cdot B^{-1})$ é igual a:

a) $1/2^n$
b) 1/2
c) $1/2 \cdot \det A^t$
d) $1/2^n \cdot \det A$
e) $2n^n$

◯ **44. (UCS)** O sistema abaixo admite mais de uma solução.

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ 3x - y = b \end{cases}$$

Então, segue-se que:

a) a ≠ -3 e b = 1/3.
b) a = -3 e b ≠ 1/3.
c) a = -1/3 e b ≠ 3.
d) a ≠ -1/3 e b ≠ 3.
e) a = -1/3 e b = 3.

◯ **45. (PUC-RS)** O sistema $\begin{cases} 2x + 6y = 10 \\ mx + 9y = 15 \end{cases}$ será indeterminado se **m** for igual a:

a) -2
b) 0
c) 2
d) 3
e) 6

◯ **46. (PUC-RS)** A relação entre **a** e **b** para que o sistema $\begin{cases} 3x + 9y = a \\ 6x + 18y = b \end{cases}$ seja compatível e indeterminado é:

a) a = b/2.
b) a = b/3.
c) a = b.
d) a = 2b.
e) a = 3b.

◯ **47. (UNISINOS)** O valor de **b** que torna o sistema $\begin{cases} x + by = 3 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$ impossível é:

a) -3
b) -2
c) 3/2
d) 0
e) -3/2

◯ **48. (UFRGS)** Dado o sistema $\begin{cases} x + y = 7 \\ x + ay = b \end{cases}$, os valores de **a** e **b**, respectivamente, para os quais o sistema é possível e indeterminado, são:

a) 0 e 1.
b) 0 e 7.
c) 0 e 0.
d) 1 e 7.
e) 1 e 0.

◯ **49. (UCS)** Para que o sistema $\begin{cases} x - y + z = 4 \\ x + y - z = 3 \\ 3x - y + kz = 5 \end{cases}$

seja possível e determinado, deve-se ter:

a) k = 0.
b) k ≠ 0.
c) k > 0.
d) k ≠ 1.
e) k = 1.

◯ **50. (FGV)** O sistema linear $\begin{cases} 3x - y + mz = 1 \\ x + y + 4z = 0 \\ -2x + 4y - z = 0 \end{cases}$

é determinado se, e só se:

a) m = -3/11.
b) m ≠ 3/11.
c) m = 22/3.
d) m ≠ 22/3.
e) m ≠ -1.

○ **51. (UFRGS)** O sistema linear $\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ ax + y + bz = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$

com **a** e **b** reais é determinado se, e somente se:

a) $b = -a + 1$.
b) $b \neq -a + 1$.
c) $b = a - 1$.
d) $b \neq a - 1$.
e) $b \neq a + 1$.

○ **52. (CEFET)** Para que o sistema $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + 2z = 1 \\ x + 2y + mz = 0 \end{cases}$

admita solução única, devemos ter:

a) $m = 1$.
b) $m \neq 1$.
c) $m = 4$.
d) $m \neq 4$.
e) n.d.a.

○ **53.** Considere o sistema:

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + 2y + z = 3 \\ 2x + 2y + 2z = 2 \end{cases}$$

Sobre o sistema acima podemos afirmar:

I. Se $m \neq 1$, o sistema é possível e determinado.
II. Se $m = 1$, o sistema é impossível.
III. Se $m = 1$, o sistema é possível e indeterminado.

É(São) verdadeira(s):

a) II e III.
b) I e III.
c) I.
d) I, II e III.
e) I e II.

○ **54.** O sistema $\begin{cases} x + 3y + z = 2 \\ 2x - 2y + az = 2 \\ x - y - az = 1 \end{cases}$ tem mais de uma solução.

O valor de **a** é:

a) 0
b) -1
c) -2
d) -3
e) -4

○ **55.** O sistema $\begin{cases} x + 3y + 2z = 6 \\ 2x + 7y + 5z = 14 \\ x + ay - 3z = b \end{cases}$ é impossível se:

a) $a = -2$ e $b = -4$.
b) $a = -4$ e $b = -2$.
c) $a \neq -2$ e $b = -4$.
d) $a = -4$ e $b \neq -2$.
e) $a = -2$ e $b \neq -4$.

GABARITO

• Habilidades à prova

Unidade 1 *- Geometria Plana*

1. B	**10.** C	**19.** A	**28.** E	**37.** D	**46.** C	**55.** E	**64.** E	**73.** D	**82.** E
2. D	**11.** D	**20.** B	**29.** E	**38.** D	**47.** D	**56.** D	**65.** C	**74.** C	**83.** E
3. C	**12.** C	**21.** A	**30.** D	**39.** B	**48.** E	**57.** A	**66.** E	**75.** D	**84.** D
4. D	**13.** A	**22.** A	**31.** C	**40.** B	**49.** C	**58.** B	**67.** B	**76.** B	**85.** A
5. C	**14.** C	**23.** C	**32.** D	**41.** D	**50.** B	**59.** E	**68.** D	**77.** A	**86.** D
6. D	**15.** B	**24.** C	**33.** A	**42.** B	**51.** B	**60.** B	**69.** C	**78.** A	
7. E	**16.** C	**25.** E	**34.** B	**43.** D	**52.** E	**61.** A	**70.** A	**79.** C	
8. C	**17.** B	**26.** B	**35.** C	**44.** A	**53.** D	**62.** D	**71.** D	**80.** B	
9. C	**18.** A	**27.** E	**36.** C	**45.** E	**54.** B	**63.** A	**72.** B	**81.** A	

Unidade 2 *- Geometria Espacial*

1. C	**10.** D	**19.** E	**28.** D	**37.** D	**46.** B	**55.** A	**64.** B	**73.** D	**82.** A
2. D	**11.** B	**20.** B	**29.** A	**38.** D	**47.** E	**56.** B	**65.** B	**74.** C	**83.** D
3. C	**12.** B	**21.** A	**30.** D	**39.** B	**48.** E	**57.** B	**66.** B	**75.** D	**84.** C
4. A	**13.** C	**22.** B	**31.** B	**40.** B	**49.** E	**58.** A	**67.** C	**76.** A	**85.** D
5. E	**14.** B	**23.** C	**32.** D	**41.** B	**50.** C	**59.** D	**68.** D	**77.** C	**86.** D
6. D	**15.** C	**24.** D	**33.** C	**42.** D	**51.** B	**60.** C	**69.** E	**78.** C	**87.** D
7. B	**16.** A	**25.** D	**34.** B	**43.** E	**52.** D	**61.** D	**70.** C	**79.** B	**88.** B
8. C	**17.** A	**26.** C	**35.** D	**44.** C	**53.** C	**62.** C	**71.** D	**80.** A	**89.** C
9. C	**18.** A	**27.** B	**36.** D	**45.** E	**54.** C	**63.** C	**72.** D	**81.** A	**90.** E

Unidade 3 *- Estatística*

1. B	**7.** B	**13.** B	**19.** D	**25.** D	**31.** D	**37.** C	**43.** C	**49.** E	**55.** E
2. D	**8.** B	**14.** B	**20.** A	**26.** D	**32.** C	**38.** B	**44.** D	**50.** B	
3. A	**9.** A	**15.** B	**21.** A	**27.** B	**33.** C	**39.** A	**45.** E	**51.** C	
4. D	**10.** B	**16.** B	**22.** D	**28.** C	**34.** B	**40.** B	**46.** B	**52.** B	
5. A	**11.** B	**17.** C	**23.** D	**29.** B	**35.** D	**41.** B	**47.** C	**53.** E	
6. D	**12.** E	**18.** B	**24.** D	**30.** E	**36.** B	**42.** D	**48.** C	**54.** B	

Unidade 4 *- Educação financeira*

1. D	**3.** C	**5.** C	**7.** A	**9.** D	**11.** A
2. A	**4.** A	**6.** B	**8.** D	**10.** E	

Tópicos Especiais - Números Complexos

1. B	**12.** A	**23.** D	**34.** E
2. D	**13.** D	**24.** 01+08=09	**35.** B
3. A	**14.** D	**25.** C	**36.** C
4. D	**15.** A	**26.** D	**37.** A
5. A	**16.** E	**27.** D	**38.** A
6. C	**17.** A	**28.** B	**39.** B
7. C	**18.** B	**29.** B	**40.** A
8. D	**19.** C	**30.** D	**41.** C
9. C	**20.** D	**31.** A	**42.** C
10. B	**21.** D	**32.** A	**43.** B
11. B	**22.** E	**33.** A	

Tópicos Especiais - Polinômios

1. E	**13.** D	**25.** C	**37.** D
2. E	**14.** B	**26.** C	**38.** C
3. A	**15.** C	**27.** C	**39.** A
4. A	**16.** B	**28.** A	**40.** A
5. C	**17.** D	**29.** E	**41.** E
6. D	**18.** 01+02=03	**30.** E	**42.** B
7. E	**19.** B	**31.** B	**43.** E
8. B	**20.** E	**32.** A	**44.** D
9. B	**21.** C	**33.** B	**45.** B
10. D	**22.** A	**34.** B	**46.** E
11. E	**23.** A	**35.** C	**47.** D
12. C	**24.** C	**36.** E	

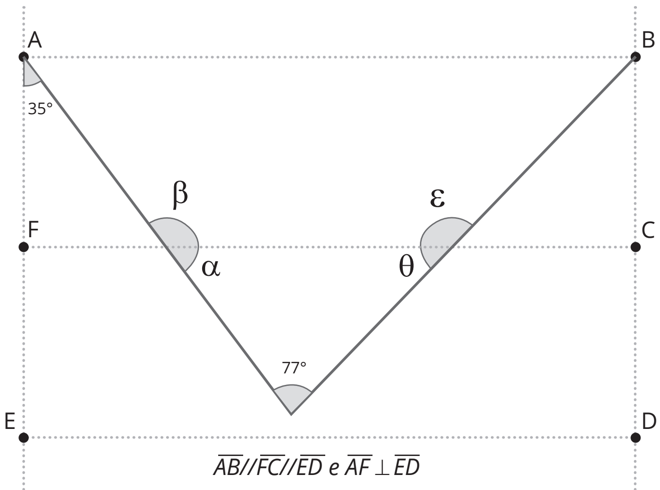
Tópicos Especiais - Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares

1. E	**15.** C	**29.** E	**43.** A
2. A	**16.** A	**30.** A	**44.** E
3. B	**17.** B	**31.** E	**45.** D
4. A	**18.** E	**32.** B	**46.** A
5. C	**19.** D	**33.** D	**47.** C
6. A	**20.** E	**34.** E	**48.** D
7. D	**21.** B	**35.** D	**49.** D
8. B	**22.** A	**36.** D	**50.** D
9. B	**23.** B	**37.** D	**51.** B
10. B	**24.** E	**38.** C	**52.** D
11. B	**25.** D	**39.** A	**53.** B
12. C	**26.** A	**40.** *C*	**54.** A
13. A	**27.** A	**41.** A	**55.** E
14. A	**28.** D	**42.** E	

MEDIMAIS 1

» *Geometria Plana*

◯ **1. (UFN)** A falta de água potável é cada dia maior. Diante desse grave problema, que atinge a todos, é necessário o uso consciente da água. Uma das formas de evitar sua redução de forma drástica é o aproveitamento da água das chuvas. Sendo assim, um parque aquático instalou calhas para coletar a água da chuva dos telhados. A seção transversal da calha é representada na figura a seguir.

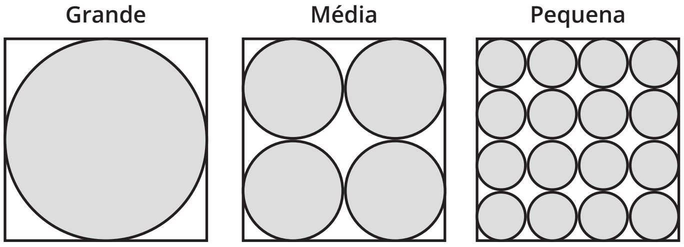


$\overline{AB} // \overline{FC} // \overline{ED}$ e $\overline{AF} \perp \overline{ED}$

Com as condições apresentadas na figura, a soma dos ângulos β e θ é igual a:

a) 163º.
b) 173º.
c) 175º.
d) 178º.
e) 180º.

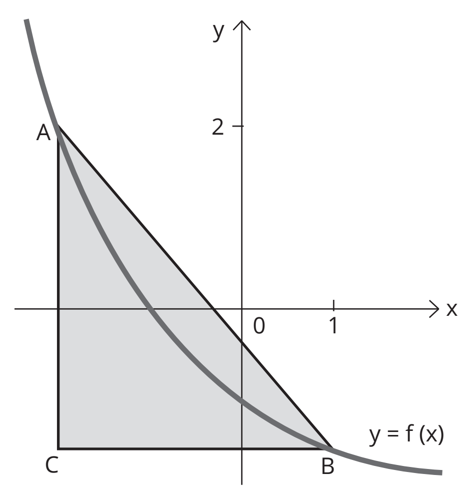
◯ **2. (UPF)** Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas, conforme as figuras a seguir. Com o mesmo tamanho de chapa, pode produzir 1 tampa grande, 4 tampas médias ou 16 tampas pequenas.



A cada dia, é cortado, nessa empresa, o mesmo número de chapas para cada tamanho de tampas. As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas são doadas, respectivamente, a três entidades: A, B e C, que efetuam reciclagem do material. A partir dessas informações, é possível concluir que:

a) a entidade A recebe mais material do que a entidade B.
b) a entidade B recebe o dobro de material do que a entidade C.
c) a entidade C recebe a metade de material do que a entidade A.
d) as três entidades recebem iguais quantidades de material.
e) as entidades A e C, juntas, recebem menos material do que a entidade B.

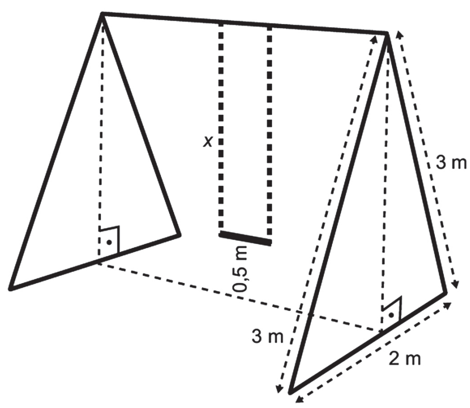
◯ **3. (UPF)** Na figura abaixo, está representado um triângulo retângulo em que os vértices A e B pertencem ao gráfico da função **f**, definida por $f(x) = 2^{-x} - 2$. Como indica a figura, a abscissa do ponto B é 1, a ordenada do ponto A é 2, e os pontos A e C têm a mesma abscissa. A medida da área do triângulo ABC é:



a) $\frac{21}{2}$
b) $\frac{3}{2}$
c) 6
d) 12
e) $\frac{21}{4}$

4. (ENEM) Um brinquedo muito comum em parques de diversões é o balanço. O assento de um balanço fica a uma altura de meio metro do chão, quando não está em uso. Cada uma das correntes que o sustenta tem medida do comprimento, em metro, indicada por x. A estrutura do balanço é feita com barras de ferro, nas dimensões, em metro, conforme a figura.

Nessas condições, o valor, em metro, de x é igual a:



a) $\sqrt{2} - 0,5$

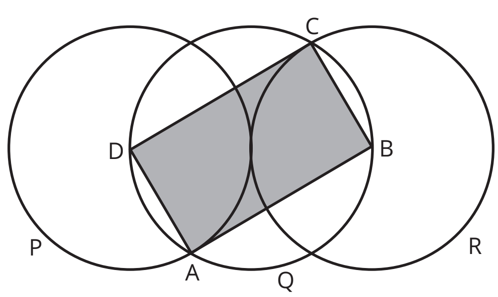
b) 1,5

c) $\sqrt{8} - 0,5$

d) $\sqrt{10} - 0,5$

e) $\sqrt{8}$

5. (UFRGS) Na figura abaixo, três discos P, Q e R, de mesmo raio, são construídos de maneira que P e R são tangentes entre si e o centro de Q é ponto de tangência entre P e R. O quadrilátero sombreado ABCD têm vértices nos centros dos discos P e R e em dois pontos de interseção de Q com P e R.



Se o raio do disco P é 5, a área do quadrilátero ABCD é:

a) $5\sqrt{3}$

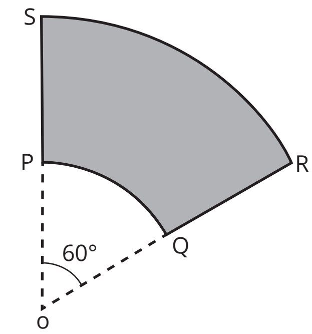
b) 25

c) 50

d) $25\sqrt{3}$

e) 75

6. (UFRGS) Considere o setor circular de raio 6 e ângulo central 60° da figura abaixo.



Se P e Q são pontos médios, respectivamente, de OS e OR, então o perímetro da região sombreada é:

a) $\pi + 6$

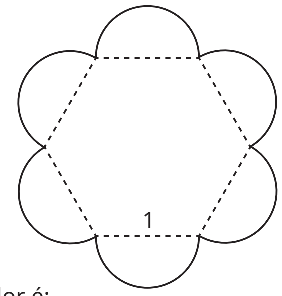
b) $2\pi + 6$

c) $3\pi + 6$

d) $\pi + 12$

e) $3\pi + 12$

7. (UFRGS) Uma pessoa desenhou uma flor construindo semicírculos sobre os lados de um hexágono regular de lado 1, como na figura abaixo.



A área dessa flor é:

a) $\frac{3}{2}(\sqrt{3} + \frac{\pi}{2})$

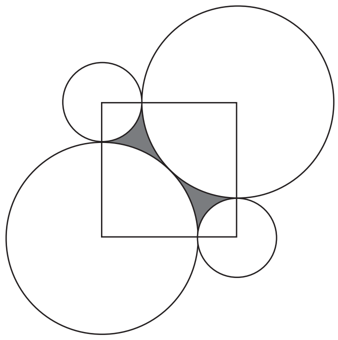
b) $\frac{3}{2}(\sqrt{3} + \pi)$

c) $\frac{3}{4}(\sqrt{3} + \frac{\pi}{2})$

d) $\frac{3}{4}(\sqrt{3} + \pi)$

e) $\frac{3}{2}(\sqrt{3} + 2\pi)$

◯ **8. (UFRGS)** Considere um quadrado de lado 1. Foram construídos dois círculos de raio R com centros em dois vértices opostos do quadrado e tangentes entre si; dois outros círculos de raio **r** com centros nos outros dois vértices do quadrado e tangentes aos círculos de raio R, como ilustra a figura abaixo.



A área da região sombreada é:

a) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)\pi$

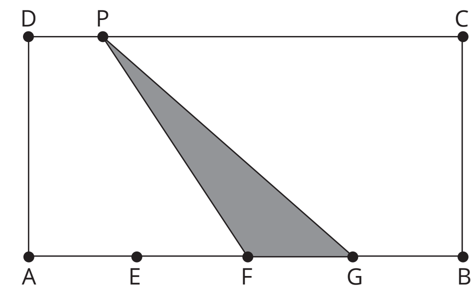
b) $(\sqrt{2} - 1)\pi$

c) $1 + \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)\pi$

d) $1 + (\sqrt{2} - 1)\pi$

e) $1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)\pi$

◯ **10. (UFRGS)** No retângulo ABCD a seguir, estão marcados os pontos E, F e G de forma que o lado AB está dividido em 4 partes iguais e P é um ponto qualquer sobre o lado DC.



A razão entre a área do triângulo PFG e a área do retângulo ABCD é:

a) $\frac{1}{8}$

b) $\frac{1}{6}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{2}$

e) 1

◯ **9. (UFRGS)** Em um triângulo ABC, $B\hat{A}C$ é o maior ângulo e $A\hat{C}B$ é o menor ângulo. A medida do ângulo $B\hat{A}C$ é 70° maior que a medida de $A\hat{C}B$. A medida de $B\hat{A}C$ é o dobro da medida de $A\hat{B}C$. Portanto, as medidas dos ângulos são:

a) 20°, 70° e 90°.
b) 20°, 60° e 100°.
c) 10°, 70° e 100°.
d) 30°, 50° e 100°.
e) 30°, 60° e 90°.

◯ **11. (UFRGS)** Considere um triângulo equilátero circunscrito a um círculo. Se a distância de cada vértice do triângulo ao centro do círculo é 2 cm, a área da região do triângulo não ocupada pelo círculo, em cm^2, é:

a) $4\sqrt{3} - 2\pi$

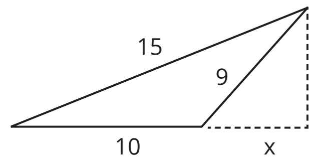
b) $3\sqrt{3} - \pi$

c) $\sqrt{3} + \pi$

d) π

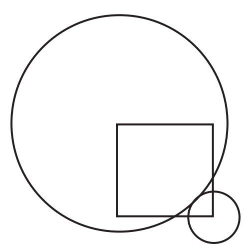
e) $3\sqrt{2}$

◯ **12. (PUC-RS)** Na figura abaixo, o valor de x é (dados em cm):



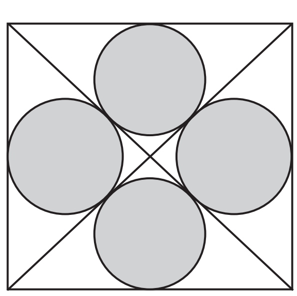
a) 4 cm
b) 2,2 cm
c) 3,2 cm
d) 1 cm
e) n.r.a.

◯ **13. (UFRGS)** Dois círculos tangentes externamente têm seus centros em vértices opostos de um quadrado com 8 unidades de perímetro, e o maior desses círculos corta dois lados do quadrado nos pontos médios desses lados. O valor do raio do círculo menor é:



a) $\sqrt{2}$
b) $2\sqrt{2}$
c) $2\sqrt{2} - \sqrt{5}$
d) $2\sqrt{5} - \sqrt{2}$
e) $2(\sqrt{5} - \sqrt{2})$

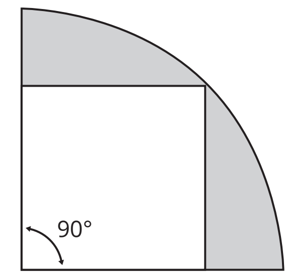
◯ **14. (UFRGS)** Observe a figura abaixo.



Nesta figura, cada um dos quatro círculos tem raio igual a $\sqrt{2} - 1$ e é tangente às diagonais do quadrado e a um de seus lados. A área do quadrado é:

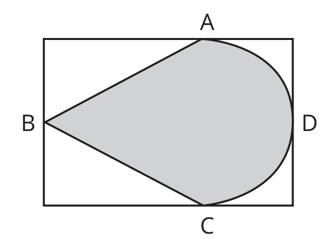
a) $\sqrt{2} + 1$
b) $2\sqrt{2}$
c) 4
d) $3\sqrt{2} + 1$
e) 6

◯ **15. (UFRGS)** Na figura abaixo, temos um quadrado inscrito em um setor de 90° cujo raio é R. Deduzindo uma fórmula para calcular a área da região sombreada, temos:



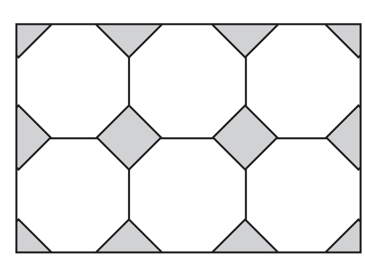
a) $A = R^2(\pi/4 - 1)$
b) $A = R^2(\pi - 1/2)$
c) $A = R^2((\pi - 1)/4)^2$
d) $A = R^2((\pi - 2)/4)$
e) $A = R^2(\pi - 2)$

◯ **16. (UFRGS)** Na figura, o triângulo ABC é equilátero, e ADC é um semicírculo. O perímetro da região hachurada é $4 + \pi$. A área do retângulo circunscrito é:



a) $2(\sqrt{3} + 5)$
b) $2(\sqrt{3} + 1)$
c) $\sqrt{3} + 1$
d) 4
e) 1

◯ **17. (UFRGS)** Seis octógonos regulares de lado 2 são justapostos em um retângulo, como representado na figura abaixo.



A soma das áreas das regiões sombreadas na figura é:

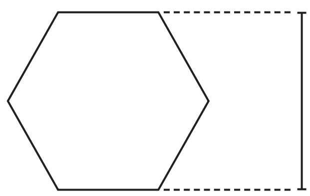
a) 16
b) $16\sqrt{2}$
c) 20
d) $20\sqrt{2}$
e) 24

◯ **18. (PUC-RS)** Uma corda de 36 cm é cortada em três partes. Com uma delas que mede 12 cm, é construído um triângulo equilátero e com as outras duas são construídos, respectivamente, um quadrado e uma circunferência cujo raio mede $8/\pi$.

A soma das áreas do quadrado e do triângulo, em cm², é:

a) 20
b) 12
c) $8\sqrt{3}$
d) $4(4 + \sqrt{3})$
e) $4(1 + \sqrt{3})$

◯ **19. (PUC-RS)** Para uma engrenagem mecânica, deseja-se fazer uma peça de formato hexagonal regular. A distância entre os lados paralelos é de 1 cm conforme a figura abaixo.



O lado desse hexágono mede ______ cm.

a) 1/2
b) $\sqrt{3}/3$
c) $\sqrt{3}$
d) $\sqrt{5}/5$
e) 1

◯ **20. (ENEM)**

Uma indústria recortou uma placa de metal no formato triangular ABC, conforme Figura 1, com lados 18, 14 e 12 cm.

Posteriormente, a peça triangular ABC foi dobrada, de tal maneira que o vértice B ficou sobre o segmento $\overline{AC}$, e o segmento $\overline{DE}$ ficou paralelo ao lado $\overline{AC}$, conforme Figura 2.

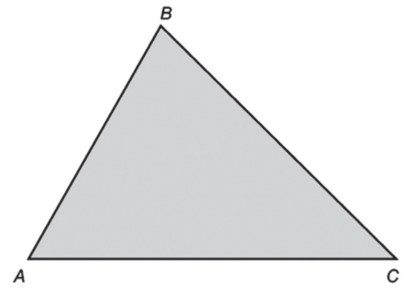


Figura 1

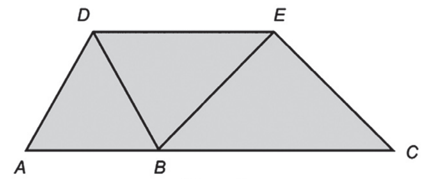


Figura 2

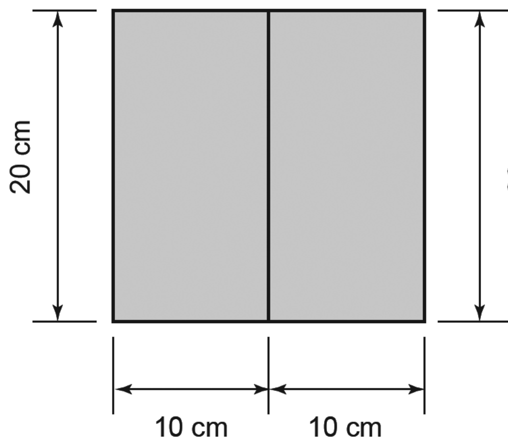
Sabe-se que, na Figura 1, o ângulo $A\hat{C}B$ é menor que o ângulo $C\hat{A}B$ e este é menor que o ângulo $A\hat{B}C$, e que os cortes e dobraduras foram executados corretamente pelas máquinas.

Nessas condições, qual é o valor da soma dos comprimentos, em centímetro, dos segmentos $\overline{DB}$, $\overline{BE}$ e $\overline{EC}$?

a) 19
b) 20
c) 21
d) 23
e) 24

◯ **21. (ENEM)** Um agricultor vive da plantação de morangos que são vendidos para uma cooperativa. A cooperativa faz um contrato de compra e venda no qual o produtor informa a área plantada.

Para permitir o crescimento adequado das plantas, as mudas de morango são plantadas no centro de uma área retangular, de 10 cm por 20 cm, como mostra a figura.

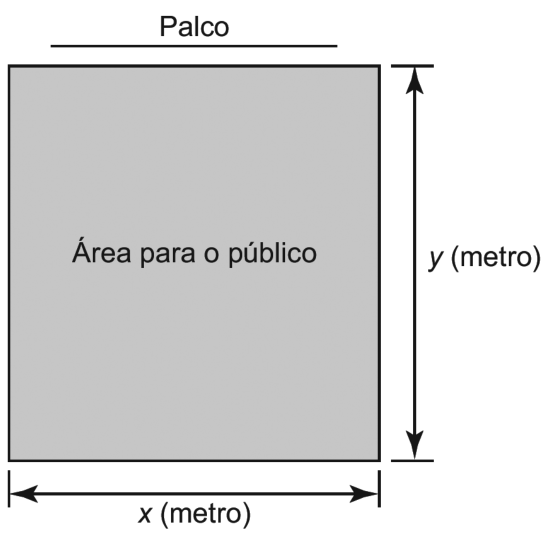


Atualmente, sua plantação de morangos ocupa uma área de 10.000 m², mas a cooperativa quer que ele aumente sua produção. Para isso, o agricultor deverá aumentar a área plantada em 20%, mantendo o mesmo padrão de plantio.

O aumento (em unidade) no número de mudas de morango em sua plantação deve ser de:

a) 10.000
b) 60.000
c) 100.000
d) 500.000
e) 600.000

◯ **22. (ENEM)** Dispondo de um grande terreno, uma empresa de entretenimento pretende construir um espaço retangular para shows e eventos, conforme a figura.



A área para o público será cercada com dois tipos de materiais:

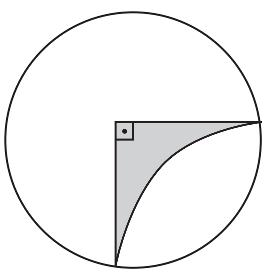
- nos lados paralelos ao palco, será usada uma tela do tipo A, mais resistente, cujo valor do metro linear é R$ 20,00;
- nos outros dois lados, será usada uma tela do tipo B, comum, cujo metro linear custa R$ 5,00.

A empresa dispõe de R$ 5.000,00 para comprar todas as telas, mas quer fazer de tal maneira que obtenha a maior área possível para o público.

A quantidade de cada tipo de tela que a empresa deve comprar é:

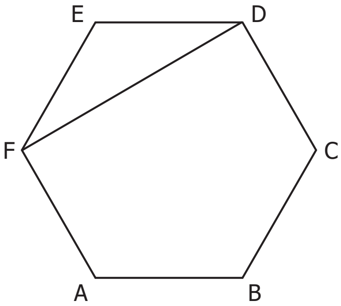
a) 50,0 m da tela tipo A e 800,0 m da tela tipo B.
b) 62,5 m da tela tipo A e 250,0 m da tela tipo B.
c) 100,0 m da tela tipo A e 600,0 m da tela tipo B.
d) 125,0 m da tela tipo A e 500,0 m da tela tipo B.
e) 200,0 m da tela tipo A e 200,0 m da tela tipo B.

◯ **23. (UFRGS)** Considerando-se a figura abaixo, formada por círculos de raio R, a área sombreada vale:



a) $\pi(2 - R^2)$
b) $R^2(1 - \pi/4)$
c) $\pi R^2/8$
d) $\pi R^2/12$
e) $R^2(2 - \pi/2)$

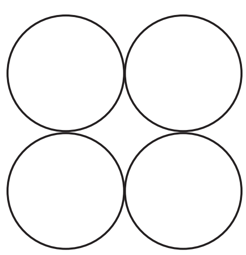
◯ **24. (UFRGS)** Considere o hexágono regular ABCDEF, no qual foi traçado o segmento FD medindo 6 cm, representado na figura abaixo.



A área do hexágono mede, em cm^2:

a) $18\sqrt{3}$
b) $20\sqrt{3}$
c) $24\sqrt{3}$
d) $28\sqrt{3}$
e) $30\sqrt{3}$

◯ **25. (UFRGS)** Quatro círculos de raio **r** foram traçados de forma que sejam tangentes entre si dois a dois, como na figura abaixo. As distâncias entre os centros de dois círculos não tangentes entre si têm a mesma medida.



A distância entre os centros de dois círculos não tangentes entre si é:

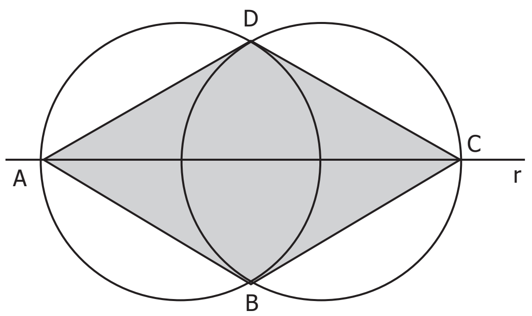
a) $2r$
b) r^2
c) $r\sqrt{2}$
d) $2r\sqrt{2}$
e) $r^2\sqrt{2}$

◯ **26. (UFRGS)** Considere as áreas dos hexágonos regulares A e B inscritos, respectivamente, em círculos de raios 1 e 4.

A razão entre a área do hexágono A e a área do hexágono B é:

a) 1/16
b) 1/8
c) 1/4
d) 1/2
e) 1

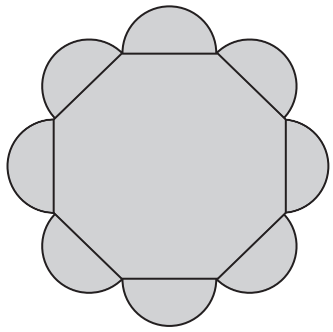
◯ **27. (UFRGS)** As circunferências do desenho abaixo foram construídas de maneira que seus centros estão sobre a reta **r** e que uma intercepta o centro da outra. Os vértices do quadrilátero ABCD estão na interseção das circunferências com a reta **r** e nos pontos de interseção das circunferências.



Se o raio de cada circunferência é 2, a área do quadrilátero ABCD é:

a) $3\sqrt{3}/2$
b) $3\sqrt{3}$
c) $6\sqrt{3}$
d) $8\sqrt{3}$
e) $12\sqrt{3}$

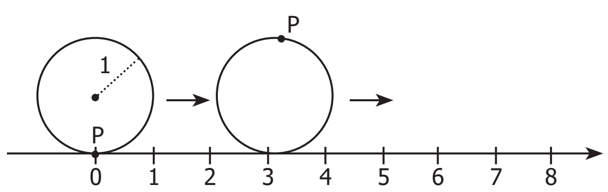
◯ **28. (UFRGS)** A figura abaixo é formada por oito semicircunferências, cada uma com centro nos pontos médios dos lados de um octógono regular de lado 2.



A área da região sombreada é:

a) $4\pi + 8 + 8\sqrt{2}$
b) $4\pi + 8 + 4\sqrt{2}$
c) $4\pi + 4 + 8\sqrt{2}$
d) $4\pi + 4 + 4\sqrt{2}$
e) $4\pi + 2 + 8\sqrt{2}$

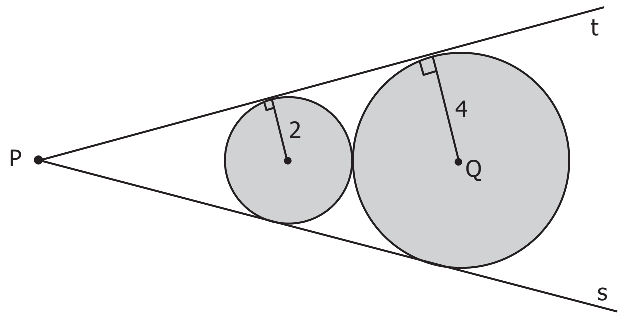
◯ **29. (UFRGS)** Um disco de raio 1 gira ao longo de uma reta coordenada na direção positiva, como representado na figura abaixo.



Considerando-se que o ponto P está inicialmente na origem, a coordenada de P, após 10 voltas completas, estará entre:

a) 60 e 62.
b) 62 e 64.
c) 64 e 66.
d) 66 e 68.
e) 68 e 70.

◯ **30. (UFRGS)** Observe os discos de raios 2 e 4, tangentes entre si e às semirretas **s** e **t**, representados na figura abaixo.



A distância entre os pontos P e Q é:

a) 9
b) 10
c) 11
d) 12
e) 13

Anotações:

MEDIMAIS 2

» *Geometria Espacial*

◯ **1. (UFN)** Muitos dos torcedores que se deslocarão para Moscou com o objetivo de assistir à Copa do Mundo, de 2018, farão uma escala em Paris. Um dos lugares mais visitados dessa cidade francesa é o Museu do Louvre.

https://4.bp.blogspot.com/-BdJGjNxgUTw/VRL0l68pv-I/AAAAAAAAGVE/plz16vr0Ugw/s640/louvre-paris.jpg

A pirâmide de vidro, na entrada do Museu do Louvre, em Paris, foi construída em 1984, com 24 m de altura e uma base quadrada com 18 m de apótema. Supondo que, por questão de economia, as dimensões do apótema da base e da altura da pirâmide fossem reduzidas à metade, sobre as novas medidas da pirâmide, seria correto afirmar que:

I. A área lateral ficaria reduzida pela metade.
II. A área total ficaria reduzida à quarta parte.
III. O volume ficaria reduzido à oitava parte.

Está(ão) correta(s):

a) apenas II.
b) apenas I e II.
c) apenas I e III.
d) apenas II e III.
e) I, II e III.

◯ **2. (UFN)** Uma empresa de sucos pretende lançar, no mercado, uma embalagem com capacidade de 2 litros. Essa embalagem tem a forma de um prisma quadrangular regular. Sendo x, em dm, o comprimento da aresta da base, a área total dessa embalagem é (lembre que 1 dm^3 = 1 litro):

a) $A = \frac{2x^3 + 8}{x}$

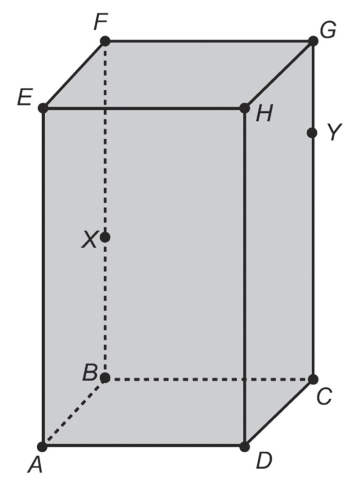
b) $A = \frac{x^3 + 2}{x}$

c) $A = \frac{2x^2 + 8}{x}$

d) $A = \frac{x^2 + 2}{x}$

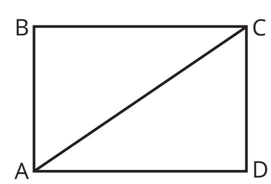
e) $A = \frac{8}{x^2}$

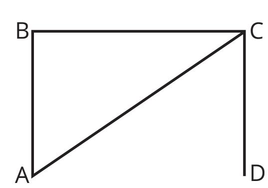
◯ **3. (ENEM)**
Um inseto percorreu sobre a superfície de um objeto, em formato de um prisma reto ABCDEFGH, com base retangular, uma trajetória poligonal, com vértices nos pontos: A - X-Y-G-F-E-X-G-E, na ordem em que foram apresentados.

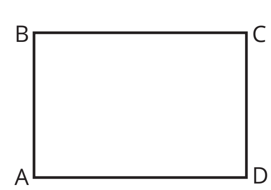


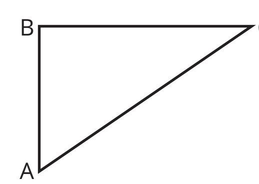
E necessário representar a projeção ortogonal do trajeto percorrido pelo inseto sobre o plano determinado pela base do prisma.

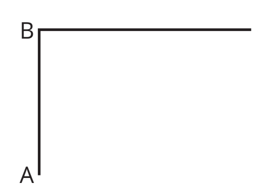
A representação da projeção ortogonal do trajeto percorrido pelo inseto é:

a)


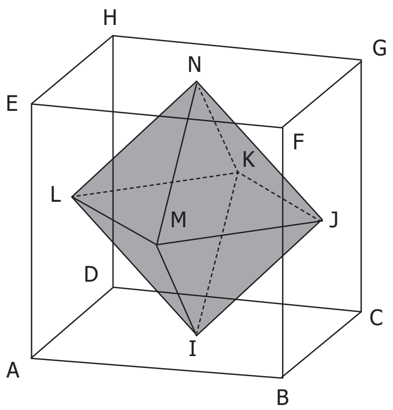
b)


c)


d)


e)


◯ **4. (UFRGS)** Considere um cubo de aresta **a**. Os pontos I, J, K, L, M e N são os centros das faces ABCD, BCGF, DCGH, ADHE, ABFE e EFGH, respectivamente, conforme representado na figura abaixo.



O octaedro regular, cujos vértices são os pontos I, J, K, L, M e N, tem aresta medindo:

a) $a\sqrt{3}$
b) $a\sqrt{2}$
c) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
d) $\frac{a\sqrt{5}}{2}$
e) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

◯ **5. (UFSC adaptada)** Em uma pirâmide quadrangular regular, a aresta lateral mede 5 cm e a altura mede 4 cm.

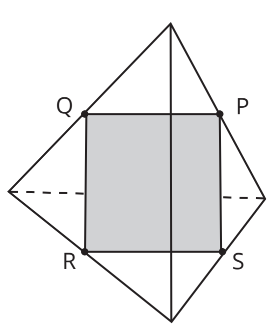
O volume, em cm^3, é:

a) 24
b) 12
c) 48
d) 36
e) 96

◯ **6. (UFRGS)** Se duplicarmos a medida da aresta da base de uma pirâmide quadrangular regular e reduzirmos sua altura à metade, o volume desta pirâmide:

a) será reduzido à quarta parte.
b) será reduzido à metade.
c) permanecerá inalterado.
d) será duplicado.
e) aumentará quatro vezes.

◯ **7. (UFRGS)** A superfície total do tetraedro regular representado na figura abaixo é $9\sqrt{3}$. Os vértices do quadrilátero PQRS são os pontos médios de arestas do tetraedro, como indica a figura.



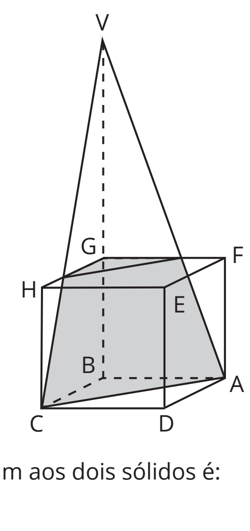
O perímetro do quadrilátero é:

a) 4
b) $4\sqrt{2}$
c) 6
d) $5\sqrt{3}$
e) $6\sqrt{5}$

◯ **8. (UFSC)** A base quadrada de uma pirâmide tem 144 m^2 de área. A 4 m do vértice, traça-se um plano paralelo à base, e a secção assim feita tem 64 m^2 de área. Qual a altura da pirâmide?

a) 4,0 m
b) 6,0 m
c) 3,0 m
d) 1,0 m
e) 3,5 m

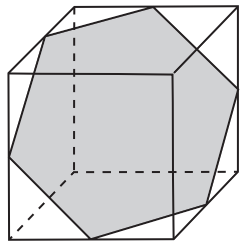
◯ **9. (UFRGS)** Na figura abaixo, estão representados um cubo de aresta 3 e uma pirâmide triangular de altura 9. Os pontos A, B e C são vértices da pirâmide e do cubo, e V pertence ao prolongamento de BG.



O volume comum aos dois sólidos é:

a) 15/2
b) 8
c) 17/2
d) 9
e) 19/2

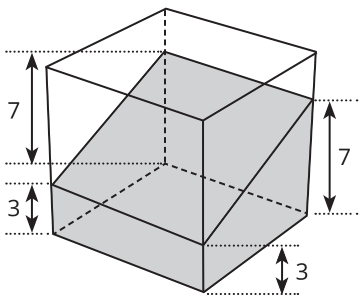
◯ **10. (UFRGS)** Os vértices do hexágono sombreado, na figura abaixo, são pontos médios das arestas de um cubo.



Se o volume do cubo é 216, o perímetro do hexágono é:

a) $3\sqrt{2}$
b) $6\sqrt{2}$
c) $9\sqrt{2}$
d) $12\sqrt{2}$
e) $18\sqrt{2}$

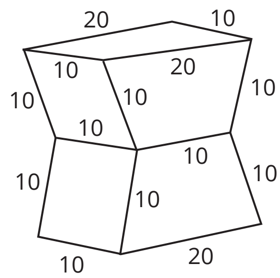
◯ **11. (UFRGS)** No cubo de aresta 10, da figura abaixo, encontra-se representado um sólido sombreado com as alturas indicadas no desenho.



O volume do sólido sombreado é:

a) 300
b) 350
c) 500
d) 600
e) 700

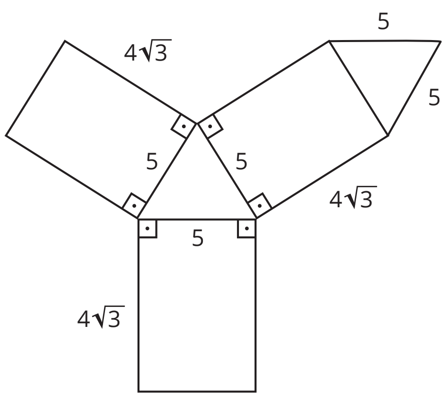
◯ **12. (UFRGS)** O primeiro prêmio de um torneio recebe um troféu sólido confeccionado em metal, com as medidas abaixo.



Considerando que as bases do troféu são congruentes e paralelas, o volume de metal utilizado na sua confecção é:

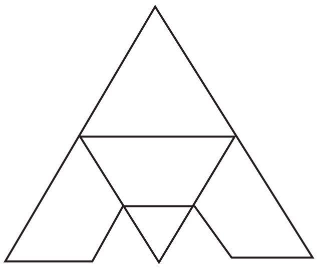
a) $100\sqrt{3}$
b) $150\sqrt{3}$
c) $1.000\sqrt{3}$
d) $1.500\sqrt{3}$
e) $3.000\sqrt{3}$

◯ **13. (UFRGS)** A figura abaixo representa a planificação de um sólido. O volume deste sólido é:



a) $20\sqrt{3}$
b) 75
c) 50
d) $100\sqrt{3}$
e) $50\sqrt{3}$

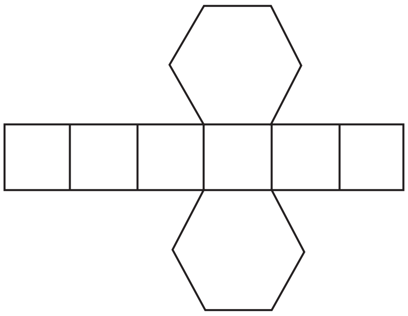
◯ **14. (UFRGS)** A figura abaixo, formada por trapézios congruentes e triângulos equiláteros, representa a planificação de um sólido.



Esse sólido é um:

a) tronco de pirâmide.
b) tronco de prisma.
c) poliedro regular.
d) prisma trapezoidal.
e) prisma triangular.

◯ **15. (UFRGS)** Na figura abaixo, está representada a planificação de um prisma hexagonal regular de altura igual à aresta da base.



Se a altura do prisma é 2, seu volume é:

a) $4\sqrt{3}$
b) $6\sqrt{3}$
c) $8\sqrt{3}$
d) $10\sqrt{3}$
e) $12\sqrt{3}$

16. (ENEM) Um lapidador recebeu de um joalheiro a encomenda para trabalhar em uma pedra preciosa cujo formato é o de uma pirâmide, conforme ilustra a Figura 1. Para tanto, o lapidador fará quatro cortes de formatos iguais nos cantos da base. Os cantos retirados correspondem a pequenas pirâmides, nos vértices P, Q, R e S, ao longo dos segmentos tracejados, ilustrados na Figura 2.

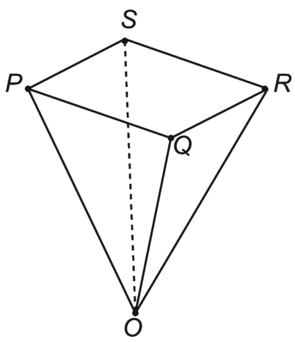


Figura 1

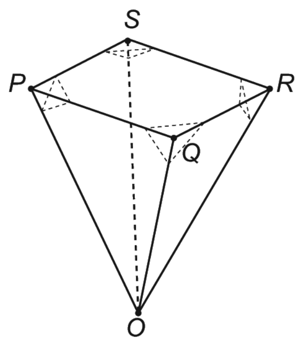


Figura 2

Depois de efetuados os cortes, o lapidador obteve, a partir da pedra maior, uma joia poliédrica cujos números de faces, arestas e vértices são, respectivamente, iguais a:

a) 9, 20 e 13.
b) 9, 24 e 13.
c) 7, 15 e 12.
d) 10, 16 e 5.
e) 11, 16 e 5.

17. (ENEM) O recinto das provas de natação olímpica utiliza a mais avançada tecnologia para proporcionar aos nadadores condições ideais. Isso passa por reduzir o impacto da ondulação e das correntes provocadas pelos nadadores no seu deslocamento. Para conseguir isso, a piscina de competição tem uma profundidade uniforme de 3 m, que ajuda a diminuir a "reflexão" da água (o movimento contra uma superfície e o regresso no sentido contrário, atingindo os nadadores), além dos já tradicionais 50 m de comprimento e 25 m de largura. Um clube deseja reformar sua piscina de 50 m de comprimento, 20 m de largura e 2 m de profundidade de forma que passe a ter as mesmas dimensões das piscinas olímpicas.

Disponível em: http://desporto.publico.pt. Acesso em: 6 ago. 2012.

Após a reforma, a capacidade dessa piscina superará a capacidade da piscina original em um valor mais próximo de:

a) 20%.
b) 25%.
c) 47%.
d) 50%.
e) 88%.

18. (ENEM) Um grupo de escoteiros mirins, numa atividade no parque da cidade onde moram, montou uma barraca conforme a foto da Figura 1. A Figura 2 mostra o esquema da estrutura dessa barraca, em forma de um prisma reto, em que foram usadas hastes metálicas.

Figura 1

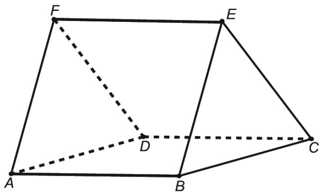
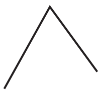


Figura 2

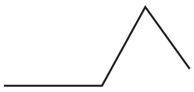
Após a armação das hastes, um dos escoteiros observou um inseto deslocar-se sobre elas, partindo do vértice A em direção ao vértice B, deste em direção ao vértice E e, finalmente, fez o trajeto do vértice E ao C. Considere que todos esses deslocamentos foram feitos pelo caminho de menor distância entre os pontos.

A projeção do deslocamento do inseto no plano que contém a base ABCD é dada por:

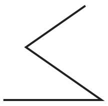
a)



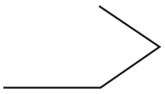
b)



c)



d)



e)

19. (ENEM) Uma caixa-d'água em forma de um paralelepípedo retângulo reto, com 4 m de comprimento, 3 m de largura e 2 m de altura, necessita de higienização. Nessa operação, a caixa precisará ser esvaziada em 20 min, no máximo. A retirada da água será feita com o auxílio de uma bomba de vazão constante, em que vazão é o volume do líquido que passa pela bomba por unidade de tempo.

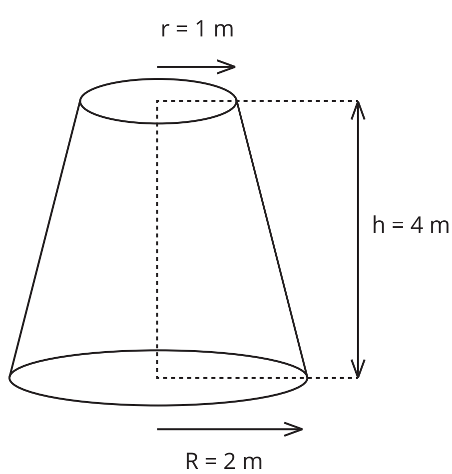
A vazão mínima, em litro por segundo, que essa bomba deverá ter para que a caixa seja esvaziada no tempo estipulado é:

a) 2
b) 3
c) 5
d) 12
e) 20

◯ **20. (UFN)** Para armazenar a água das chuvas, foi construída uma cisterna no formato de um cone circular reto de altura h (metros), com vértice para baixo e com eixo vertical. A capacidade total da cisterna é de 13.500 litros. Quando o nível está em $\frac{h}{3}$, qual o volume de água disponível na cisterna?

a) 500 litros.
b) 1.500 litros.
c) 2.250 litros.
d) 4.500 litros.
e) 6.750 litros.

◯ **21. (UFN)** O reservatório de água de um parque tem a forma de um tronco de cone, com as dimensões apresentadas na figura a seguir.



Supondo que, quando totalmente cheio, ocorresse um pequeno vazamento de 1 litro/minuto, localizado no fundo desse reservatório, o menor tempo, em dias, para que fique totalmente vazio, é:
(use $\pi = 3$)

a) 14
b) 16
c) 18
d) 20
e) 22

◯ **22. (PUCRS)** Dados os triângulos nos gráficos das figuras 1 e 2 abaixo, consideremos os sólidos de volumes V_1 e V_2 obtidos pela rotação completa dos triângulos das figuras 1 e 2, respectivamente, em torno do eixo y.

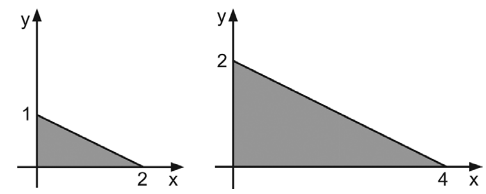


Figura 1 Figura 2

A razão entre os volumes V_1 e V_2 é igual a:

a) 1/8
b) 1/2
c) 2
d) 8

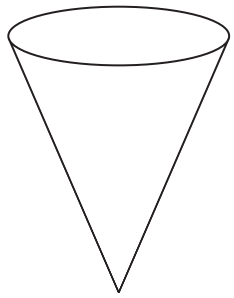
◯ **23. (PUCRS)** A circunferência de uma bola de voleibol é 66 cm. Para colocá-la em uma caixa cúbica, essa caixa deve ter, no mínimo, uma aresta interna, em centímetros, de:

a) 33
b) $\frac{33}{\pi}$
c) 66
d) $\frac{66}{\pi}$
e) $\frac{\pi}{66}$

◯ **24. (UFRGS)** Se um jarro com capacidade para 2 litros está completamente cheio de água, a menor medida inteira, em cm, que o raio de uma bacia com a forma semiesférica deve ter para comportar toda a água do jarro é:

a) 8
b) 10
c) 12
d) 14
e) 16

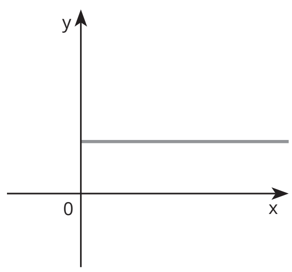
◯ **25. (UFRGS)** Um recipiente tem a forma de um cone com o vértice para baixo, como na figura a seguir.



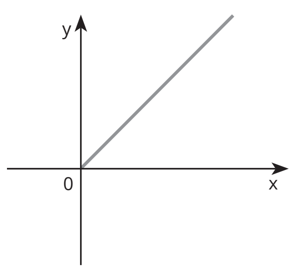
Para encher de água esse recipiente, será aberta uma torneira com vazão constante de água.

Assinale o gráfico que melhor representa a altura y que a água atinge, no recipiente, em função do tempo x.

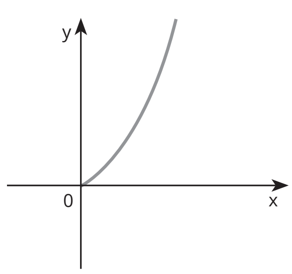
a)



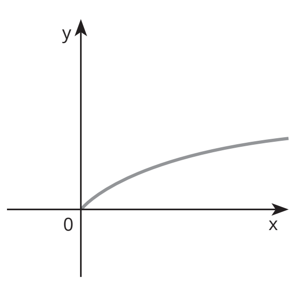
b)



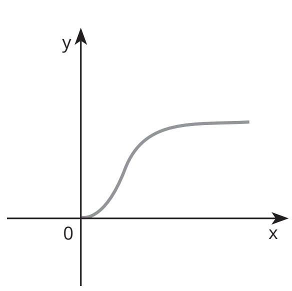
c)



d)



e)



◯ **26. (UFRGS)** Fundindo três esferas idênticas e maciças de diâmetro 2 cm, obtém-se uma única esfera maciça de raio:

a) $\sqrt[3]{3}$
b) $\sqrt[3]{4}$
c) $\sqrt[3]{6}$
d) 3
e) 6

◯ **27. (UFRGS)** Um tanque no formato de um cilindro circular reto cujo raio da base mede 2 m, tem o nível da água aumentado em 25 cm após uma forte chuva. Essa quantidade de água corresponde a 5% do volume total de água que cabe no tanque.

Assinale a alternativa que melhor aproxima o volume total de água que cabe no tanque, em m^3.

a) 57
b) 60
c) 63
d) 66
e) 69

◯ **28. (ENEM)** Uma indústria de perfumes embala seus produtos, atualmente, em frascos esféricos de raio R, com volume dado por $\frac{4}{3}\pi \cdot (R)^3$.

Observou-se que haverá redução de custos se forem utilizados frascos cilíndricos com raio da base $\frac{R}{3}$, cujo volume será dado por $\pi\left(\frac{R}{3}\right)^2 \cdot h$, sendo **h** a altura da nova embalagem.

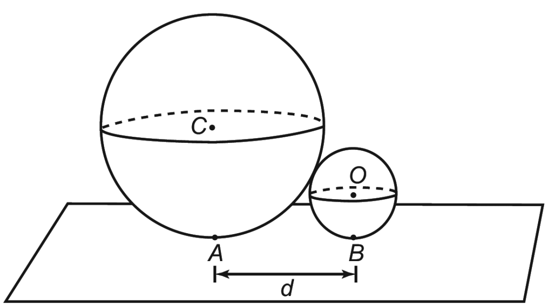
Para que seja mantida a mesma capacidade do frasco esférico, a altura do frasco cilíndrico (em termos de R) deverá ser igual a:

a) 2R
b) 4R
c) 6R
d) 9R
e) 12R

29. (ENEM) A bocha é um esporte jogado em canchas, que são terrenos planos e nivelados, limitados por tablados perimétricos de madeira. O objetivo desse esporte é lançar bochas, que são bolas feitas de um material sintético, de maneira a situá-las o mais perto possível do bolim, que é uma bola menor feita, preferencialmente, de aço, previamente lançada. A Figura 1 ilustra uma bocha e um bolim que foram jogados em uma cancha. Suponha que um jogador tenha lançado uma bocha, de raio 5 cm, que tenha ficado encostada no bolim, de raio 2 cm, conforme ilustra a Figura 2.

Figura 1

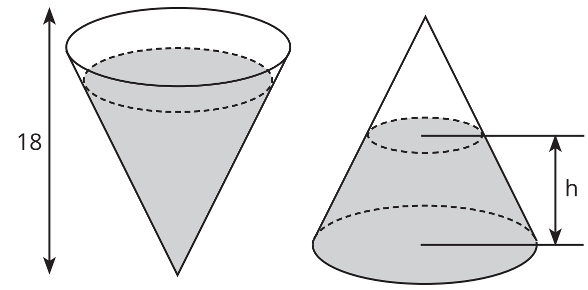
Figura 2



Considere o ponto C como o centro da bocha, e o ponto O como o centro do bolim. Sabe-se que A e B são os pontos em que a bocha e o bolim, respectivamente, tocam o chão da cancha, e que a distância entre A e B é igual a d. Nessas condições, qual a razão entre **d** e o raio do bolim?

a) 1
b) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$
c) $\frac{\sqrt{10}}{2}$
d) 2
e) $\sqrt{10}$

30. (UFRGS) A areia contida em um cone fechado, de altura 18 cm, ocupa 7/8 da capacidade do cone.



Voltando-se o vértice do cone para cima, conforme indica a figura, a altura **h** do tronco de cone ocupado pela areia, em centímetros, é:

a) 7
b) 8
c) 9
d) 10
e) 11

31. (UFRGS) Uma panela cilíndrica de 20 cm de diâmetro está completamente cheia de massa para doce, sem exceder a sua altura de 16 cm. O número de doces, em formato de bolinhas de 2 cm de raio, que se podem obter com toda a massa é:

a) 300
b) 250
c) 200
d) 150
e) 100

32. (UFRGS) A área da intersecção de um plano com uma bola de raio 13 é 144π. A distância do plano ao centro da bola é:

a) 1
b) 5
c) 8
d) 12
e) 25

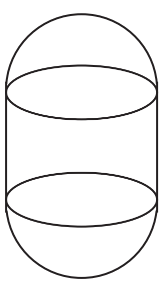
◯ **33. (UFRGS)** Uma esfera de área 2π está inscrita em um cubo. A área total do cubo é:

a) 4
b) $4\sqrt{2}$
c) $6\sqrt{2}$
d) 8
e) 12

◯ **34. (UFRGS)** Uma esfera de volume 36π está inscrita em um cilindro de volume igual a:

a) 9π
b) 18π
c) 24π
d) 54π
e) 60π

◯ **35. (UFRGS)** Um reservatório tem forma de um cilindro circular reto com duas semiesferas acopladas em suas extremidades, conforme representado na figura abaixo.



O diâmetro da base e a altura do cilindro medem, cada um, 4 dm, e o volume de uma esfera de raio r é $4\pi r^3/3$.

Dentre as opções abaixo, o valor mais próximo da capacidade do reservatório, em litros, é:

a) 50
b) 60
c) 70
d) 80
e) 90

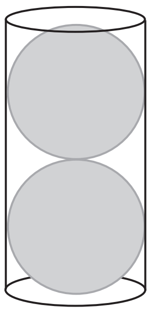
◯ **36. (UFRGS)** O volume de uma esfera A é 1/8 do volume de uma esfera B. Se o raio da esfera B mede 10, então o raio da esfera A mede:

a) 5
b) 4
c) 2,5
d) 2
e) 1,25

◯ **37. (UFRGS)** Duas esferas de raio **r** foram colocadas dentro de um cilindro circular reto com altura 4r, raio da base **r** e espessura desprezível, como na figura abaixo.

Nessas condições, a razão entre o volume do cilindro não ocupado pelas esferas e o volume das esferas é:

a) 1/5
b) 1/4
c) 1/3
d) 1/2
e) 2/3



◯ **38. (UFRGS)** Um cone reto com raio da base medindo 10 cm e altura de 12 cm será seccionado por um plano paralelo à base, de forma que os sólidos resultantes da secção tenham o mesmo volume.

A altura do cone resultante da secção deve, em cm, ser:

a) 6
b) 8
c) $6\sqrt{2}$
d) $6\sqrt[3]{2}$
e) $6\sqrt[3]{4}$

◯ **39. (UFRGS)** Considere um cilindro reto de altura 32 e raio da base 3 e uma esfera com volume igual ao do cilindro.

Com essas condições, o raio da esfera é:

a) 4
b) 6
c) 8
d) 10
e) 12

◯ **40. (UFRGS)** Seja um cilindro de revolução de volume V. Se quadriplicarmos a medida do raio da base e reduzirmos sua altura à metade, seu volume passa a ser:

a) 2V
b) 4V
c) 6V
d) 8V
e) 16V

◯ **41. (UFRGS)** Um cilindro de revolução está inscrito em um cubo de volume 1.000 cm^3. A área lateral do cilindro é, em cm^2, igual a:

a) 90π

b) 80π

c) 200π

d) 100π

e) 50π

◯ **42. (UFRGS)** Duplicando a altura e reduzindo à metade o raio da base de um cone de volume V_1, obtém-se um cone de volume V_2. O valor de V_1/V_2 é:

a) 1/4

b) 1/2

c) 1

d) 2

e) 4

◯ **43. (UFSM)** Para viabilizar o escoamento do trânsito, será construído um túnel, em linha reta, de 300 m de comprimento cujas secções transversais são semicírculos de raio 10 m. Assim, o volume de terra retirado deve ser de aproximadamente ________ m^3. A área da superfície circular do túnel será de ____________ m^2.

Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas.

a) 47.100 ; 4.710

b) 47.100 ; 9.420

c) 94.200 ; 9.420

d) 94.200 ; 4.720

e) 70.650 ; 7.065

◯ **44. (UFRGS)** Um sólido é totalmente mergulhado em um cilindro contendo água, causando a elevação do nível da água em 1,5 cm. Se o raio da base do cilindro mede 5 cm, o volume do sólido é de:

a) $6{,}5\pi$ cm^3

b) 10π cm^3

c) 15π cm^3

d) 25π cm^3

e) $37{,}5\pi$ cm^3

◯ **45. (UNISC)** No projeto de um prédio, foi inicialmente prevista a construção de um reservatório de água com formato cilíndrico, cujas medidas seriam: raio da base igual a 2 metros e altura igual a 3 metros. Depois, foi constatado que o volume do reservatório havia sido subestimado, sendo necessário, na verdade, o dobro do volume inicialmente previsto. Sabendo que a altura do reservatório não poderá ser alterada, o novo raio da base deverá medir:

a) 4 m

b) 3 m

c) $2\sqrt{2}$ m

d) 2 m

e) 6 m

◯ **46. (UFRGS)** Se um jarro com capacidade para 2 litros está completamente cheio de água, a menor medida inteira, em cm, que o raio de uma bacia com a forma semiesférica deve ter para comportar toda a água do jarro é:

a) 8

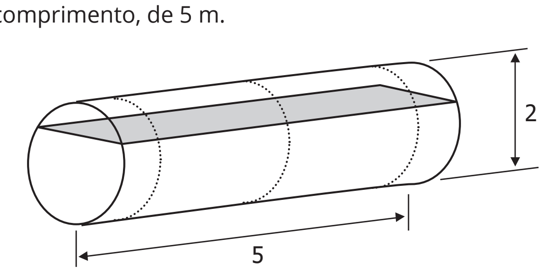
b) 10

c) 12

d) 14

e) 16

◯ **47. (UFRGS)** Um cilindro tem o eixo horizontal como representado na figura abaixo. Nessa posição, sua altura é de 2 m e seu comprimento, de 5 m.



A região sombreada representa a seção do cilindro por um plano horizontal distante 1,5 m do solo. A área dessa superfície é:

a) $\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{2}$

c) $3\sqrt{2}$

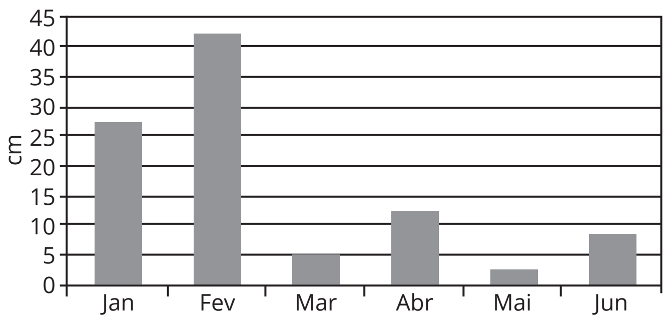
d) $2\sqrt{5}$

e) $5\sqrt{3}$

MEDIMAIS 3

» *Estatística*

◯ **1. (UNIOESTE)** O gráfico abaixo mostra a precipitação de chuva (em cm), acumulada por mês, ocorrida em Cascavel, no período de 1 de janeiro de 2011 a 30 de junho de 2011.



Weather Underground (www.wunderground.com).

Com base nas informações do gráfico, é possível afirmar que:

a) quatro meses registraram queda da quantidade de chuva em relação ao mês anterior.

b) o segundo trimestre do ano foi mais chuvoso que o primeiro trimestre.

c) fevereiro acumulou mais chuva do que todos os outros meses juntos.

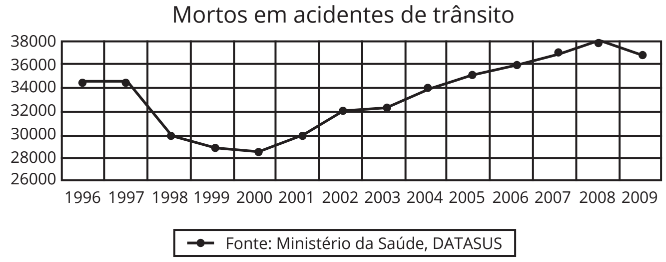
d) em maio não choveu.

e) fevereiro acumulou mais chuva que os quatro meses seguintes.

◯ **2. (ENEM)**

Por Vias Seguras Setembro 2011

Mortos em acidentes de trânsito



Disponível em: www.vias-seguras.com/. Acesso em: 28 fev. 2012.

O gráfico divulgado pela Associação por Vias Seguras traça objetivamente, a partir de dados do Ministério da Saúde, um histórico do número de vítimas fatais em decorrência de acidentes de trânsito no Brasil ao longo de catorze anos. As informações nele dispostas demonstram que o número de vítimas fatais:

a) aumentou de forma progressiva ao longo do período.

b) teve sua maior redução no final da década de noventa.

c) estabilizou-se nos cinco primeiros anos do século XXI.

d) sofreu mais redução que aumento ao longo do período.

e) estabilizou-se na passagem do século XX ao século XXI.

◯ **3. (ENEM)**

Até a Copa de 2010, apenas sete jogadores haviam conseguido o feito de marcar 8 ou mais gols em uma mesma edição da Copa do Mundo. O quadro apresenta os anos das edições da copa nas quais ocorreram esses feitos, quais foram os jogadores que os realizaram e os respectivos números de gols marcados por cada um deles.

Ano	Nome do jogador	Número de gols marcados
1930	Guillermo Stábile	8
1950	Ademir de Menezes	9
1954	Sandor Kocsis	11
1958	Just Fontaine	13
1966	Eusébio	9
1970	Gerd Müller	10
2002	Ronaldo Nazário	8

Para facilitar a análise sobre a quantidade de gols marcados por esses artilheiros nas referidas copas, foi calculada a mediana da distribuição dos números de gols marcados por eles nas sete copas especificadas no quadro.

A mediana dessa distribuição é igual a:

a) 9,0.

b) 9,7.

c) 10,0.

d) 10,2.

e) 13,0.

◯ **4. (ULBRA)** Preocupada com sua locadora, Marla aplicou uma pesquisa com um grupo de 200 clientes, escolhidos de forma aleatória, sobre a quantidade de filmes que eles locaram no primeiro semestre de 2011. Os dados coletados estão apresentados na tabela a seguir.

Número de filmes alugados	
Número de filmes	**Frequência**
0	25
1	30
2	55
3	90
Total	200

A média, a moda e a mediana deles dados são, respectivamente, os seguintes:

a) 2,05; 3; 2.

b) 1,5; 2; 3.

c) 1,5; 3; 3.

d) 1,5; 3; 2.

e) 2,05; 2; 3.

5. (ENEM)

O presidente de um time de futebol contratou, para a temporada de 2016, um atacante e um meio-campista. Para isso, ele recebeu do departamento de futebol dois quadros.

O primeiro quadro contém o número de gols marcados por três candidatos a atacantes, nas três temporadas anteriores.

Atacantes	2013 (número de gols)	2014 (número de gols)	2015 (número de gols)
I	13	13	24
II	13	16	22
III	17	11	20

O segundo quadro contém o número de assistências que resultaram em gol, feitas por dois candidatos a meios-campistas, nas três temporadas anteriores.

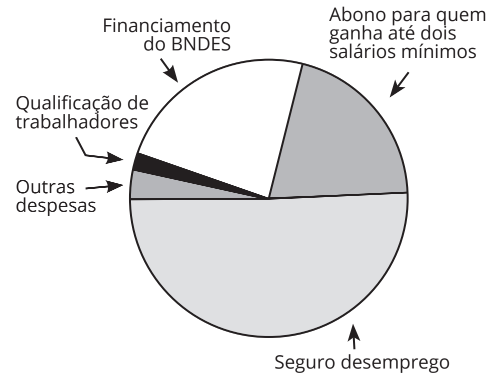
Meios-campistas	2013 (número de assistências)	2014 (número de assistências)	2015 (número de assistências)
IV	11	17	20
V	7	16	23

Após fazer uma análise das médias de gols de cada atacante e das médias de assistências de cada meio-campista nas últimas três temporadas, o presidente contratou o atacante e o meio-campista com maior média de gols e assistências, respectivamente, nessas três temporadas.

O atacante e o meio-campista escolhidos por esse presidente foram, respectivamente:

a) I e IV.
b) I e V.
c) II e IV.
d) II e V.
e) III e IV.

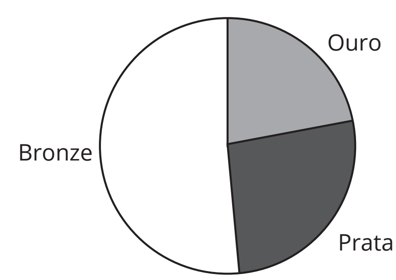
6. (UFRGS) O orçamento do Fundo de Amparo ao Trabalhador para 2010 é de 43 bilhões de reais. Um pesquisador estudou a distribuição desse orçamento e representou o resultado em um gráfico de setores, como na figura abaixo.



Nesse gráfico, a quantia destinada ao abono para quem ganha até dois salários mínimos foi representada por um setor cujo ângulo mede 72º. O pesquisador verificou, então, que o gráfico não estava correto, pois a quantia destinada ao abono encontrada na pesquisa superava em 200 milhões de reais a representada pelo gráfico. Logo, o valor encontrado na pesquisa para aquele abono foi, em bilhões de reais:

a) 8,8
b) 9,1
c) 9,5
d) 9,8
e) 10,6

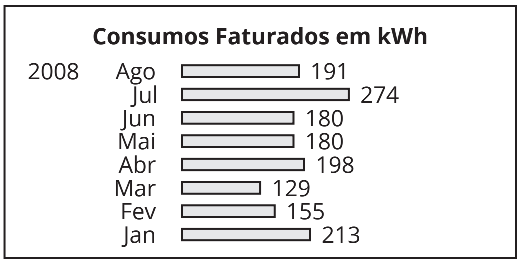
7. (UFRGS) O gráfico abaixo apresenta a distribuição em ouro, prata e bronze das 90 medalhas obtidas pelo Brasil em olimpíadas mundiais desde as Olimpíadas de Atenas de 1896 até as de 2004.



Considerando-se que o ângulo central do setor circular que representa o número de medalhas de prata mede 96°, o número de medalhas desse tipo recebidas pelo Brasil em olimpíadas mundiais, nesse período de tempo, é:

a) 22
b) 24
c) 26
d) 28
e) 30

◯ **8. (UFRGS)** Na conta de energia elétrica de agosto de 2008, um consumidor recebeu o gráfico abaixo, no qual ele verificou que seu consumo mensal médio, nos oito primeiros meses do ano, fora de 190 kWh.



Se, com base nesses oito meses, esse consumidor quiser reduzir exatamente em 10% o consumo mensal médio de energia elétrica de 2008, ele deverá gastar mensalmente, nos quatro últimos meses desse ano, em média:

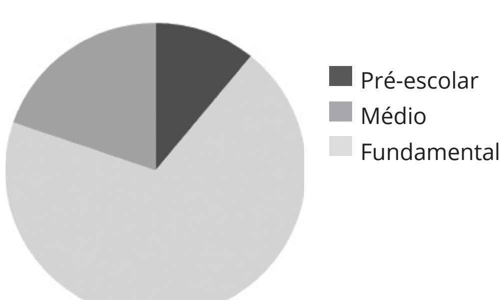
a) 100 kWh
b) 133 kWh
c) 166 kWh
d) 200 kWh
e) 250 kWh

◯ **9. (PUC)** A matriz abaixo apresenta a distribuição das matrículas, por níveis, nas escolas de Porto Alegre.

Nível	Matrículas
Pré-escolar	25.007
Fundamental	159.162
Médio	45.255

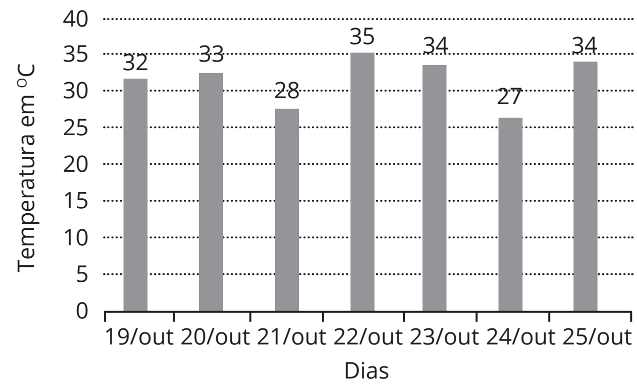
FONTE: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais - INEP - Censo Educacional 2015.

Se esses dados forem organizados em um gráfico de setores, o ângulo central correspondente ao nível Fundamental será de, aproximadamente:



a) 150º.
b) 180º.
c) 200º.
d) 230º.
e) 250º.

◯ **10. (UNISC-2020)** No gráfico abaixo, estão apresentadas as temperaturas máximas, em graus Celsius, previstas para a cidade de Santa Cruz do Sul/RS, no período de 19 de outubro a 25 de outubro de 2020, de acordo com dados fornecidos pela Somar Meteorologia.



Disponível em: http://www.tempoagora.com.br/previsao-do-tempo/RS/SantaCruzdoSul. Acesso em: 18 out. 2020.

A média dessas temperaturas, em graus Celsius, no período de 19 de outubro a 25 de outubro de 2020, é aproximadamente:

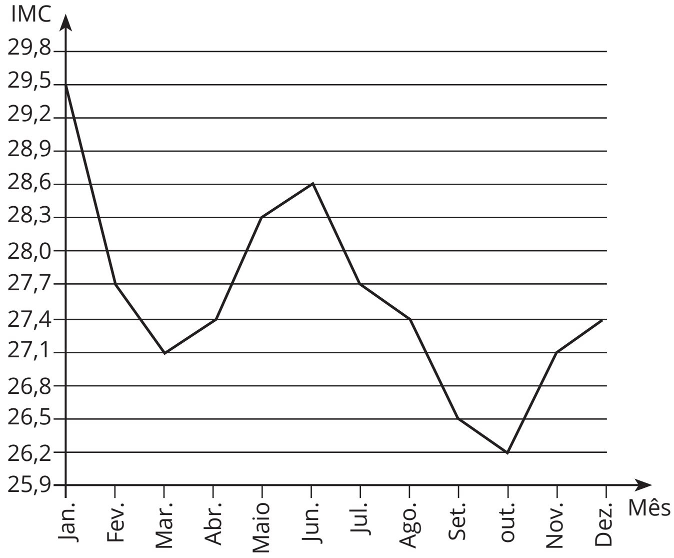
a) 31,9
b) 33,9
c) 33,1
d) 34
e) 33

◯ **11. (ENEM)** Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de suas propriedades. Os talhões têm a mesma área de 30.000 m^2, e o valor obtido para o desvio padrão foi de 90 kg/talhão. O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de 60 kg por hectare (10.000 m^2).

A variância das produções dos talhões expressa em (sacas/hectare)^2 é:

a) 20,25
b) 4,50
c) 0,71
d) 0,50
e) 0,25

◯ **12. (ENEM)** O índice de massa corporal (IMC) de uma pessoa é definido como o quociente entre a massa dessa pessoa, medida em quilograma, e o quadrado da sua altura, medida em metro. Esse índice é usado como parâmetro para verificar se o indivíduo está ou não acima do peso ideal para a sua altura. Durante o ano de 2011, uma pessoa foi acompanhada por um nutricionista e passou por um processo de reeducação alimentar. O gráfico indica a variação mensal do IMC dessa pessoa, durante o referido período. Para avaliar o sucesso do tratamento, o nutricionista vai analisar as medidas estatísticas referentes à variação do IMC.



De acordo com o gráfico, podemos concluir que a mediana da variação mensal do IMC dessa pessoa é igual a:

a) 27,40
b) 27,55
c) 27,70
d) 28,15
e) 28,45

Anotações:

GABARITO

• Medimais

Unidade 1

1. B	**9.** D	**17.** E	**25.** D
2. D	**10.** A	**18.** E	**26.** A
3. E	**11.** B	**19.** B	**27.** C
4. C	**12.** B	**20.** B	**28.** A
5. D	**13.** C	**21.** C	**29.** B
6. C	**14.** C	**22.** D	**30.** D
7. A	**15.** D	**23.** B	
8. E	**16.** B	**24.** A	

Unidade 2

1. D	**13.** B	**25.** D	**37.** D
2. A	**14.** A	**26.** A	**38.** E
3. D	**15.** E	**27.** C	**39.** B
4. E	**16.** A	**28.** E	**40.** D
5. A	**17.** E	**29.** E	**41.** D
6. D	**18.** E	**30.** C	**42.** D
7. C	**19.** E	**31.** D	**43.** B
8. B	**20.** A	**32.** B	**44.** E
9. E	**21.** D	**33.** E	**45.** C
10. E	**22.** A	**34.** D	**46.** B
11. C	**23.** D	**35.** D	**47.** E
12. D	**24.** B	**36.** A	

Unidade 3

1. E	**4.** A	**7.** B	**10.** A
2. B	**5.** C	**8.** B	**11.** E
3. A	**6.** A	**9.** E	**12.** A

Anotações: